

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

Н.Б. Кобелев

Основа имитационного моделирования сложных экономических систем

Рекомендовано Учебно-методическим объединением
по образованию в области математических методов
в экономике в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся по специальности
"Математические методы в экономике"
и другим экономическим специальностям

Академия народного хозяйства
при Правительстве Российской Федерации

Москва
Издательства "ДЕЛО"
2003

УДК 519.86(0/5.8)

ББК 65.050я73

K55

Рецензенты:

Половников В.А., доктор экономических наук, профессор;
Габескирия В.Я., доктор физико-математических наук, профессор;
Путко Б.А., кандидат физико-математических наук, доцент

Об авторе

Кобелев Николай Борисович — доктор экономических наук, профессор кафедры экономико-математических методов и моделей Всероссийского заочного финансово-экономического института, директор Научно-методического центра «Парус», вице-президент Росбытсоюза и заместитель председателя Ремесленной палаты России.

Н.Б. Кобелев является автором более 70 научных работ по использованию экономико-математического моделирования в управлении народным хозяйством. Специализируется на разработке и применении имитационных моделей с многокритериальной оптимизацией, а также моделировании динамических рядов с использованием спектрального анализа.

Кобелев Н.Б.

K55 Основы имитационного моделирования сложных экономических систем: Учеб пособие. — М.: Дело, 2003. — 336 с.

ISBN 5-7749-0309-5

Книга является введением в экономико-математическое моделирование и учебно-практическим пособием по системному исследованию объектов имитационного моделирования сложных экономических систем (предприятия, банки, транспортные, добывающие и энергетические системы, территориальные комплексы и т.п.) и процессов принятия решений (политических, экономических, социальных, экологических).

Книга предназначена для широкого круга специалистов — системотехников, программистов, менеджеров, профессионалов маркетинга, финансистов, экономистов, бухгалтеров, специалистов местного самоуправления.

Особый интерес она представляет для современных руководителей, ответственных за поведение сложных многоуровневых, разветвленных, многоэлементных объектов. Она также будет полезна для студентов университетов, экономических и технических вузов, обучающихся по экономическим специальностям.

УДК 519.86(075.8)

ББК 65.050я73

ISBN 5-7749-0309-5

© Издательство «Дело», 2003

От автора	5
Введение	8
1. ПРОБЛЕМЫ И ОСНОВЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ	13
1.1. О взаимоотношениях экономистов и математиков при моделировании экономических объектов	13
1.2. Понятие имитационной модели и имитационного моделирования. Особенности и возможности имитационного подхода	15
1.3. Основные понятия, применяемые при имитационном моделировании	17
1.3.1. Система	18
1.3.2. Сложность системы	24
1.3.3. Управление системами. Качество управления системой	27
1.3.4. Надежность и эффективность системы	37
1.3.5. Самоорганизация систем	39
1.4. Этапы построения имитационных моделей	41
2. ОСОБЕННОСТИ И ВОЗМОЖНОСТИ СОПРЯЖЕНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ	45
2.1. Моделирование входных данных	45
2.1.1. Методы корректировки динамического ряда	48
2.1.2. Определение трендовой компоненты	49
2.1.3. Определение циклической компоненты	61
2.1.4. Построение общей модели ряда	76
2.1.5. Реализация управляющей компоненты	77
2.1.6. Имитационное моделирование динамических рядов	89
2.2. Целевые функции и критерии, используемые при имитационном моделировании	90
2.2.1. Многокритериальные целевые функции распределения ресурсов	91
2.2.2. Многокритериальные целевые функции планирования объектов производства продукции, товаров или услуг	99
2.2.3. Некоторые формальные подходы к многокритериальной оптимизации	106
3. СПОСОБЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ И ОБЪЕКТОВ	111
3.1. Элементарное описание многоуровневых систем	111
3.2. Моделирование способов принятия решений при наличии несопоставимости целевых функций и многоуровневости объектов	116
3.2.1. Формализация модели принятия решений	118
3.2.2. Анализ ряда степени правоты	122
3.2.3. Элементарная модель (алгоритм)	124
3.2.4. Большая модель	127
3.2.5. О возможности использования модели принятия решений при оценке отношений порядка элементов имитационной модели	132

4. ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТОВ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ	133
4.1. Имитационная модель территориального размещения предприятий и их объектов	134
4.2. Система имитационных моделей размещений для сферы обслуживания населения и иных приложений	148
4.2.1. Комплекс задач по размещению предприятий сферы обслуживания в сельской местности (1200)	152
4.2.2. Комплекс задач по размещению специализированных предприятий сферы обслуживания в республиках, краях и областях (1210)	156
4.2.3. Комплекс задач по размещению предприятий сферы обслуживания в городах (1250)	158
4.2.4. Источники входной и выходной информации	163
4.2.5. Технические средства системы	167
4.2.6. Технологический процесс сбора данных	168
4.2.7. Порядок передачи документации заказчику	170
4.2.8. Ориентировочная оценка экономической эффективности	171
4.2.9. Примеры решения задач размещения на компьютере	172
4.2.9.1. Размещение предприятий бытового обслуживания в сельской местности	172
4.2.9.2. Размещение предприятий бытового обслуживания в городах	175
4.3. Имитационные модели районирования, оценки территорий, распределения капиталовложений и иных ресурсов	193
4.3.1. Алгоритмы оптимального планирования капиталовложений	199
4.3.2. Обследование территории и сбор исходной информации	216
4.3.3. Анализ решения задачи оптимального распределения капиталовложений	225
5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ	229
5.1. Имитационное моделирование систем массового обслуживания	229
5.1.1. Системы массового обслуживания	229
5.1.2. Вопросы формирования случайных потоков событий	238
5.1.3. Моделирующие алгоритмы	243
5.1.4. Моделирование одноканальной системы массового обслуживания	245
5.1.5. Моделирование многоканальной системы массового обслуживания	248
5.2. Имитационное моделирование в рамках агрегативной математической схемы	250
5.2.1. Введение в агрегативные модели	250
5.2.2. Агрегативная имитационная модель предприятия	256
6. ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ	280
6.1. Сходства и различия имитационных подходов	280
6.2. Основные типы элементарных блоков в имитационных моделях	287
6.3. Способы формализации типовых блоков имитационных моделей	295
6.4. Основы программирования элементарных типовых блоков имитационной модели и их сопряжение в единую модель	321
6.4.1. Основные идеи создания языка «имитация»	321
6.4.2. Функционирование языка «имитация»	324
6.4.3. Примерная модель типового элементарного блока	325
Литература	333

Имитационные модели широко применялись в практической деятельности страны в 60—80-е годы и давали, как правило, эффективные решения для многих задач в рамках регионов, отраслей, конкретных предприятий и в военном деле. В этот период были накоплены большие теоретические результаты и получен практический опыт применения имитационных моделей. Особенно интенсивно применялись модели этого типа после опубликования работ члена-корреспондента АН СССР Н.П. Бусленко, начиная с 60-х гг. и до 1985—87 гг. Он и его ученики стали развивать не только и даже не столько математические аспекты имитационного моделирования, сколько методологию и методику имитационного моделирования.

Агрегативная математическая схема имитационного моделирования, введенная Н.П. Бусленко, позволила обобщить многие частные имитационные подходы и создала предпосылки к разработке общей теории имитационного моделирования при использовании различных форм математического описания объектов моделирования. Ценность агрегативного подхода заключалась не только в математическом описании сложной системы в виде некоторого «агрегата» или элементарного блока имитационной модели, во введении кусочно-линейных и кусочно-непрерывных агрегативных схем, в математическом описании сопряжения и функционирования агрегатов. Главная заслуга школы Н.П. Бусленко состоит в **формировании имитационного мышления**, т.е. в отрицании многих догм, свойственных различным математическим подходам при моделировании объектов. Так, например, отброшена догма единой целевой функции для объекта моделирования. При имитационном подходе их может быть столько, сколько нужно. Не мешают проблемы стремления функций к бесконечности или нулю, проблемы гладкости и непротиворечивости. Не вызывает особых проблем нестационарность, неординарность, наличие последствий в используемых потоках случайных событий. Не приводит к вычислительным проблемам использование законов распределения с изменяющимися параметрами и многое другое.

Заслуга школы Н.П. Бусленко состоит также в том, что ею был взят на вооружение системный подход при имитационном моделировании: системный анализ объектов моделирования и системный синтез модели данного объекта.

Основу школы имитационного моделирования Н.П. Бусленко, заложенную в 60-х гг. им и его учениками и учеными, разделяющими его подход — Д.И. Голенко, И.Н. Коваленко, И.М. Соболев, Ю.А. Шрейдером и др., в 70-х гг. развивали В.А. Абчук, В.Н. Бусленко, И.Я. Динер, Л.А. Емельянов, В.В. Калашников, Н.Б. Кобелев, Ф.А. Матвейчук, Ю.М. Снапелев, В.А. Старосельский, Е.И. Яковлев и многие другие. В 80-е гг., вплоть до 1985—87 гг. имитационное моделирование развивалось очень интенсивно, и его основное направление было связано с практическим использованием имитационных моделей во многих отраслях народного хозяйства, на предприятиях и особенно в сфере обслуживания населения, где постоянно действовали имитационные модели планирования и распределения капиталовложений, размещения предприятий обслуживания, нормирования ресурсов и многие другие.

С конца 80-х и в 90-е гг. российская школа имитационного моделирования фактически не развивалась. Лишь начиная с 1999 г. стали появляться отечественные публикации в этом направлении и то в форме учебных пособий. Основным объектом экономико-математического моделирования, в том числе и имитационного подхода, стали банки, биржи и частично нефтегазовая отрасль, т.е. достаточно крупные объекты, обладающие финансовыми ресурсами, для которых имитационное моделирование стало средством выработки стратегии поведения на рынке. Правильная оценка конъюнктуры рынка существенно сказывается на эффективности и доходности этих объектов.

В настоящее время появляются предпосылки использования имитационного подхода для отдельных негосударственных предприятий, в том числе торговых фирм, производителей массовой продукции, транспортных перевозчиков, рекламных агентств, региональных администраций республик, краев, областей и городов и т.п.

В настоящей книге обобщен опыт тридцатилетней работы автора в области имитационного моделирования применительно к различным областям деятельности и объектам моделирования. Автор — ученик и последователь школы имитационного моделирования Н.П. Бусленко — считает главным в своей деятельности развитие имитационного мышления, не ограничиваясь применением какого-либо определенного математического аппарата описания объектов моделирования. Более того, опыт показывает, что чем сложнее применяемый математический аппарат, тем менее достоверны и понят-

ны результаты моделирования. Как правило, имитационное моделирование требует определенных эвристических решений в случае, если требуется сопряжение различных математических схем моделирования. Здесь главную роль играет системный подход и знание объекта моделирования, которое обязательно при имитационном моделировании.

Итак, какими же математическими знаниями должен обладать человек, специализирующийся в имитационном моделировании? Прежде всего, это общий курс высшей математики в объеме обычного технического вуза. Необходимы также знания по высшей алгебре, теории множеств, математической логике, теории вероятностей и математической статистике, динамическим рядам. Из специальных дисциплин необходимы знания метода статистических испытаний (Монте-Карло), теории массового обслуживания, теории систем и общего курса экономико-математических методов и моделей. Предполагается свободное владение компьютером в рамках общепринятых пакетов программ и желательно самостоятельное написание программы имитации на базе какого-либо языка моделирования. Вышеперечисленные требования — максимум того, что требуется от профессионального специалиста в области имитационного моделирования. Вместе с тем, эти знания не дадут нужного результата, если у человека не будет сформировано «имитационное мышление» и он будет увлекаться тем или иным аналитическим решением проблемы. Аналитическое (не имитационное) решение, пусть более красивое и эффектное, как правило, заведет моделирование объекта на тупиковый путь. Вместе с тем известны случаи, когда человек, не обладающий всей массой знаний, перечисленных выше, но правильно уловивший суть имитационного подхода, успешно руководил построением имитационных моделей своего объекта. Как правило, такие люди — хорошие управленцы и специалисты по данному объекту.

Данная книга написана для читателей, желающих более детально знать реальное поведение своего объекта в различных ситуациях на основе использования имитационных моделей: руководителей банков, предприятий любого профиля, их заместителей, специалистов, ответственных за траекторию поведения объекта. Кроме этого, книга может быть полезна системотехникам, менеджерам, профессионалам маркетинга, финансистам, экономистам, бухгалтерам, желающим профессионально овладеть имитационными подходами и имитационным моделированием. Рекомендуются эта книга и студентам вышеперечисленных специальностей университетов, экономических и технических вузов.

Предлагаемая читателю книга представляет собой, с одной стороны, учебно-методическое пособие для изучения и применения имитационных методов при моделировании сложных экономических объектов, а с другой — новые исследования автора, позволяющие расширить круг сложных объектов, которые могут быть промоделированы только при помощи имитационных моделей.

В первой главе — «Проблемы и основы имитационного моделирования сложных экономических объектов и процессов» рассматриваются важные вопросы, связанные с формированием у читателя **имитационного мышления**, без которого построение имитационных моделей невозможно. Здесь описываются трудности, возникающие при моделировании сложных объектов, проблемы взаимодействия постановщиков задач и математиков, их реализующих, раскрываются особенности и возможности имитационного подхода, различия аналитического и имитационного моделирования, а также основные понятия, применяемые при имитационном моделировании. В этой главе фактически излагаются основы системного исследования объектов (системного подхода), формализуются определения системы, организации, структуры и составляющие их элементов, вводятся категории управления, надежности, самоорганизации и т.п., рассматриваются этапы построения имитационных моделей.

Для прочтения данной главы не требуется каких-либо особых знаний, она доступна читателю, имеющему среднее образование. Вместе с тем читателю, не имевшему дела с моделированием экономических объектов, рекомендуется прочитать эту главу, так как она фактически является **введением в курс экономико-математического моделирования сложных систем**. Таким образом, материал данной главы может служить учебным пособием при изучении различных дисциплин, требующих знания системного подхода и основ экономико-математического моделирования.

Вторая глава — «Особенности и возможности сопряжения имитационных моделей с внешней средой» рассматривает проблематику

формирования потоков входных данных, без которых невозможно построение каких-либо экономико-математических моделей. Суть проблемы состоит в том, что даже при наличии правильно построенной модели экономического объекта она не сможет дать достоверные результаты, если входные (исходные) данные не будут отображать реальные потоки или массивы тех или иных предметов, элементов, информации и т.п., которые поступают в реальную экономическую систему. Это же можно сказать и в отношении целевых функций и критериев достижения цели. Поэтому в данной главе излагаются различные подходы к формированию потоков входных данных, целевых функций и тому подобного, реально отображающих аналогичные процессы, происходящие в моделируемых объектах.

Данный материал можно назвать учебно-методическим при изучении курсов экономико-математических методов и моделей различных специализаций. Процессы, связанные с правильным сопряжением экономико-математических моделей с внешней средой достаточно сложны и **крайне редко излагаются в учебной литературе**. Особенно это касается формирования многокритериальных целевых функций и критериев достижения целей, не связанных с конкретными математическими методами. Эта глава **рекомендуется специалистам, осуществляющим постановку и формализацию конкретных экономико-математических и, в частности, имитационных моделей**.

Третья глава — «Способы принятия решений при имитационном моделировании многоуровневых систем и объектов», позволяет формировать подходы к имитационному моделированию многоуровневых систем. Она раскрывает важное понятие межуровневой координации через оценку **«отношений порядка»**, существующих между элементами моделируемого объекта. Дело в том, что каждый элемент объекта при взаимодействии с другими обладает определенным **«отношением порядка»**, которое выражается либо степенью его важности или значимости, либо первоочередности, либо каким-то другим преимуществом или подчиненностью. Учитывать это можно только при построении имитационных моделей, а не учет этих свойств элементов моделируемого объекта не позволит построить адекватную модель. Особенно важно учитывать **«отношения порядка»** при моделировании принятия решений, где каждый элемент **«дерева решений»**, влияющий на принятие конкретного решения обладает различным **«отношением порядка»**. Правильное установление **«отношений порядка»** важно иметь и при моделировании конкретных экономических объектов — предприятий, банков, транспортных систем и т.п., так как это влияет на очередность и координаты следования моделируемых сигналов или воздействий, а от этого зависят последо-

вательность и ход имитационных реализаций, которые должны отображать «отношения порядка», существующие в реальном объекте. Особенно важно учитывать «отношения порядка» в объектах, где помимо формальной структуры управления имеются неформальные (политические, экономические, криминальные и т.п.) структуры или звенья, оказывающие существенное влияние на моделируемый объект. **Эта глава рекомендуется постановщикам задач моделирования сложных объектов.**

В четвертой главе — «Имитационные модели и алгоритмы расчетов практических задач размещения объектов и распределения ресурсов» приводится несколько действующих имитационных моделей, построенных с учетом материала, изложенного в гл. 2. Эти модели представляют собой в определенной степени многокритериальные эвристические имитационные алгоритмы, основанные на изучении процедур принятия решений специалистом в конкретной области с элементами оптимизации процедур, в которых человек, как правило, допускает ошибки или выдает субъективные решения. Эти модели прошли многолетнюю апробацию и доведены до конкретных алгоритмов, а методики их реализации для конкретных объектов. **Материал главы будет интересен практическим работникам, связанным с изменением моделей при размещении различных массовых объектов, распределением ресурсов различного вида, долгосрочным планированием развития крупных объектов и т.п.**

Пятая глава — «Математические схемы, применяемые при имитационном моделировании» рассматривает моделирование систем массового обслуживания (СМО), а также имитационное моделирование в рамках агрегативной схемы Н.П. Бусленко. Материал этой главы далеко не исчерпывает все математические схемы имитационного моделирования, а фиксирует наиболее значимые подходы.

Помимо изложения математических схем имитационного моделирования в этой главе сопоставляются аналитическое и имитационное моделирование СМО с позиции адекватности моделируемому объекту. В результате такого сопоставления возникает важный вывод о том, что **при аналитическом моделировании СМО реальных объектов результаты моделирования никогда не соответствуют поведению объекта, так как дают значения параметров СМО в установившемся режиме.** Реальные же объекты, которые моделируются в виде СМО в установившемся режиме, как правило, не находятся, так как входные потоки и сами СМО постоянно меняют свои параметры и распределения, а следовательно, СМО все время находится в переходном режиме. **Лишь имитационное моделирование СМО, не ограничивающее входные потоки требованиями стационарности, однородности, отсутствием по-**

следствия и т.п., позволяет получить данные моделирования, соответствующие реальной картине.

В данной главе рассмотрена также агрегативная имитационная схема и на ее базе построена модель типового предприятия. Настоящая глава сопрягается с материалами глав 1, 2, и **представляет интерес для людей, профессионально занимающихся построением моделей сложных экономических объектов.**

Шестая глава — «Основы создания универсальных имитационных моделей» является новым исследованием в теории и практике имитационного моделирования. В ней впервые сделана попытка создать схему имитационного моделирования объектов любой сложности. Материал данной главы использует подходы, изложенные в гл. 1, 2, 3, 5 и развивает идеи агрегативной схемы имитационного моделирования Н.П. Бусленко.

Новые результаты были получены в связи с разработкой подхода к имитационному моделированию, основанного, с одной стороны, на идеях, близких к аналоговому моделированию технических систем, а с другой — в результате создания типовых блоков универсальной имитационной модели. В данном случае имитационная модель строится на основе типовых элементарных блоков, которые настраиваются на соответствующие элементы — объекты моделирования. Анализ показал, что таких типовых элементов может быть всего полтора—два десятка. Типовые элементы моделируют определенные функции такие как суммирование, интегрирование, достижение определенного «порога», логические действия, элементарную СМО, систему с обратной связью и т.п. Исследования показывают, что из типовых блоков возможно построение типовых моделей склада, диспетчера рынка, производственного участка, банка и т.п. Формализация типовых блоков осуществлена таким образом, чтобы унифицировать их описание, **обеспечить простоту восприятия постановщиком задачи** и создать возможность быстрой настройки на соответствующий моделируемый объект. Основная задача при проектировании типовых блоков состояла в том, чтобы модель, составленная из них, была пригодна для восприятия не только профессионалом-математиком, но и директором, начальником отдела и т.п., т.е. специалистами по данному объекту.

Расчет делался на то, чтобы руководитель осознанно мог сам вмешаться (в том числе конфиденциально) в процесс моделирования, изменить какие-либо параметры модели, переключив связи, проиграть те или иные ситуации возможного поведения объекта. Идеальным вариантом было бы ежедневное использование такой имитационной модели в качестве советчика руководителя с терминала в его

кабинете. Заметим, что предлагаемый подход, вероятно, может быть использован не только для объектов экономического характера. Вполне возможно моделирование различных ситуационных процессов, т.е. процессов принятия решений в законодательной сфере, оценке и прогнозировании тех или иных политических, социальных, экологических ситуаций. Не исключается, правда, пока гипотетическое построение постояннодействующей имитационной модели функционирования государства, на которой можно было бы исследовать последствия принимаемых решений, способы выхода из кризисных ситуаций, различные возможные политические курсы и т.п. В этой главе изложены также основные идеи создания программного обеспечения для реализации предлагаемых имитационных моделей, поставлена задача, проведена формализация предлагаемого универсального языка «имитация»; построена его общая модель и описана схема функционирования.

Данная глава представляет интерес для специалистов по экономико-математическому моделированию, программистов и лиц, желающих овладеть новой технологией имитационного моделирования. Ее чтение не требует каких-либо специальных знаний, выходящих за пределы обычного курса высшей математики. Построение имитационной модели по предлагаемой схеме проще любой существующей математической схемы аналитического или имитационного моделирования.

Имитационные модели — основной инструмент изучения сложных объектов, явлений, процессов. Они могут использовать преимущества различных математических методов и освобождать их от имеющихся ограничений. Наконец имитационные модели наглядны, позволяют работать с ними на языке данного объекта, а не на языке математиков.

Автор благодарен коллективу кафедры экономико-математических методов и моделей Всероссийского заочного финансово-экономического института и особенно заведующему кафедрой д.э.н., проф. В.А. Половникову за полезные советы и возможность проведения настоящих исследований.

1. ПРОБЛЕМЫ И ОСНОВЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ

1.1. О взаимоотношениях экономистов и математиков при моделировании экономических объектов

Экономико-математическое моделирование — эффективный инструмент изучения экономических объектов и способ принятия решений по их поведению в реальных жизненных ситуациях. Математический инструментарий, применяемый в экономико-математических исследованиях, весьма разнообразен и достаточно сложен. Он находится в стадии постоянного совершенствования, углубления, для его применения требуется специальная подготовка. Вместе с тем потребность в экономико-математических исследованиях реальных объектов все время возрастает, а разрыв между спецификой математических методов и необходимой глубиной познания реальных объектов при их моделировании увеличивается. Например, прогнозирование поведения курса акций на рынке ценных бумаг требует изучения большого числа факторов, влияющих на этот процесс, а отбор и анализ факторов, знание мотивационных, политических условий, предвидение тех или иных событий, владение доверительной тайной или иной информацией — необходимые условия эффективной курсовой политики. Эксперты, соблюдающие эти условия, конечно, не в состоянии в совершенстве знать математическую статистику, регрессионный анализ, теорию игр, алгебру конфликта, спектральный анализ циклических колебаний и другие математические инструменты, необходимые для исследований рыночной конъюнктуры. Точно также специалист-математик не в состоянии в достаточной степени владеть рыночной конъюнктурой. Поэтому важно найти способ преодолеть разрыв между знаниями специалиста-математика и специалиста-экономиста по проблемам конкретного объекта исследования. Необходим язык понимания между математиком и экономистом.

Кроме того, каждый экономико-математический метод или подход акцентирует внимание, как правило, на определенной методике формализации конкретной задачи, определенных постулатах или аксиомах, принятых для данного метода. Например, метод линейного программирования с использованием системы алгебраических уравнений, неравенств и целевой функции позволяет находить оптимальные решения при заданных ограничениях. В этот математический аппарат трудно ввести понятия случайности, или вероятности, надежности или самоорганизации объекта. Точно также не представляется возможным ввести в эконометрические модели понятия цели управления, стратегии из теории игр и т.п.

Таким образом, каждый математический аппарат предназначен для достижения определенных целей. Использовать совместно возможности каждого аппарата в рамках общей математической теории пока не удастся и вряд ли удастся в будущем, так как интеллектуальные человеческие возможности ограничены. Вряд ли найдется человек, который будет знать в совершенстве все математические методы и разработает аксиоматику общей математической теории, сопрягающей без противоречий известные математические методы. Другое дело, если учитывать возможности искусственного интеллекта и компьютера, для которого задачи поставит человек. Но это другая проблема, и не будем ее здесь обсуждать.

Однако совместное использование различных математических методов возможно. Более того, существуют способы, позволяющие сопрягать возможности указанных математических методов с практическим и теоретическим опытом специалистов-экономистов по конкретному объекту моделирования. Одним из них является имитационное моделирование.

Имитационное моделирование не следует путать с дисциплинами, где используется тот или иной математический аппарат для формализации различных экономических понятий, например, с финансовой математикой, управлением рисками, курсами микро- и макроэкономики и т.п. Все эти разделы современной экономической теории, в которой используются также и имитационные модели, не способны описать имитационные модели финансов, рисков, проблемы микро- и макроэкономики и т.п. Тем более они не являются общим аппаратом имитационного моделирования.

1.2. Понятие имитационной модели и имитационного моделирования. Особенности и возможности имитационного подхода

Слово «имитация» (от лат. imitation — подражание) означает воспроизведение определенным образом явлений, событий, действий, объектов и т.п. В известном смысле термин «имитация» — синоним понятия «модель» (от лат. modulus — мера, образец), которая определяется как любой **материальный или нематериальный образ** (изображение, описание, схема, воспроизведение, материальное воплощение, представитель и т.п.).

По сути, словосочетание «имитационная модель» некорректно, однако в середине XX в. оно было введено в практику физического и математического моделирования.

Имитационные модели строят, когда объект моделирования настолько сложен, что описать его поведение, например, математическими уравнениями невозможно или очень трудно. В некоторых случаях такой объект моделирования называют **«черным ящиком»**, т.е. объектом с неизвестной внутренней структурой и, следовательно, с неизвестным поведением при воздействии на него извне и при внутренних изменениях. В этих случаях имитационная модель позволяет задавать входные воздействия, сходные по параметрам с реальными или желаемыми воздействиями, и, измеряя реакцию модели объекта на них, изучать структуру объекта и его поведение.

Другая особенность имитационного моделирования — разрешение **конфликта между математиком, который не знает в достаточной мере объект как специалист, и специалистом (практиком) по данному объекту, не владеющим профессионально математическими методами.** Как правило, при построении имитационной модели математик использует сравнительно простые математические схемы, описывающие объект по частям, а практик подсказывает, как расчленить объект на более или менее независимые части, как осуществить их сопряжение, и задает реальные, желаемые или пробные параметры внешних воздействий на имитационную модель объекта.

При этом с позиции математика иногда нарушается математическая строгость описания объекта в целом, так как части последнего могут быть описаны различными математическими схемами (методами) с различными не стыкующимися критериями или направлениями оптимизации с точки зрения математической теории. В этом

случае **имитационные модели позволяют использовать многокритериальные подходы** и условия заданного компромисса [41, с. 459–463]¹, что способствует в определенной степени разрешению проблем стыковки различных математических методов без нарушения строгости математического описания объекта.

Сопряжение различных математических методов в рамках имитационной модели упрощается также в связи с тем, что стыковка частей имитационной модели **осуществляется** не в терминах того или иного математического аппарата, а **на языке цифр**. Даже если моделирование частей объекта ведется на языках различных математических методов в имитационных моделях соединения частей объекта, оценка целей, критериев их достижения, результатов моделирования осуществляется через матрицы, потоки и иные общематематические понятия, задаваемые или получаемые исключительно в виде числовых, а не аналитических значений. Это, конечно, не означает полную количественную сопоставимость результатов, так как масштабы каждого числового значения могут быть различны, но упрощает процедуры сведения их к сопоставимости.

Несмотря на то что **имитационные модели воспроизводят сложные объекты**, при разумном подходе они **обеспечивают бóльшую близость модели к моделируемому объекту**, чем при применении какого-либо одного точного математического метода. Бóльшая близость получается путем воспроизведения тех или иных свойств объекта или воздействий на него в форме, понятной бóльшему числу людей, являющихся специалистами по различным аспектам деятельности данного объекта. Таким образом, экспертами при имитационном моделировании может выступать бóльший круг людей, а следовательно, обеспечивается бóльшая адекватность модели реальному объекту.

Часто задают вопрос о том, насколько сложно строить имитационные модели и когда это следует делать.

Построение имитационных моделей ненамного сложнее, чем применение стандартных математических схем. Конечно, решить типовую задачу линейного программирования, например, на нахождение оптимального плана производства каких-либо изделий на предприятии, максимизирующего прибыль, с применением типового пакета программ на компьютере проще, чем построить имитационную модель этого предприятия с тем же критерием оптимальности. Однако **информативность имитационной модели несравненно выше**, она позволяет найти такие характеристики, которые при решении задачи линейного программирования отсутствуют.

¹ См. также методику, приведенную в п. 2.2.3.

Поэтому **разработчик модели** должен четко, не обманывая себя и заказчика модели, **оценить эффективность будущей модели с позиции ее практической необходимости и точности**. Разработчик должен выбрать одну из двух альтернатив. Первая заключается в том, ждет ли заказчик от заказываемой модели каких-либо реальных рекомендаций? Может быть, он хочет только ознакомиться с возможностями моделирования, поиграть с моделями, пытаясь создать рекламу своему объекту или создать видимость серьезной аналитической проработки будущего объекта. Могут быть и другие цели построения модели, не связанные с действительным отображением на модели данного объекта. В этом случае разработчик может смело браться за построение модели любого типа, а лучше всего того, математическим аппаратом которого он владеет лучше всего.

Другая альтернатива заключена в том, что **заказчик желает построить реальную модель своего объекта или проблемы**. Он хочет получить реальные данные о функционировании объекта или его части, оценить поведение объекта и выбрать оптимальную траекторию его развития. Всегда, когда заказчик имеет желание получить какое-то новое эффективное решение, **разработчик должен выбрать** тот тип модели, который сможет дать нужное решение. В большинстве случаев, если речь не идет о решении простых рутинных проблем, а в постановке задачи стоит вопрос об исследовании сложной, противоречивой динамической системы, то целесообразно выбрать **имитационную модель**.

1.3. Основные понятия, применяемые при имитационном моделировании

Суть имитационного моделирования заключается в том, чтобы как можно точнее, полнее, нагляднее отобразить моделируемый объект и динамику его функционирования. По возможности нужно как можно **меньше деформировать структуру объекта**, т.е. желательно, чтобы в модели все части объекта имели реальное отображение, а потоки информации о них представляли реальные потоки заказов, ресурсов, людей, идей и т.п.

Наиболее полное воплощение высказанных пожеланий обеспечивается, если в основу имитационного моделирования закладывается **системный анализ объекта и системный синтез** при построении модели. Оба приведенных понятия связаны с определением **системы** и ее атрибутов, а также с оценкой **сложности систем, качества**

управления системами, их надежности и самоорганизации. Рассмотрим эти категории с единых позиций как основу формирования **общего языка имитационного моделирования**.

1.3.1. Система

Понятие системы давно стало ходовым термином. Его используют всякий раз, когда необходимо описать какое-нибудь сложное явление или объект, обладающий многими составными частями различного назначения, взаимосвязанными между собой общими законами функционирования. Мы говорим «система управления предприятием» и подразумеваем совокупность лиц и подразделений административного аппарата управления (директор, главный инженер, плановый отдел, отдел труда и заработной платы, начальники производственных подразделений и т.п.); совокупность уровней и субординаций между ними, вытекающую из конкретных задач каждого подразделения; совокупность информационных связей и взаимосвязей, необходимых для функционирования всей системы управления в соответствии с общей целью управления предприятием.

При экономико-математическом моделировании понятие системы дается в более формализованном виде, очищенном от содержательных характеристик элементов, «отношений порядка» и связей между ними. Рассмотрим логическую последовательность определений, из которых вытекает понятие системы.

Первый, самый элементарный уровень описания системы — множество элементов или **разнообразие элементов множества**. Под разнообразием элементов множества понимают совокупность каких-либо объектов, которые являются составными частями системы. Выше мы перечисляли совокупность элементов, входящих в состав системы управления предприятием. Народное хозяйство тоже является системой и состоит из разнообразного множества элементов или объектов, таких, как отрасли, управляющие органы, органы материально-технического снабжения и т.п.

Если все разнообразие элементов множества рассредоточить в определенном порядке, т.е. упорядочить по каким-либо признакам, например, по решаемым задачам, подчиненности, ответственности и тому подобному, то получим **упорядоченную совокупность элементов множества**. Например, в системе народного хозяйства каждая отрасль имеет определенные задачи и цели. Следовательно, частью упорядоченной совокупности элементов системы народного хозяйства можно назвать описание отраслей в определенной последовательности.

Такие описания, к примеру, дает Госкомстат при составлении отчетов о деятельности отраслей народного хозяйства.

Дополнение упорядоченного множества элементов **совокупностью связей и взаимосвязей** между ними образует организацию. Таким образом, под организацией понимается **совокупность разнообразия элементов множества, разнообразия «отношений порядка» и разнообразия взаимосвязей между элементами**. Часто, употребляя слова «научная организация (институт)», «строительная организация (трест)», «научная организация труда» и тому подобные, мы подразумеваем под ними совокупность подразделений, задач, их содержательный смысл и взаимосвязь всех элементов. Под системой будем **подразумевать организацию, образующую целостное единство и имеющую общую цель функционирования**. Всякая реальная система обладает организацией, но не всякая организация есть система. Организация становится системой только при наличии общей цели функционирования для всех ее элементов. Из этого определения системы берет свое название **системный подход — метод исследования организаций, имеющих общую цель**. Приведенные ранее примеры организаций (предприятие, банк и др.) являются системами, так как имеют общие цели функционирования для всех элементов. Не является системой организация, состоящая из научно-исследовательского института и промышленного предприятия, даже в одной отрасли промышленности, если институт и предприятие не входят в научно-производственное объединение.

Понятия «организация», «система» относительны, так как элементы и связи между ними могут быть всегда агрегированы в более крупные и расчленены на более мелкие. Поэтому в зависимости от степени дробления элементов и связей внутри каждой организации и системы всегда можно выделить другие организации и системы.

Если в системе изменяются «отношения порядка» между элементами или взаимосвязи, то говорят, что система изменила структуру. Например, на предприятии произошла реорганизация аппарата управления, изменена ответственность и подчиненность для сокращения промежуточных звеньев прохождения информации. Предприятие выпускает ту же продукцию, цель функционирования предприятия осталась прежней. В этом случае налицо изменение структуры системы управления предприятием.

Таким образом, под структурой системы будем понимать способ существования организации или системы, фиксирующий вполне определенные приоритеты и взаимосвязи элементов системы между собой. Для каждой системы можно построить несколько типов структур.

Понятие структуры можно использовать не только для системы, но и для организации. Структура организации — это способ составления организации из ее элементов.

Таким образом, объект и, в частности, экономический объект для имитационного моделирования может быть представлен в виде **системы, организации или структуры**. Эти понятия — основной «строительный материал» для имитационной модели.

На основе определенной системы, организации, структуры и их атрибутов осуществляется построение имитационных моделей систем, организаций и их структур. Таким образом, **имитационные модели имеют дело с объектами** или проблемами (задачами), **которые формализуются как системы, организации или структуры**.

Схема имитационной модели системы представлена на рис. 1.3.1.

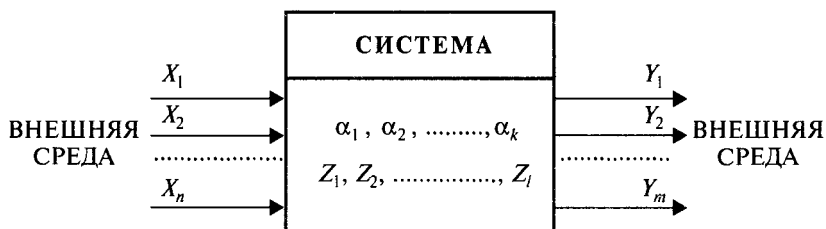


Рис. 1.3.1. Имитационная модель системы

Элементы $X_1, X_2, \dots, X_n$ называются входами системы (входными переменными), $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ — выходами системы (выходными переменными), $Z_1, Z_2, \dots, Z_l$ характеризуют состояние системы. Символы $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ обозначают параметры системы. Входы и выходы осуществляют связь системы с внешней средой, т.е., с другими системами. Состояния $Z_1, Z_2, \dots, Z_l$ фиксируют все изменения, происходящие в системе из-за прихода входных сигналов или по причине внутренних изменений, происходящих в системе.

Допустим, необходимо построить модель предприятия, занятого выпуском велосипедов. Представим предприятие в виде системы и построим ее модель. Тогда в качестве входов системы можно принять такие переменные: X_1 — поставки сырья для производства велосипедов, X_2 — поставки оборудования, X_3 — поток людей, нанимающихся на работу, X_4 — план выпуска продукции и т.п. Состояниями такой системы можно назвать: Z_1 — текущее время, Z_2 — дефицит оборудования, Z_3 — соответствие фактической численности работающих нормативной, Z_4 — степень выполнения плана на текущий момент и

т.п. Параметры системы могут характеризовать всевозможные нормы и нормативы, принятые для данного предприятия. Выходы системы отображают результаты ее функционирования и могут иметь следующие значения: Y_1 — количество выпущенной продукции, Y_2 — ее стоимость, Y_3 — производительность труда, Y_4 — величина полученной прибыли и другие показатели деятельности предприятия.

В конкретных моделях систем входы, выходы и состояния связаны между собой функциональными или статистическими зависимостями. Задавая определенные значения входных сигналов, исходных параметров, зависимости между переменными при помощи экономико-математических методов исследуют модель по интересующим показателям.

Модели различных систем могут образовывать более крупные и сложные модели. Для этого модели соединяют через их входы и выходы. На рис. 1.3.2 показано соединение трех моделей систем в одну.

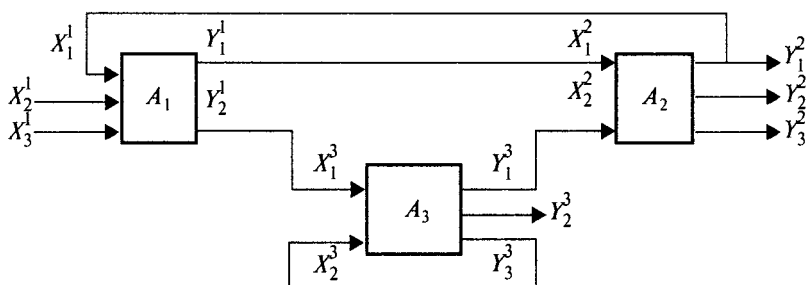


Рис. 1.3.2. Соединение трех моделей систем в одну

Сопряжение моделей между собой задается при помощи **операторов сопряжений**, которые указывают на наличие или отсутствие связей между отдельными входами и выходами. Запишем оператор сопряжения для модели, изображенной на рис. 1.3.2.

В данном случае он представлен в матричной форме (табл. 1.3.1). При наличии связей между входами и выходами в матрице проставляется цифра 1, в противном случае клетка матрицы остается пустой. Всякую совокупность моделей систем, сопряженных друг с другом, можно представить в виде одной модели системы с новыми наборами входов, выходов, состояний и параметров.

Функционирование системы во времени характеризуется появлением входных, выходных сигналов и изменением состояний в векторных пространствах входных, выходных сигналов и состояний.

Таблица 1.3.1

Оператор сопряжения

Вход	Выход							
	Y_1^1	Y_2^1	Y_1^2	Y_2^2	Y_3^2	Y_1^3	Y_2^3	Y_3^3
X_1^1			1					
X_2^1								
X_3^1								
X_1^2	1							
X_2^2						1		
X_1^3		1						
X_2^3								1

Под **пространством сигналов** или состояний понимается **n -мерное векторное пространство** типа

$$\bar{A} = \bar{A}_1 \times \bar{A}_2 \times \bar{A}_3 \times \dots \times \bar{A}_n, \quad \gamma = \overline{1, n}.$$

Точка в пространстве соответствует конкретному значению сигнала или состояния. Так, если задано пространство состояний $\bar{Z} = \bar{Z}_1 \times \bar{Z}_2 \times \bar{Z}_3 \times \dots \times \bar{Z}_n$, где $Z_\gamma \in \bar{Z}$ — ось пространства, то задание конкретного состояния системы означает задание точки $Z \subset \bar{Z}$ в пространстве состояний ее координатами. Координатами точки Z в пространстве $\bar{Z}$ являются проекции этой точки на все оси пространства, т.е. $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$.

Частные случаи пространств сигналов и состояний — двух- и трехмерное пространства. Наиболее наглядно двумерное пространство. На рис. 1.3.3 показано задание состояния некоторой системы в пространстве состояний.

Последовательность состояний системы в различные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_n$ называется **траекторией движения системы**, которая показывает изменение состояния системы во времени.

Реакция системы на какой-либо входной сигнал называется **переходным процессом**. Понятие переходного процесса можно применять как для состояний, так и для выходов системы. Поскольку при моде-

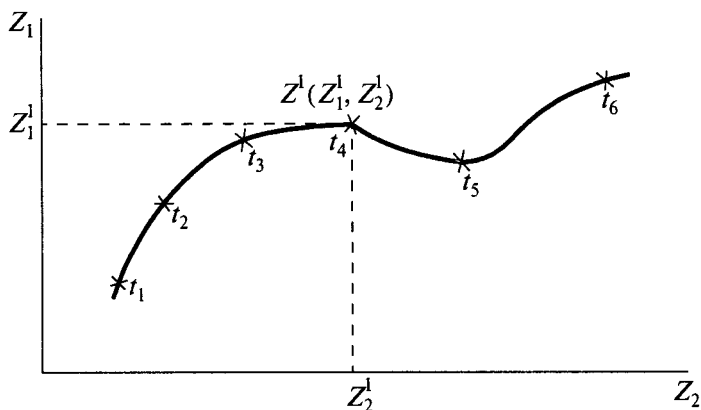


Рис. 1.3.3. Пространство состояния системы

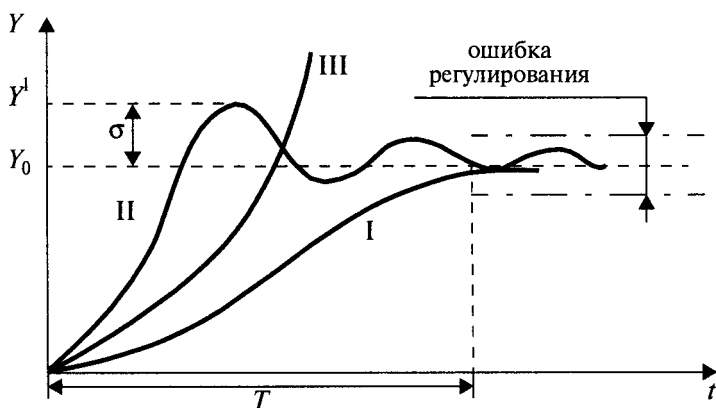


Рис. 1.3.4. Переходные процессы систем

лировании нас интересует значение выходов системы, то чаще переходный процесс системы относят к выходным сигналам. Переходные процессы систем изображены на рис. 1.3.4. Эти процессы характеризуются временем **переходного процесса** T , **величиной перерегулирования** σ (максимальное отклонение Y от Y_0 за время переходного процесса), **величиной колебательности переходного процесса** ξ (коэффициент демпфирования) и т.п. **Переходный процесс** — это **показатель функционирования системы во времени**, указывающий, как быстро и в какое новое состояние перейдет система в результате по-

явления входного сигнала. Система находится в равновесии, если ее состояние может оставаться неизменным неограниченное время. В системе может быть несколько состояний равновесия. Она может переходить из одного состояния равновесия в другое под действием входных сигналов или внутренних причин.

Система называется устойчивой, если под действием входного сигнала она переходит из одного состояния равновесия в другое. На рис. 1.3.4 переходные процессы I и II соответствуют устойчивой системе, а III — неустойчивой. Как правило, все системы, которые подлежат моделированию, устойчивы.

1.3.2. Сложность системы

В реальной жизни категория «сложность» обычно оценивается интуитивно — сложное или простое дело, сложный или простой вопрос. Естественно, что такие заключения опираются на субъективные оценки людей, которые, впрочем, делают это в простых ситуациях совсем неплохо.

Однако, когда мы имеем дело не с бытовыми ситуациями, а с реальной экономикой, рынком, взаимно противоречивыми интересами и когда ценой решения являются получаемая прибыль, возможность реализации проекта или даже стабильность финансовой системы, то интуитивных оценок сложности систем оказывается недостаточно.

Если сложную систему моделировать простой моделью, то, как правило, эффективность такой модели или незначительна или даже отрицательна. Поэтому попытаемся оценить сложность системы и научиться сравнивать системы по их сложности.

О сложности рассматриваемого объекта можно говорить, если он отнесен по своему уровню к организации, системе или структуре. Объекты отличаются друг от друга по степени сложности. Для того чтобы различать сложность того или иного объекта, вводится понятие «уровень сложности». Он может быть выражен через количество разнообразия, т.е. количество элементов того или иного вида, их связей и взаимосвязей, «отношений порядка» между ними.

При таком подходе можно утверждать, что каждый сложный объект обладает определенным разнообразием, а уровень сложности характеризуется числом элементов любой природы, входящих в объект. Например, если в качестве сложного объекта взять организацию, то ее разнообразие можно определить числом условно неделимых составляющих частей данной организации, числом «отношений порядка» и связей между ними. Если мы увеличим число условно недели-

мых частей организации, т.е. сделаем их мельче, то, естественно, возрастет число «отношений порядка» и связей и повысится степень разнообразия организации или уровень сложности данного объекта.

Попытаемся вычислить количество разнообразия системы. Воспользуемся для этого подходом Н.П. Бусленко [6]. Пусть наша система состоит из различных типов элементов. Для каждого элемента i -го типа, $i = \overline{1, n}$, установим весовой коэффициент S_i , характеризующий сложность этого элемента. Тогда количество разнообразия такой системы будет:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i k_i,$$

где k_i — число элементов i -го типа, входящих в систему.

Это выражение не учитывает число связей между элементами. Учесть число связей с определенной степенью точности можно так. Общее число элементов N равно:

$$N = \sum_{i=1}^n k_i.$$

Тогда максимально возможное число связей между элементами будет $N(N-1)$. Пусть фактическое число связей, реализуемых в системе, будет M^+ , тогда величина

$$\alpha = M^+ / (N(N-1)) \approx M^+ / N^2$$

фиксирует долю реализованных связей, а количество разнообразия системы можно оценить величиной

$$S = (1 + \gamma\alpha) \sum_{i=1}^n S_i k_i,$$

где γ — коэффициент, учитывающий разнообразие связей по сравнению со сложностью элементов.

Пример. Необходимо оценить уровень сложности некоторой отрасли, состоящей из 10 главков (k_1), 100 серийных заводов (k_2) и 1000 смежных предприятий, работающих на серийные заводы (k_3). Таким образом, в наличии имеется три типа элементов, т. е. $n=3$. Элемент первого типа (главок) имеет весовой коэффициент $S_1=20$, второго типа (завод) $S_2=15$ и третьего типа (смежное предприятие) $S_3=8$. В данном случае весовой коэффициент учитывает «отношение порядка», присутствующее в данной системе. Тогда количество разнообразия системы без учета связей будет найдено как

$$S = S_1 k_1 + S_2 k_2 + S_3 k_3,$$

т.е.

$$S = 10 \times 20 + 100 \times 15 + 1000 \times 8 = 200 + 1500 + 8000 = 9700.$$

Рассчитаем количество разнообразия с учетом возможных связей, учитывая, что

$$N = 10 + 100 + 1000 = 1110,$$

а α зададим равным 0,4 ($\alpha=0,4$) и $\gamma=1000$, тогда

$$S = (1 + 0,4 \times 1000) \times 9700 = 401 \times 9700 = 3889700.$$

Общую формулу, оценивающую количество разнообразия системы, можно модифицировать, если оценку количества разнообразия по связям осуществлять по аналогии с количеством разнообразия элементов, т.е.

$$P = \beta \sum_{j=1}^m U_j L_j,$$

где P — количество разнообразия системы по связям между элементами;

U_j — весовой элемент связи j -го типа ($j = \overline{1, m}$);

L_j — число связей j -го типа;

β — доля связей, реализованных в системе, причем

$$\beta = M^+(H(H-1)),$$

H — общее число связей в системе.

Общее выражение для количества разнообразия $S_{об}$ системы может выглядеть в этом случае так:

$$S_{об} = S a + P b,$$

$$a + b = 1,$$

где a, b — весовые коэффициенты относительной важности (значимости) элементов системы и связей.

Данное выражение можно сделать более детальным, если объект обладает сложной иерархической структурой и сопоставление (сложение) элементов различных уровней между собой затруднительно даже с использованием коэффициентов относительной важности. В этом случае сопоставляются элементы каждой иерархической группы отдельно путем применения ранее введенных выражений для S . Совокупное значение показателя сложности по каждому уровню в этом

случае вычисляется путем сложения значений S по каждой иерархии с учетом оценки относительной важности имеющихся иерархий на каждом уровне «отношений порядка». Общее значение сложности $S_{об}$ для всего объекта в целом вычислить затруднительно, так как задать оценки, сопрягающие между собой сложности каждого уровня, в общем виде невозможно. Поэтому значение $S_{об}$ целесообразно зафиксировать в виде определенного набора, например, вида

$$S_{об} = S_1, S_2, \dots, S_{\bar{\gamma}}, \quad \gamma = 1, \bar{\gamma},$$

где $S_{\bar{\gamma}}$ — численное значение сложности объекта на уровне $\bar{\gamma}$.

В некоторых случаях $S_{об}$ удастся получить в виде одного численного значения.

Эквивалентность объектов моделирования по их сложности оценивается либо при наличии одного численного значения $S_{об}$, либо путем сопоставления S_{γ} по каждому уровню иерархии при условии одинакового числа уровней γ . При различии $S_{об}$ для двух объектов менее чем на один порядок, объекты считаются эквивалентными с позиции моделирования.

Эквивалентность объектов по уровню сложности не означает эквивалентность по целевым функциям или критериям их достижения, а также по виду решаемой задачи или типу применяемой экономико-математической модели.

Оценка объектов по критерию сложности, сделанная выше, осуществляется только исходя из числа элементов, связей между ними и «отношений порядка» (уровней) и не имеет прямого отношения к определению сложности управления объектом.

1.3.3. Управление системами. Качество управления системой

Под управлением системой будем понимать процесс, ориентирующий некоторую систему на достижение определенной цели. Существует два содержания понятия управления: управление как управленческая деятельность и управление как процесс.

При рассмотрении управления как управленческой деятельности обычно имеют место объект управления и управляющий орган. Управленческая деятельность управляющего органа при этом сводится к выбору цели управления, методов и средств ее достижения, постановке задач управления, выбору исполнителей, постоянному контролю.

Понятие управления как управленческой деятельности состоит в отношении субъекта к объекту управления. Так, например, директор

предприятия, осуществляя управленческую деятельность, должен хорошо знать экономику, технику, технологию производства, людей, с которыми работает, должен ясно представлять перспективные цели и цели на отдельных этапах, знать законы.

Управление как процесс рассматривается независимо от конкретных характеристик объекта и субъекта. В этом случае управление сводится к определению параметров процесса управления и исследованию структурных особенностей процесса, последовательности его этапов. При такой трактовке управления обычно выделяют управляющую и управляемую подсистемы.

Понятие управления как процесса дает возможность управлять, не познавая полностью объект управления. Например, можно, не зная устройство автомобиля, научиться им управлять; можно настроить телевизор, не имея представления о его конструкции. Здесь налицо функциональный подход к управлению. Различие двух понятий управления наглядно проявляется при принятии решений. **Если управление рассматривается как процесс, то принятие решения сводится к выбору одного из вариантов управления, оптимального по заранее заданному критерию. Критерий в данном случае не является предметом принятия решения.** При рассмотрении управления как управленческой деятельности субъект управления должен сам вырабатывать критерии и цели управления, корректировать их в процессе управления. В этом смысле управление как деятельность — более широкое понятие, чем управление как процесс. Управленческая деятельность в целом гораздо менее формализуемое явление.

При экономико-математическом моделировании используются оба понятия управления, так как объекты исследования — социально-экономические системы. Однако применение конкретных математических методов возможно только для объектов, имеющих определенную, заранее заданную цель функционирования. **Экономико-математическое моделирование не занимается выработкой целей экономических объектов.** Это дело политической экономии и конкретных экономических наук. Экономико-математические методы определяют наилучшие пути управления системой в направлении достижения заданной цели. Таким образом, **управление при экономико-математическом моделировании следует понимать как управление процессами.** Управление в виде управленческой деятельности тоже присутствует в социально-экономических системах, так как они содержат человеческие коллективы, вырабатывающие цели, как подсистемы. Но эти коллективы, или подсистемы субъектов, отражающие объективную реальность и вырабатывающие определенные суждения и цели функционирования социально-экономических сис-

тем, базируются в своей деятельности на принципиально иных категориях и поэтому не могут быть полностью формализованы в виде экономико-математических моделей.

Модель социально-экономического объекта, способного вырабатывать и корректировать цели своего функционирования, можно представить как обычную систему с дополнительными управляющими входами (рис. 1.3.5).

Управляющие входы $g_1, g_2, \dots, g_p$ предназначены для изменения цели функционирования системы, которое может произойти только из внешней для данной системы среды.

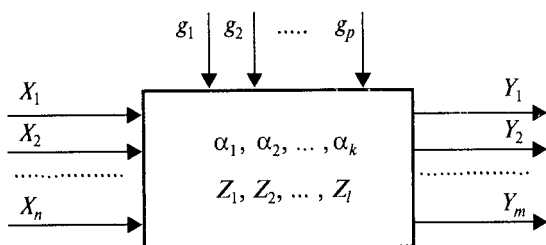


Рис. 1.3.5. Модель системы с корректируемыми целями

Всякое управление в таких системах осуществляется как информационный процесс: получение, обработка и передача информации. Изменение состояния системы в результате управления происходит на основе получения информации (приход входных сигналов) и является реакцией на команду, которая вырабатывается в системе после анализа информации, содержащейся во входном сигнале.

Изменение состояния системы в результате управления показано на рис. 1.3.6. Здесь Z_0 — исходное состояние системы, а Z_{n1}, Z_{n2}, Z_{n3} — новые состояния системы, полученные при различной интенсивности управляющего сигнала.

Управление системой неразрывно связано с понятием цели управления системой или просто цели системы. Под целью управления системой понимают желаемое значение ее выходов при условии, что выходы в достаточной мере отражают состояние системы. Цель — это своеобразный эталон функционирования системы. При моделировании цель системы представляется в виде целевой функции, т.е. математического выражения связей входов и выходов системы друг с другом, отражающих поведение системы с точки зрения целевой установки.

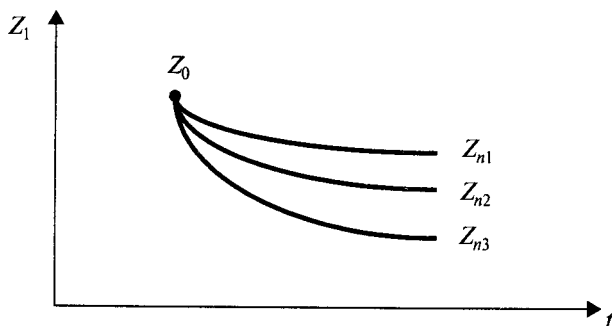


Рис. 1.3.6. Изменение состояния системы при различной интенсивности управляющего сигнала

Понятие цели системы — идеализированное понятие. Обычно выходные сигналы или состояния системы находятся вблизи целевых значений или колеблются около них. Чтобы оценить степень приближения системы к ее цели, вводят понятие **критерия достижения цели** или критерия цели.

Критерием цели назовем правило, позволяющее оценить фактическое поведение системы (состояние входов, значение целевой функции) по сравнению с желаемым (целевым) поведением и зафиксировать достаточность или недостаточность этой оценки. По критерию цели отбирают вариант поведения системы (оптимальный вариант), наиболее отвечающий значению цели системы. Обычно критерии задают в виде минимума (максимума) целевой функции или значений выходов системы, однако это всего лишь частный случай. Существует большое число математических имитационных методов, где существенно расширен круг способов задания целевых функций и критериев целей.

Построение целевых функций систем — одна из важнейших задач экономики-математического моделирования. Рассмотрим основные принципиальные положения определения целевых функций систем.

Принцип однозначности требует наличия одной-единственной целевой функции для системы. Если в системе имеется несколько частных целевых функций, то их следует объединить в одну посредством какой-либо комбинации, например

$$A = A_1 K_1 + A_2 K_2 + \dots + A_n K_n,$$

где A — обобщенная целевая функция системы;

K — коэффициенты относительной важности частных целевых функций.

Принцип управляемости выражает необходимость зависимости целевой функции от параметров управления системой (входных сигналов).

Принцип подходящей формы заключается в установлении такой формы целевой функции, при которой она имела бы практический смысл, т.е. задавала бы экстремальность, попадание в определенный интервал, какие-нибудь другие требования к показателям, а также была однозначной.

В практических задачах встречаются различные типы целевых функций. Рассмотрим наиболее употребляемые.

Целевую функцию прибыли обычно задают в следующем виде:

$$F = \sum_i U_i V_i - \sum_j C_j P_j,$$

где U_i — цена i -го вида продукции;

V_i — объем выпуска i -го вида продукции;

C_j — стоимость единицы j -го типа ресурса, пошедшего на изготовление продукции;

P_j — потребная величина j -го типа ресурса.

Данная целевая функция направлена на обеспечение максимальной положительной разницы между объемом реализованной продукции и величиной затрат ресурсов, пошедших на ее изготовление, т.е. на получение максимальной прибыли.

Целевая функция себестоимости имеет вид

$$F = \sum_i C_i(X_k),$$

где X_k — фактор, влияющий на себестоимость.

Эта целевая функция отражает стоимость, связанную с процессом производства. Обычно под переменными X_k понимают стоимость факторов, поддающихся управлению (стоимость материалов, топлива и т.п.), а функцию F минимизируют.

Целевую функцию качества некоторого процесса задают в виде квадратичной формы

$$F = \sum_i \psi_j (\bar{Y}_j - Y_j)^2,$$

где ψ_j — положительный весовой коэффициент j -го параметра;

$\bar{Y}_j$ — требуемое значение качества j -го параметра;

Y_j — фактическое значение качества j -го параметра.

Целевая функция качества обеспечивает минимизацию взвешенной суммы квадратов отклонений всех параметров от их требуемых значений.

Целевая функция времени выражает стремление минимизировать время протекания процесса между двумя фиксированными граничными условиями и может быть записана в следующем виде:

$$T = \min \int_{t_0}^{t_f} dt.$$

Понятие обратной связи. Оно лежит в основе большинства процессов управления и является фундаментальным. Что такое обратная связь? В формальном представлении с позиции системы обратная связь означает получение информации о результате управления. Выходной сигнал системы, несущий информацию о ее состоянии, должен поступить на вход системы. На рис. 1.3.7 представлена модель

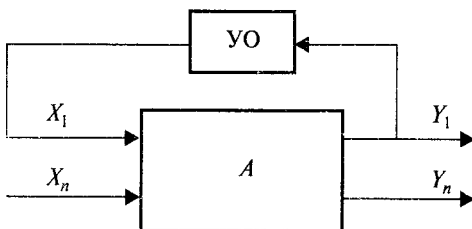


Рис. 1.3.7. Модель системы с обратной связью

системы с обратной связью через некоторый управляющий орган УО.

Приведем несколько примеров систем с обратной связью. Чтобы взять какой-либо предмет, человек протягивает руку, глазами следит за ее положением в пространстве и непрерывно управляет движением руки относительно предмета, исправляя ошибки движения руки к предмету. Здесь налицо система «человек — предмет», зрительная обратная связь: «глаза — рука (через управляющий орган — мозг)».

В качестве системы с обратной связью можно представить процессы производства товаров и услуг на некоторый рынок, через величину спроса регулирующий необходимую величину производства товаров или оказания услуг.

Обратная связь в системах может быть отрицательной и положительной.

Отрицательная обратная связь характеризуется тем, что выходной сигнал, воздействующий на вход системы, имеет противоположный знак по отношению к входному, вызвавшему изменение состояния системы. Тем самым он нейтрализует в определенной степени вход-

ной сигнал. Системы с отрицательной обратной связью обычно предназначены для поддержания ее в устойчивом состоянии. Так, например, при поддержании постоянного уровня производства и потребления используются различные механизмы отрицательной обратной связи.

Положительная обратная связь характеризуется тем, что выходной сигнал, подаваемый в качестве обратной связи на вход, имеет одинаковый знак с входным сигналом и усиливает действие входного сигнала. Системы с положительной обратной связью неустойчивы и обычно находятся в стадиях развития или гибели.

Типы управления. В практике встречается несколько типов управления системами: жесткое (без обратной связи), с обратной связью, адаптивное.

Жесткое управление, или управление без обратной связи, является простейшим. При нем система полностью зависит от программы изменения входного управляющего сигнала. Такой вид управления применяется, когда изменения выходного сигнала в зависимости от входного известны и действие помех на систему не приводит к существенным искажениям ее выходных характеристик. Примерами жесткого управления можно назвать управление токарным станком, управление автомобильным движением при помощи светофора, работу ЭВМ по заданной программе и пр.

Управление с обратной связью — наиболее распространенный тип управления — рассмотрено выше.

Адаптивное управление также является управлением с обратной связью и отличается от последнего наличием специального адаптивного (приспособительного) механизма, накапливающего и анализирующего информацию о прошлых управленческих ситуациях, вырабатывающего новое поведение на основе прошлого опыта в соответствии с заложенными целями и критериями.

Адаптивное управление присуще сложным системам, которым в процессе функционирования приходится изменять программы и стратегии поведения путем обучения. Теория адаптивного управления пока не получила большого развития, как, например, теория систем с обратной связью, вследствие чрезвычайной сложности формирования принципов обучения.

Мы рассмотрели наиболее важные понятия и идеи, используемые при моделировании применительно к социально-экономическим объектам. Заметим, что категории «организация», «система», «структура» и связанные с ними понятия легко поддаются формальному математическому описанию.

Рассмотренные выше понятия позволяют ввести **оценку качества управления**. Ее легко сопоставить по аналогии с качеством вождения автомобиля. Опытный водитель и «чайник» ведут автомобиль по-разному, с различным качеством. Под качеством здесь понимаются безопасность, комфорт, скорость движения, расход бензина и т.п.

В данном случае будем рассматривать качество управления системой с точки зрения ее **эффективности и устойчивости**. Под эффективностью понимается степень достижения поставленной цели с учетом заданных критериев ее достижения.

Понятие целевых функций и критериев достижения целей были даны выше (см. с. 29–30), поэтому укажем только на особенности введения целевых функций в имитационные модели. **Для каждого элемента модели может быть определена целевая функция с учетом критерия ее достижения.** Например, целевая функция элемента, поддерживающего уровень запаса бензина на рынке автомобильного топлива, может быть выбрана в виде определенной нормативной величины, а критерий ее достижения задан интервалом, центр которого и есть нормативная величина запаса.

В целом для системы может быть выбран один из способов формирования единой целевой функции, например, предложенный на с. 30, а также модель допустимого компромисса или выбор оптимального решения по ряду ранжированных по убыванию важности целевых функций.

Рассмотрим понятие устойчивости системы.

Устойчивость системы будем трактовать как **способность системы переходить из одного состояния равновесия в другое** в случае воздействия на нее извне или внутренних изменений. На рис. 1.3.8 показано поведение двух систем — устойчивой А и неустойчивой Б.

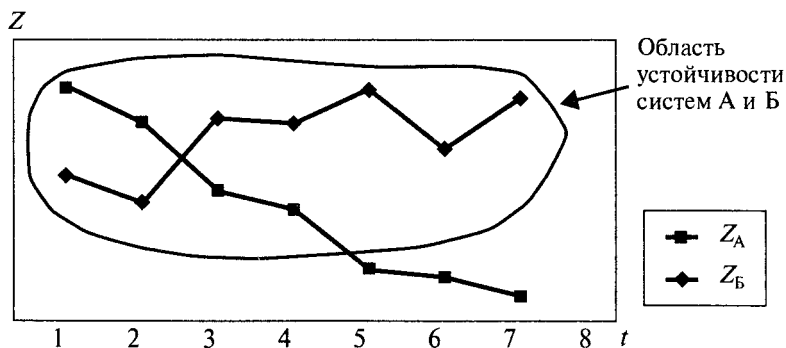


Рис. 1.3.8. Область устойчивости систем А и Б

Пусть системы А и Б имеют состояния Z_A и Z_B соответственно. В моменты времени t_1-t_7 приходят входные воздействия (сигналы), переводящие состояние системы в новое значение. Контурной линией показана область устойчивых значений состояния систем. Выход значения состояния из данной области значений говорит о том, что система становится неустойчивой. В данном примере система Б неустойчива, так как после прохождения точки t_4 выходит из области устойчивости.

Понятие устойчивости связано с величиной воздействия или сигнала, вызвавшего изменения состояния системы. Поэтому, говоря об устойчивости системы, следует учитывать предельные отклонения воздействующего сигнала или внутреннего изменения системы, сопоставляя его с изменением состояния последней. Если входные воздействия обозначить через X , то для устойчивой системы можно записать следующее:

$$\text{при } X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \text{ значения } Z_{\min} \leq Z \leq Z_{\max};$$

а для неустойчивых систем:

$$\text{при } X_{\min} > X > X_{\max} \text{ значения } Z_{\min} > Z > Z_{\max},$$

где $X_{\min}$, $X_{\max}$ — соответственно минимально и максимально возможные изменения воздействия, т.е. сигнала или внутреннего изменения в системе;

$Z_{\min}$, $Z_{\max}$ — соответственно минимально и максимально возможные изменения состояния систем, не выходящие из области устойчивости последних.

Если Z — состояние системы, то величины ΔZ^- и ΔZ^+ , т. е.

$$\Delta Z^- = Z_{\min} - Z \text{ и } \Delta Z^+ = Z_{\max} - Z,$$

будем называть **запасом устойчивости системы**.

При наличии в системе нескольких параметров состояния, т.е. при наличии пространства состояний $Z \in \bar{Z}$, необходимо, чтобы условия устойчивости выполнялись для каждой составляющей состояния $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$, $i = \overline{1, n}$. Если хотя бы для одного значения Z_i условия устойчивости не выполняются, то система неустойчива в целом. Для устойчивых систем имеют место **устойчивые переходные процессы** (см. рис. 1.3.4).

Выбор значений $Z_{\min}$ и $Z_{\max}$ имеет весьма существенное значение для качества управления, так как он влияет на устойчивость системы. В экономических системах при их имитационном моделировании

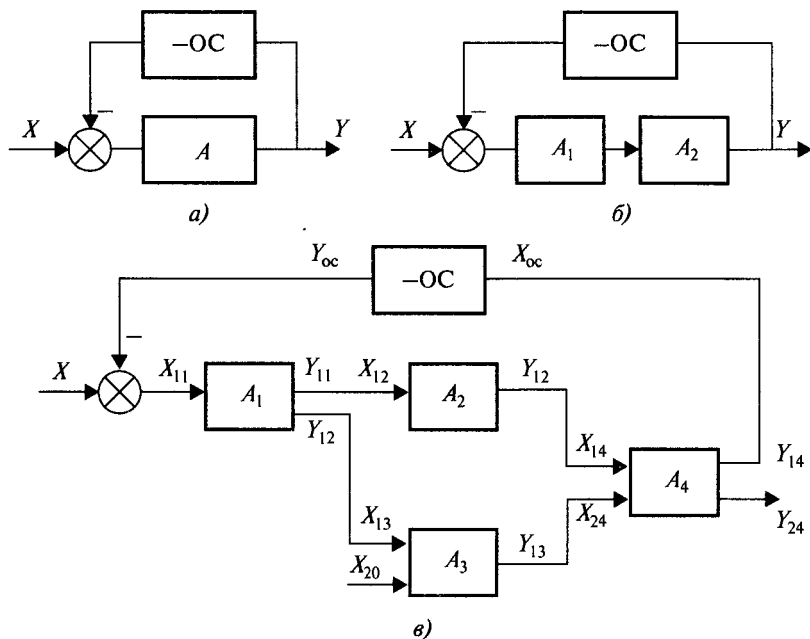


Рис. 1.3.9. Элементы систем:

а), б) с отрицательными обратными связями; в) без обратной связи

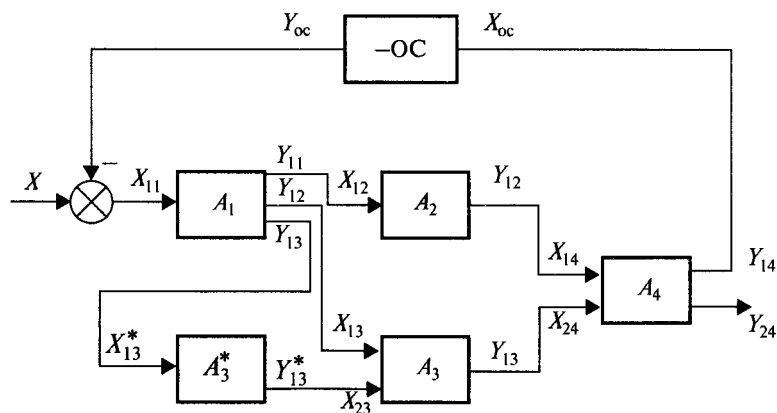


Рис. 1.3.10. Преобразование системы в) (рис. 1.3.9) по входу X_{20} к системе с обратной связью

выбор $Z_{\min}$ и $Z_{\max}$ сложен и может быть осуществлен только специалистами по конкретному объекту или процессу при помощи экспертного анализа.

Запасы устойчивости ΔZ следует выбирать исходя из наличия случайных или враждебных для системы возмущений с учетом заданной или доверительной вероятности случайного или враждебного возмущения. В общем случае устойчивость системы будем характеризовать некоторым функционалом $U(Z, Z_{\min}, Z_{\max}, \theta)$, где θ — оценка надежности системы.

В заключение заметим, что вопросы управления и качества управления системой возникают для систем с **обратной связью**, причем с **отрицательной обратной связью**, т.е. когда реакция системы или ее выходной сигнал анализируются системой и сопоставляются с желаемым или целевым значением реакции или выходного сигнала. Величина отклонения от желаемого значения должна поступить на вход системы для уменьшения этого отклонения до допустимой ошибки. Поэтому каждый элемент системы, группу элементов или все элементы системы целесообразно замыкать обратной связью, чтобы сопоставлять значения выходного сигнала (реакции системы) со значениями, заданными целевой функцией.

На рис. 1.3.9 показаны примеры элементов и системы с отрицательной обратной связью (ОС). Заметим, что система *в*) при наличии входа X_{20} перестает быть с обратной связью, так как этот вход не контролируется и не сопоставляется с заданным значением целевой функции. Обратная связь будет, если вход X_{20} убрать или преобразовать систему так, чтобы сигнал X_{20} шел не извне, а из какого-то элемента этой системы, например из системы A_3^* , показанной на рис. 1.3.10.

1.3.4. Надежность и эффективность системы

Под надежностью экономических объектов или процессов будем понимать способность объекта противостоять изменению его эффективности в случае выхода из строя отдельных его частей, взаимосвязей или несанкционированного изменения «отношений порядка» между частями этого объекта, а также несанкционированного воздействия на объект извне для нарушения его эффективности.

Причины выхода из строя отдельных частей объекта или нарушения взаимосвязей между ними могут быть различными. К ним можно отнести ошибки при организационном построении элементов объекта, недостаточный уровень дублирования отдельных звеньев или частей объекта, форс-мажорные обстоятельства и даже противодействие со стороны конкурирующих объектов. Переходя на язык систем,

можно сказать, что **надежность всякой системы зависит от надежности каждого ее элемента, связей между элементами и правильности установлений «отношений порядка» в системе, т.е. от надежности всех атрибутов системы.**

Введем по аналогии с техническими системами показатели **«вероятность безотказной работы»** системы и ее **«среднее время безотказной работы»**. Эти показатели есть у каждого атрибута системы — элементов, связей, отношений порядка. Оценка этих показателей по каждому атрибуту системы позволяет оценить надежность системы в целом.

Параллельное или последовательное расположение элементов системы дает возможность складывать или перемножать вероятности их безотказной работы при оценке вероятности безотказной работы системы в целом, используя для этого теорию вероятностей и теорию надежности.

В сложных экономических объектах или процессах, как правило, много дублирующих или замещающих атрибутов, поэтому выход из строя одних элементов может не повлиять на эффективность или устойчивость системы, а выход из строя недублированных атрибутов может привести к снижению эффективности системы или даже к ее гибели.

Общую модель оценки надежности системы можно представить следующим образом. Предположим, что **надежность системы непосредственно влияет на качество управления системой**. Обозначим **качество управления через W** . Предположим, что оно выражается через две основные характеристики: эффективность системы $\mathcal{E}$ и устойчивость системы U , т.е.

$$W = \varphi(\mathcal{E}, U, \Theta),$$

где φ — функционал, увязывающий $\mathcal{E}$, U и Θ ;

Θ — показатель надежности системы.

В этом случае **изменение показателя надежности системы влияет на качество управления системой**. Влияние может быть оказано как на значения **показателей эффективности**, т.е. на степень достижения целей системы, так и на **показатели устойчивости** системы, т.е. запасы устойчивости.

Изменения показателей эффективности системы, в том числе и ее снижение, можно выразить следующим образом:

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}^0 - \mathcal{E}^H,$$

где $\Delta \mathcal{E}$ — изменение показателя эффективности или степени достижения целевой функции;

$\mathcal{E}^0$ — эффективность системы (значение целевой функции) в пределах заданной ошибки в случае не выхода из строя атрибутов системы;

$\mathcal{E}^H$ — значение целевой функции системы в случае выхода из строя каких-либо атрибутов системы.

Величину $\mathcal{E}$ следует определять для каждого вида систем отдельно.

Рассчитать эффективность $\mathcal{E}$ теоретически для сложных систем невозможно, поэтому оценить надежность системы при влиянии внешних воздействий или отказов тех или иных атрибутов системы **можно только применяя имитационные модели**. Для этого в процессе расчетов следует по заданному плану вывести из строя полностью или частично те атрибуты системы, которые, по мнению экспертов, могут быть подвергнуты атаке извне или отказу по причине недостаточной надежности. Если $\Delta\mathcal{E}$ при этом остается в допустимых пределах, т.е. соответствует критерию достижения цели, то система может быть оценена как достаточно надежная при заданных возмущающих воздействиях. Если показатель $\Delta\mathcal{E}$ вышел за пределы допустимых значений, то такую систему следует дублировать по тем атрибутам, которые приводят к недопустимым нарушениям ее эффективности.

Аналогичные выводы можно сделать в отношении показателей устойчивости системы, т.е. оценить изменения запасов устойчивости при прогнозируемых внешних возмущениях или отказах атрибутов системы.

1.3.5. Самоорганизация систем

Большинство действующих экономических **объектов** или процессов **обладают свойством самоорганизации**. В интуитивном понимании это свойство сводится к умению того или иного объекта менять поведение или структуру в зависимости от окружающей обстановки в направлении, отвечающем интересам этого объекта.

В формализованном представлении свойство самоорганизации можно описать следующим образом. Пусть имеется некоторая система А, которая может быть представлена в форме модели сложной системы с дополнительными управляющими входами $G = g_1, g_2, \dots, g_l$ (см. рис. 1.3.5). Имеется также система Б, модель которой вырабатывает значения управляющих сигналов $g_1, g_2, \dots, g_l$ в зависимости от значения показателя качества управления системой W , т.е.

$$G = \Psi(W, \lambda),$$

где G — множество управляющих входных сигналов, способных корректировать значение качества управления W в зависимости от набора заданных правил λ ;

Ψ — функционал, увязывающий заданную зависимость между W и λ .

Наборы правил λ и взаимосвязь их с качеством управления W , формирующие управляющий входной сигнал G , могут быть заданы только экспертами.

Управляющий сигнал G корректирует значение показателя качества управления W , что в свою очередь может привести к изменению параметров системы $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ в желаемом направлении. Заметим, что корректировка качества управления может быть также связана и с изменением структуры данной системы, т.е. всей совокупности ее атрибутов.

На рис. 1.3.11 показана модель объекта в виде модели сложной системы, обладающей свойством самоорганизации.

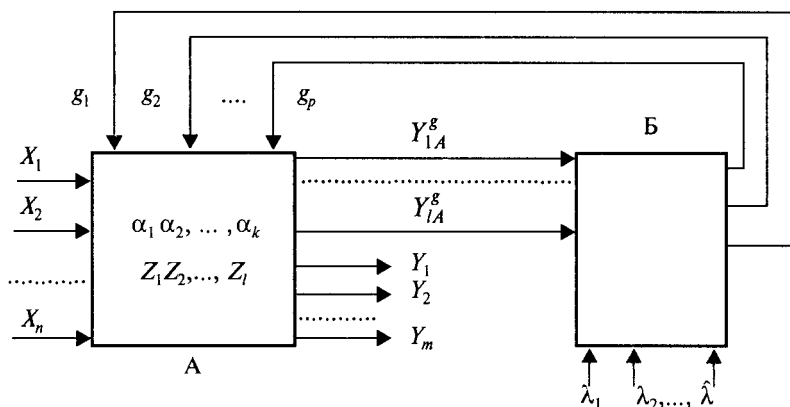


Рис. 1.3.11. Модель самоорганизующегося объекта

Моделирование самоорганизующихся систем не представляет особых теоретических проблем, если применяется имитационная модель, позволяющая ввести любой набор правил $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \hat{\lambda}$, корректирующих качество управления W . Входы, выходы и состояние этой модели (соответственно X , Y и Z) работают в имитационной модели в обычном режиме и описывают объект или процесс. Выходы системы с индексом «g», т.е. Y^g , отображают параметры качества управления W . Они поступают в систему Б, где анализируются в соответствии с имеющимся набором правил $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \hat{\lambda}$ и формируют управляющие сигналы G .

В зависимости от набора правил самоорганизации различают адаптивные, гомеостатические и экстремальные системы.

Адаптивные системы улучшают поведение в зависимости от значений состояния за определенный период времени, т.е. в начале, середине или конце интервала, в течение которого измеряется состояние системы. Примерами адаптивных моделей можно назвать статистические модели Брауна и Хольта, которые, не являясь имитационными моделями, могут применяться в последних при оценке тех или иных параметров или способов формирования правил $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda$. Примеры указанных моделей приведены в п. 2.1.5.

Гомеостатические системы характерны тем, что поддерживают свое состояние в заданных границах.

Экстремальные системы поддерживают свое состояние в каком-то экстремальном значении, т.е. в минимуме или максимуме.

1.4. Этапы построения имитационных моделей

Процедура построения имитационных моделей заключается в выполнении этапов работ в следующей последовательности.

1. Содержательное описание объекта моделирования в виде системы, постановка задачи и формирование целей.

2. Формализация задачи, построение структуры модели, определение целевых функций и критериев достижения целей.

3. Выбор методов моделирования для конкретных элементов моделируемой системы.

4. Построение модели, разработка моделирующего алгоритма и апробация на контрольном примере, необходимая корректировка модели.

5. Моделирование системы, включая планирование имитационных реализаций, имитирование входных и управляющих сигналов, помех, пробных и несанкционированных воздействий на те или иные атрибуты системы, вычисление различных статистических характеристик.

6. Анализ результатов моделирования, выбор наиболее эффективной структуры и стратегии поведения моделируемой системы с учетом наиболее вероятных входных или возмущающих воздействий.

7. Подготовка отчета об имитационном моделировании в терминах данного объекта или процесса и планирование внедрения результатов моделирования в практику.

При выполнении всех вышеназванных этапов построения имитационных моделей целесообразно использовать **системный подход**.

Суть его при моделировании объекта заключается в проведении определенной последовательности операций. Для реализации системного подхода необходимы следующие действия:

- изучить и выделить все главные и второстепенные черты и свойства объекта;
- расположить их в определенной последовательности друг за другом;
- указать их взаимосвязи, характеристики взаимосвязей;
- четко поставить (построив «дерево» целей) цель исследования или моделирования объекта;
- определить критерии (показатели) достижения цели;
- выбрать основные черты и свойства, которые следует учитывать при исследовании или моделировании в соответствии с поставленной целью;
- разработать методы и средства достижения цели;
- определить необходимые для этого ресурсы;
- построить план достижения целей исследования или моделирования объекта;
- осуществить исследование или моделирование.

Системный подход позволяет анализировать различные варианты и способы моделирования, исследовать применимость того или иного математического аппарата. Применение системного подхода дает больше шансов на построение эффективной экономико-математической модели.

Часто имитационное моделирование сопоставляют с имитационной системой, состоящей из совокупности:

- имитационных моделей**, отображающих определенные черты, свойства или части «большой системы» и позволяющих отвечать на вопрос: что будет при данных условиях и принятом решении? (прямая задача моделирования);
- экспертов и экспертных процедур**, необходимых для анализа и оценки различных решений, отбрасывания заведомо слабых решений, построения сценариев развития событий, выработки целей и критериев;
- языков ЭВМ**, на основе которых осуществляется двусторонний контакт экспертов с ЭВМ. Эксперт задает исходные данные, меняет структуру моделей, задает вопросы ЭВМ при помощи специальных языков моделирования.

Таким образом, имитационная система состоит из трех вышеназванных элементов.

Имитационные модели [5, 19, 36, 43] представляют собой сложные программы для компьютера, описывающие поведение компонентов системы и взаимодействие между ними. Обсчет этой программы при различных исходных данных позволяет имитировать динамические процессы, происходящие в реальной системе. В результате исследования модели, являющейся аналогом реального объекта, получают количественные характеристики, отображающие его поведение при заданных условиях (исходных данных).

Изменяя исходные данные моделирования, можно получить достоверную информацию о поведении объекта в той или иной ситуации. Эти данные впоследствии могут быть использованы для разработки теории поведения объекта.

Реализация имитационных моделей обычно начинается с построения **скелетной модели**, т.е. модели, отображающей только те характеристики объекта, без которых функционирование модели невозможно. Все синтетические (неосновные) характеристики и показатели, включая способы формирования управляющих сигналов, и несанкционированные воздействия моделируются отдельными блоками и включаются в имитационную модель по мере необходимости провести то или иное исследование.

Эксперты и экспертные процедуры представляют собой определенные коллективы людей, работающих по сформулированным правилам. Существует большое число методик экспертного анализа, включающих способы формирования экспертных групп, методики или правила их деятельности, например экспертные системы Делфи, Паттерн и т.п.

Языки ЭВМ при имитационном моделировании могут применяться как универсальные, так и специализированные, например, типа Mathcad, УАИМ, а также предложенный в гл. 6.

Завершая исследование базовых проблем и основ имитационного моделирования, укажем, что в последующих главах мы уделим основное внимание углубленному изучению наиболее сложных проблем имитационного моделирования, мало освещенных в литературе. Наиболее важные из них — **методы формирования реальных входных сигналов, выбор эффективных схем имитационного моделирования реальных систем, создание единого языка** (не математического) имитационного моделирования и реальные примеры имитационных моделей сложных экономических систем.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое имитационная модель?
2. В чем отличие имитационных моделей от аналитических?
3. Что такое система и ее состав?
4. Чем организация отличается от системы?
5. В чем отличие структуры от организации и системы?
6. Каковы составные элементы элементарной модели сложной системы?
7. Каковы методы сопряжения имитационных моделей?
8. Дайте определения пространств входных и выходных сигналов, а также пространства состояний.
9. Что такое траектория движения системы?
10. Поясните суть переходного процесса и его параметров. Что такое устойчивые системы?
11. Поясните понятие сложной системы (уровень сложности, количество разнообразий и т.п.).
12. Назовите методы оценки сложности системы.
13. В чем заключается эквивалентность объектов и их моделей?
14. Что такое управление системами? Объясните понятие «цель управления» и «критерий ее достижения».
15. Что такое целевые функции, их виды и формы?
16. Объясните понятия «обратная связь», «отрицательная обратная связь».
17. Какие существуют типы управления системами? Что такое адаптивное управление?
18. В чем заключаются эффективность и устойчивость системы, запасы устойчивости?
19. Что такое надежность и эффективность систем?
20. Как определяется качество управления системой? Что такое самоорганизующиеся системы?
21. Каков порядок построения имитационных моделей?

2. ОСОБЕННОСТИ И ВОЗМОЖНОСТИ СОПРЯЖЕНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

2.1. Моделирование входных данных

Формирование входных данных для имитационных моделей — одна из важнейших задач, так как упрощение, пренебрежение или сведение входных данных к каким-либо аналитическим зависимостям делает модель, как правило, неадекватной моделируемому объекту. К входным данным по терминологии систем обычно относят входные сигналы, управляющие сигналы, параметры системы и выходные сигналы от одних блоков, поступающие на вход каких-либо других блоков данной модели.

Как правило, не возникает проблем при задании параметров систем, так как они являются обычно известными «технологическими» величинами (пропускная способность, мощность, производительность, емкость, количество информации, удельные затраты, скорость и т.п.). Управляющие сигналы формируются исследователем или образуются в результате работы какого-либо заданного правила или алгоритма. Поэтому формирование управляющих сигналов также не представляет принципиальных трудностей. Выходные сигналы из одного блока, поступающие в другой в качестве входных, как правило, уже сформированы для их использования.

Главные вопросы возникают при задании для модели входных сигналов или входных данных, поступающих из внешней среды, которая в виде модели не представлена. Формирование входных сигналов из внешней для данной имитационной модели среды можно осуществлять, если известны законы их формирования.

В общем случае входные сигналы из внешней среды можно представить в виде динамических рядов, фиксирующих значение какого-то показателя в определенные моменты времени, или какого-либо потока событий, появляющихся в заранее неизвестные моменты времени. Характеристика или значение того или иного события могут быть как одинаковыми, так и разными.

На рис. 2.1.1 показаны четыре возможных типа входных сигналов: Y_1 — поток случайных событий во времени, где событие представлено лишь фактом его появления в какие-то неизвестные заранее моменты времени; Y_2 — поток случайных событий во времени, у которого событие характеризуется не только фактом его появления, но и конкретным неодинаковым во времени числовым значением данного события; Y_3 — дискретный ряд, характеризующий значение показателя в определенные регулярные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_9$; Y_4 — значение показателя, которое может быть получено в любой момент времени (непрерывная функция).

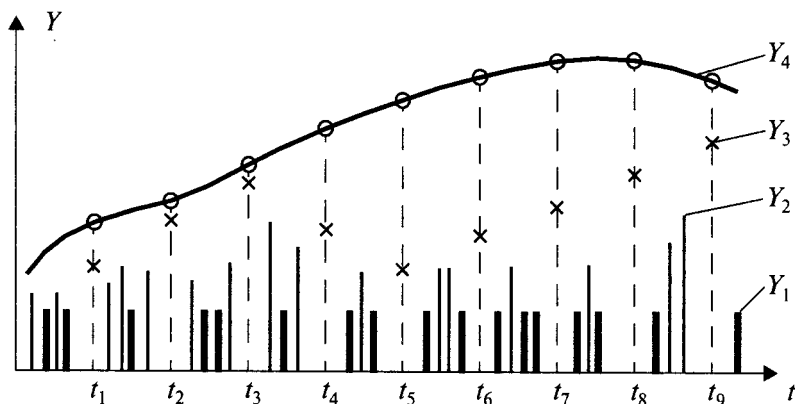


Рис. 2.1.1. Типы входных сигналов

Все эти типы сигналов, различные по форме, как регулярные, так и не регулярные во времени можно записать в форме единого динамического ряда с событиями, происходящими в регулярные моменты времени $t'_1, t'_2, \dots, t'_i, \dots, t'_n$. Для входных сигналов вида Y_3 и Y_4 это очевидно, так как или они сами являются регулярными или их значение может быть измерено в регулярные промежутки времени, а для сигналов Y_1 и Y_2 всегда можно на оси времени подобрать такие регулярные интервалы $[t_i, t_{i+1}]$, при которых $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ будет меньше допустимой наперед заданной ошибки появления случайного события, если оно произошло не в регулярные моменты времени t_i или t_{i+1} . Следовательно, данные потоки событий можно всегда сделать регулярными, подобрав соответствующие интервалы.

Таким образом, мы приходим к выводу, что моделировать любые типы входных сигналов или входных данных может динамический ряд вида Y_i [30]

$$Y_t = U_t + V_t + E_t + Z_t + \eta_t,$$

где U_t — тренд динамического ряда: регулярная компонента, характеризующая общую тенденцию;
 V_t — циклическая компонента;
 E_t — случайная компонента, образующаяся под влиянием различных (как правило, неизвестных) причин;
 Z_t — компонента, обеспечивающая сопоставимость элементов динамического ряда;
 η_t — управляющая компонента, с помощью которой воздействуют на значения членов динамического ряда для формирования в будущем желанной траектории.

Модель динамического ряда в виде Y_t допускает расчленение каждого значения временного ряда на составляющие, что важно при формировании входных данных для имитационных моделей. Раздельное вычисление компонент U_t , V_t , E_t , Z_t носит название фильтрации компонент. Если требуется вычислить значение тренда совместно с сезонной составляющей, т.е. $U_t + V_t$, то данная процедура называется сглаживанием, а полученный при этом ряд $U_t + V_t$ тренд-сезонным временным рядом. Компонента η_t в модели динамического ряда Y_t применяется для формирования входных данных заданного вида.

Моделирование динамического ряда Y_t осуществляется в виде последовательности следующих процедур.

1. Корректировка динамического ряда специальной компонентой Z_t для устранения несопоставимости в связи с неодинаковой базой сравнения или наличием факторов, резко нарушающих закономерное развитие данного ряда.

2. Вычисление тренда динамического ряда U_t .

3. Нахождение циклической компоненты V_t .

4. Оценка случайной компоненты E_t .

Оценка всех составляющих входного сигнала позволяет учесть практически весь спектр воздействия на реальную имитационную модель. Причем имитационная модель позволяет исследовать влияние как каждой составляющей входного сигнала в отдельности, так и комплексное воздействие сигнала в целом. Возможность оценки реакции модели от каждой составляющей по отдельности открывает большие перспективы перед исследователем в части формирования пробных воздействий, отличающихся от действующих в настоящий момент. Тем самым имитационная модель может быть проверена на устойчивость при самых разных вариантах развития входного сигнала. Оценка устойчивости и ее запасов позволяет определить предельные значения входного сигнала или его составляющих, при которых

данная имитационная модель или данный сложный экономический объект могут функционировать без сбоев.

Моделирование входного сигнала или входных данных в виде динамического ряда Y_t опирается на отработанный перечень математических подходов и приемов, которые могут быть упрощены в связи с тем, что имитационная модель не требует той математической строгости, без которой аналитические методы просто не работают. Вместе с тем достоверность фильтрации составляющих ряда Y_t должна соответствовать степени точности, необходимой для данной имитационной модели.

Рассмотрим существующие способы фильтрации компонент ряда Y_t .

2.1.1. Методы корректировки динамического ряда

Если рассматриваемый динамический ряд подозревается в несопоставимости его членов по каким-либо причинам, то он должен быть проанализирован на одинаковость баз сопоставления и наличие факторов, воздействующих на данный ряд, но не входящих в предмет исследования в этом случае. Других вариантов несопоставимости членов динамического ряда придумать трудно.

Одинаковость баз сопоставления проверить просто. Если рассматриваются, например, годовые, квартальные или месячные данные, то нужно учитывать, что каждый год, квартал или месяц может иметь различное число рабочих дней за эти периоды. Следовательно, когда речь идет об объеме выпуска продукции, транспортных перевозках, объеме сделок на бирже и тому подобном, то различное число дней в расчетных периодах может оказать существенное влияние.

Устранить эту несопоставимость можно различными способами. Самое простое — пренебречь ею. Если необходимо более точное исследование, то можно усреднить число рабочих дней в каждом одноименном периоде, затем найти среднее значение показателя за каждый день и уменьшить (увеличить) член ряда на величину показателя, соответствующего недостатку или избытку числа рабочих дней в рассматриваемом периоде.

Допустим, февраль имеет обычно 28 дней, а декабрь — 31 день. Даже не считая установленные государством нерабочие дни, видно, что декабрь имеет на 3 дня больше, чем февраль. Поэтому, если сопоставлять эти месяцы между собой, например, по объему выпуска какой-то продукции, то целесообразно сделать следующее. Установить среднее число дней в месяце (пусть 30) и затем рассчитать среднедневной выпуск продукции; вычесть его один раз от декабрьских

данных и добавить дважды к февральским данным. В этом случае данные декабря и февраля при оценке производства продукции будут более сопоставимы, чем без корректировки.

В случаях более или менее постоянного различия в числе рабочих дней или часов в месяце или неделе возможно построение циклической волны рабочих дней или часов в заданном периоде по аналогии с построением сезонной волны [30, с. 48–50].

Несопоставимость членов динамического ряда возникает также, если имеют место факторы случайного характера, не являющиеся предметом данного исследования. Например, производственный цикл какого-то объекта был нарушен из-за стихийного бедствия, забастовки, крупной аварии и т.п. В этих случаях возможно устранить случайные возмущения различными путями. Например, изучая графическое изображение ряда визуально, можно увидеть и вычеркнуть данное значение ряда, заменив его на другое, например, на усредненное значение предыдущего и последующего членов ряда. Можно применить также методику Ирвина [44, с. 31–32] или метод исследования стандартных отклонений.

2.1.2. Определение трендовой компоненты

Трендовую компоненту U_t может найти механическими, аналитическими или комбинированными методами сглаживания. Механические методы наиболее просты, но их сложнее использовать в практике имитационного моделирования. Аналитические методы более сложны в расчете, менее точны, но удобны при реализации на имитационных моделях. Удобство связано с тем, что воспроизведение аналитической зависимости на модели гораздо проще, чем воспроизведение процедуры механического сглаживания ряда.

Рассмотрим пример аналитического нахождения трендовой составляющей по методике, изложенной в работе [30, с. 54–72].

Пример. Предположим, что необходимо построить имитационную модель химчистки. Входными данными в эту модель является число вещей, прошедших обработку (табл. 2.1.1). Следует отметить, что аналогичную форму могут иметь модели биржи, где в качестве основного показателя можно взять число сделок в месяц; банка — с показателем числа обслуженных клиентов в месяц или в день; любой транспортной системы с показателем объема перевезенных грузов или пассажиров и т.п.

Предположим также, что динамический ряд, приведенный в табл. 2.1.1, проверен на сопоставимость и выявлено два отклонения,

Таблица 2.1.1

Количество вещей, прошедших обработку за 63 месяца

Месяц	Годы					
	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Январь	454	370	308	182	146	217
Февраль	595	443	345	224	163	184
Март	912	592	360	265	234	258
Апрель	948	644	527	311	331	—
Май	679	509	354	291	275	—
Июнь	557	409	375	186	198	—
Июль	64	415	0	111	282	—
Август	637	528	266	202	392	—
Сентябрь	802	708	458	317	408	—
Октябрь	844	646	431	339	381	—
Ноябрь	429	502	287	240	225	—
Декабрь	477	349	193	152	218	—

существенно нарушающих тенденцию — июль 1992 г. и июль 1994 г. В эти периоды (максимального сезонного спада) химчистка закрывалась, и все работники уходили в отпуск. Однако для определения трендовой компоненты мы пока не будем корректировать данные по этим месяцам, чтобы затем сопоставить результаты после корректировки данных.

Для нахождения тренда проанализируем три типа зависимости между переменными:

линейную зависимость $\tilde{y} = a_0 + a_1 t$;

параболическую зависимость $\tilde{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;

гиперболическую зависимость $\tilde{y} = a_0 + \frac{1}{t} a_1$.

Рассчитаем методом наименьших квадратов коэффициенты для этих типов зависимостей.

1. Линейная зависимость $\tilde{y} = a_0 + a_1 t$.

Система нормальных уравнений для линейной зависимости будет:

$$\begin{cases} a_1 \sum t_i + a_0 n = \sum y_i \\ a_1 \sum t_i^2 + a_0 \sum t_i = \sum t_i y_i. \end{cases}$$

Для расчета коэффициентов построим табл. 2.1.2.

Таблица 2.1.2

Расчет коэффициентов линейного уравнения

Номер месяца	t_i	y_i	t_i^2	$y_i t_i$	$\tilde{y}_i$
1	2	3	4	5	6
1	1	454	1	454	614,196
2	2	595	4	1 190	606,757
3	3	912	9	2 736	599,318
4	4	948	16	3 792	591,879
5	5	679	25	3 395	584,44
6	6	557	36	3 342	577,001
7	7	64	49	448	569,562
8	8	637	64	5 096	562,123
9	9	802	81	7 218	554,684
10	10	844	100	8 440	547,245
11	11	429	121	4 719	539,806
12	12	477	144	5 724	532,367
13	13	370	169	4 810	524,928
14	14	443	196	6 202	517,489
15	15	592	225	8 880	510,05
16	16	644	256	10 304	502,611
17	17	509	289	8 653	495,172
18	18	409	324	7 362	487,733
19	19	415	361	7 885	480,294

Продолжение табл. 2.1.2

1	2	3	4	5	6
20	20	528	400	10 560	472,855
21	21	708	441	14 868	465,416
22	22	646	484	14 212	457,977
23	23	502	529	11 546	450,538
24	24	349	576	8 376	443,099
25	25	308	625	7 700	435,66
26	26	345	676	8 970	428,221
27	27	360	729	9 720	420,782
28	28	527	784	14 756	413,343
29	29	354	841	10 266	405,904
30	30	375	900	11 250	398,465
31	31	0	961	0	391,026
32	32	266	1024	8 512	383,587
33	33	458	1089	15 114	376,148
34	34	431	1156	14 654	368,709
35	35	287	1225	10 045	361,27
36	36	193	1296	6 948	353,831
37	37	182	1369	6 734	346,392
38	38	224	1444	8 512	338,953
39	39	265	1521	10 335	331,514
40	40	311	1600	12 440	324,075
41	41	291	1681	11 931	316,636
42	42	186	1764	7 812	309,197
43	43	111	1849	4 773	301,758

Окончание табл. 2.1.2

1	2	3	4	5	6
44	44	202	1936	8 888	294,319
45	45	317	2025	14 265	286,88
46	46	339	2116	15 594	279,441
47	47	240	2209	11 280	272,002
48	48	152	2304	7 296	264,563
49	49	146	2401	7 154	257,124
50	50	163	2500	8 150	249,685
51	51	234	2601	11 934	242,246
52	52	331	2704	17 212	234,807
53	53	275	2809	14 575	227,368
54	54	198	2916	10 692	219,929
55	55	282	3025	15 510	212,49
56	56	392	3136	21 952	205,051
57	57	408	3249	23 256	197,612
58	58	381	3364	22 098	190,173
59	59	225	3481	13 275	182,734
60	60	218	3600	13 080	175,295
61	61	217	3721	13 237	167,856
62	62	184	3844	11 408	160,417
63	63	258	3969	16254	152,978
Σ	2016	24 149	85 344	617 794	

Подставим в систему значения из табл. 2.1.2:

$$\begin{cases} 2016a_1 + 63a_0 = 24\,149 \\ 85\,344a_1 + 2016a_0 = 617\,794 \end{cases}$$

$$a_1 = -7,439;$$

$$a_0 = 621,635.$$

Подставляем значение коэффициентов в уравнение:

$$\tilde{y} = 621,635 - 7,439t.$$

На рис. 2.1.2 представлен график линейной зависимости членов ряда $\tilde{y}_i$ от времени за 63 рассматриваемых месяца.

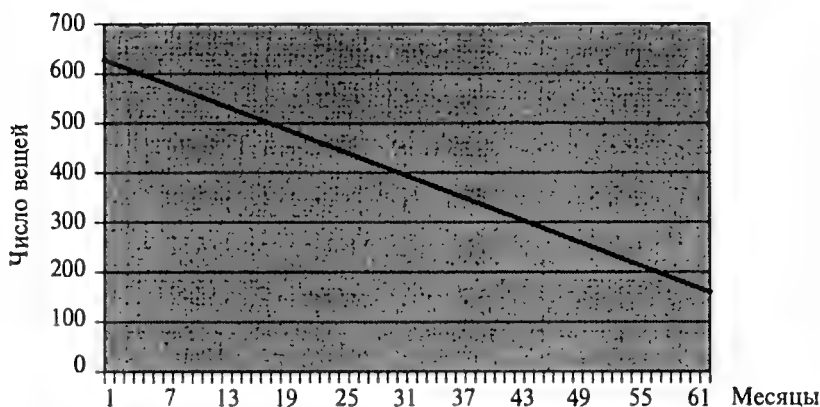


Рис. 2.1.2. Линейная модель ряда

2. Параболическая зависимость $\tilde{y} = a_0 + a_1t + a_2t^2$.

Система нормальных уравнений для параболы имеет следующий вид:

$$\begin{cases} a_0n + a_1\sum t_i + a_2\sum t_i^2 = \sum y_i \\ a_0\sum t_i + a_1\sum t_i^2 + a_2\sum t_i^3 = \sum t_i y_i \\ a_0\sum t_i^2 + a_1\sum t_i^3 + a_2\sum t_i^4 = \sum t_i^2 y_i \end{cases}$$

Подставляя табличные значения (табл. 2.1.3), получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 63a_0 + 20\,832a_1 + 0 = 24\,149 \\ 0 + 20\,832a_1 + 0 = -154\,974 \\ 20\,832a_0 + 0 + 12\,395\,040a_2 = 8\,888\,462 \end{cases}$$

$$a_0 = 43,815;$$

$$a_1 = -7,444;$$

$$a_2 = 0,643.$$

Модель (рис. 2.1.3) имеет вид:

$$\tilde{y} = 43,815 - 7,444t + 0,643t^2.$$

Таблица 2.1.3

Расчет коэффициентов параболического уравнения

Номер месяца	t_i	y_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$t_i y_i$	$t_i^2 y_i$	$\tilde{y}_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-31	454	961	-29791	923521	-14074	436294	892,502
2	-30	595	900	-27000	810000	-17850	535500	845,835
3	-29	912	841	-24389	707281	-26448	766992	800,454
4	-28	948	784	-21952	614656	-26544	743232	756,359
5	-27	679	729	-19683	531441	-18333	494991	713,55
6	-26	557	676	-17576	456976	-14482	376532	672,027
7	-25	64	625	-15625	390625	-1600	40000	631,79
8	-24	637	576	-13824	331776	-15288	366912	592,839
9	-23	802	529	-12167	279841	-18446	424258	555,174
10	-22	844	484	-10648	234256	-18568	408496	518,795
11	-21	429	441	-9261	194481	-9009	189189	483,702
12	-20	477	400	-8000	160000	-9540	190800	449,895
13	-19	370	361	-6859	130321	-7030	133570	417,374
14	-18	443	324	-5832	104976	-7974	143532	386,139
15	-17	592	289	-4913	83521	-10064	171088	356,19
16	-16	644	256	-4096	65536	-10304	164864	327,527
17	-15	509	225	-3375	50625	-7635	114525	300,15
18	-14	409	196	-2744	38416	-5726	80164	274,059
19	-13	415	169	-2197	28561	-5395	70135	249,254
20	-12	528	144	-1728	20736	-6336	76032	225,735
21	-11	708	121	-1331	14641	-7788	85668	203,502
22	-10	646	100	-1000	10000	-6460	64600	182,555
23	-9	502	81	-729	6561	-4518	40662	162,894
24	-8	349	64	-512	4096	-2792	22336	144,519
25	-7	308	49	-343	2401	-2156	15092	127,43

Продолжение табл. 2.1.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	-6	345	36	-216	1296	-2070	12420	111,627
27	-5	360	25	-125	625	-1800	9000	97,11
28	-4	527	16	-64	256	-2108	8432	83,879
29	-3	354	9	-27	81	-1062	3186	71,934
30	-2	375	4	-8	16	-750	1500	61,275
31	-1	0	1	-1	1	0	0	51,902
32	0	266	0	0	0	0	0	43,815
33	1	458	1	1	1	458	458	37,014
34	2	431	4	8	16	862	1724	31,499
35	3	287	9	27	81	861	2583	27,27
36	4	193	16	64	256	772	3088	24,327
37	5	182	25	125	625	910	4550	22,67
38	6	224	36	216	1296	1344	8064	22,299
39	7	265	49	343	2401	1855	12985	23,214
40	8	311	64	512	4096	2488	19904	25,415
41	9	291	81	729	6561	2619	23571	28,902
42	10	186	100	1000	10000	1860	18600	33,675
43	11	111	121	1331	14641	1221	13431	39,734
44	12	202	144	1728	20736	2424	29088	47,079
45	13	317	169	2197	28561	4121	53573	55,71
46	14	339	196	2744	38416	4746	66444	65,627
47	15	240	225	3375	50625	3600	54000	76,83
48	16	152	256	4096	65536	2432	38912	89,319
49	17	146	289	4913	83521	2482	42194	103,094
50	18	163	324	5832	104976	2934	52812	118,155
51	19	234	361	6859	130321	4446	84474	134,502
52	20	331	400	8000	160000	6620	132400	152,135
53	21	275	441	9261	194481	5775	121275	171,054
54	22	198	484	10648	234256	4356	95832	191,259

Окончание табл. 2.1.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	23	282	529	12167	279841	6486	149178	212,75
56	24	392	576	13824	331776	9408	225792	235,527
57	25	408	625	15625	390625	10200	255000	259,59
58	26	381	676	17576	456976	9906	257556	284,939
59	27	225	729	19683	531441	6075	164025	311,574
60	28	218	784	21952	614656	6104	170912	339,495
61	29	217	841	24389	707281	6293	182497	368,702
62	30	184	900	27000	810000	5520	165600	399,195
63	31	258	961	29791	923521	7998	247938	430,974
Σ	0	24149	20832	0	12395040	-154974	8888462	

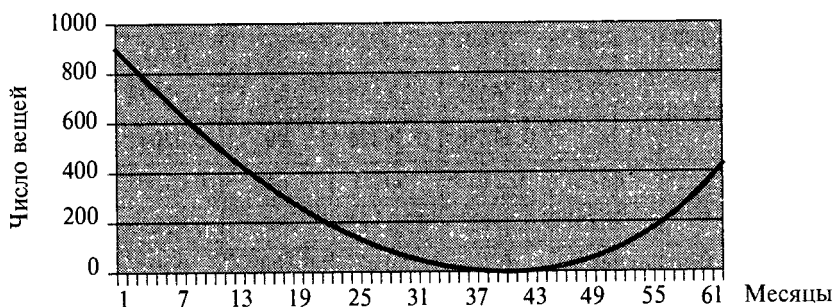


Рис. 2.1.3. Параболическая модель ряда

3. Гиперболическая зависимость $\tilde{y} = a_0 + \frac{1}{t}a_1$.

Система нормальных уравнений для гиперболы такова:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum \frac{1}{t_i} = \sum y_i \\ a_0 \sum \frac{1}{t_i} + a_1 \sum \frac{1}{t_i^2} = \sum y_i \frac{1}{t_i} \end{cases}$$

Подставив данные из табл. 2.1.4, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 63a_0 + 4,728a_1 = 24\,149, \\ 4,728a_0 + 1,629a_1 = 2469,95. \end{cases}$$

$$a_0 = 344,584,$$

$$a_1 = 516,1183.$$

Модель имеет вид:

$$\tilde{y} = 344,584 + \frac{1}{t} \cdot 516,1183.$$

Таблица 2.1.4

Расчет коэффициентов для гиперболического уравнения

Номер месяца	t_i	y_i	$1/t_i$	$y_i(1/t_i)$	t_i^2	$1/t_i^2$	$\tilde{y}_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	454	1	454	1	1	860,702
2	2	595	0,5	297,5	4	0,25	602,643
3	3	912	0,33333	304	9	0,11111	516,623
4	4	948	0,25	237	16	0,0625	473,614
5	5	679	0,2	135,8	25	0,04	447,808
6	6	557	0,16667	92,8333	36	0,02778	430,604
7	7	64	0,14286	9,14286	49	0,02041	418,315
8	8	637	0,125	79,625	64	0,01563	409,099
9	9	802	0,11111	89,1111	81	0,01235	401,93
10	10	844	0,1	84,4	100	0,01	396,196
11	11	429	0,09091	39	121	0,00826	391,504
12	12	477	0,08333	39,75	144	0,00694	387,594
13	13	370	0,07692	28,4615	169	0,00592	384,285
14	14	443	0,07143	31,6429	196	0,0051	381,45
15	15	592	0,06667	39,4667	225	0,00444	378,992
16	16	644	0,0625	40,25	256	0,00391	376,841
17	17	509	0,05882	29,9412	289	0,00346	374,944
18	18	409	0,05556	22,7222	324	0,00309	373,257
19	19	415	0,05263	21,8421	361	0,00277	371,748
20	20	528	0,05	26,4	400	0,0025	370,39
21	21	708	0,04762	33,7143	441	0,00227	369,161
22	22	646	0,04545	29,3636	484	0,00207	368,044

Продолжение табл. 2.1.4

1	2	3	4	5	6	7	8
23	23	502	0,04348	21,8261	529	0,00189	367,024
24	24	349	0,04167	14,5417	576	0,00174	366,089
25	25	308	0,04	12,32	625	0,0016	365,229
26	26	345	0,03846	13,2692	676	0,00148	364,435
27	27	360	0,03704	13,3333	729	0,00137	363,699
28	28	527	0,03571	18,8214	784	0,00128	363,017
29	29	354	0,03448	12,2069	841	0,00119	362,381
30	30	375	0,03333	12,5	900	0,00111	361,788
31	31	0	0,03226	0	961	0,00104	361,233
32	32	266	0,03125	8,3125	1024	0,00098	360,713
33	33	458	0,0303	13,8788	1089	0,00092	360,224
34	34	431	0,02941	12,6765	1156	0,00087	359,764
35	35	287	0,02857	8,2	1225	0,00082	359,33
36	36	193	0,02778	5,36111	1296	0,00077	358,921
37	37	182	0,02703	4,91892	1369	0,00073	358,533
38	38	224	0,02632	5,89474	1444	0,00069	358,166
39	39	265	0,02564	6,79487	1521	0,00066	357,818
40	40	311	0,025	7,775	1600	0,00063	357,487
41	41	291	0,02439	7,09756	1681	0,00059	357,172
42	42	186	0,02381	4,42857	1764	0,00057	356,873
43	43	111	0,02326	2,5814	1849	0,00054	356,587
44	44	202	0,02273	4,59091	1936	0,00052	356,314
45	45	317	0,02222	7,04444	2025	0,00049	356,053
46	46	339	0,02174	7,36957	2116	0,00047	355,804
47	47	240	0,02128	5,10638	2209	0,00045	355,565
48	48	152	0,02083	3,16667	2304	0,00043	355,336
49	49	146	0,02041	2,97959	2401	0,00042	355,117
50	50	163	0,02	3,26	2500	0,0004	354,906

Окончание табл. 2.1.4

1	2	3	4	5	6	7	8
51	51	234	0,01961	4,58824	2601	0,00038	354,704
52	52	331	0,01923	6,36538	2704	0,00037	354,509
53	53	275	0,01887	5,18868	2809	0,00036	354,322
54	54	198	0,01852	3,66667	2916	0,00034	354,142
55	55	282	0,01818	5,12727	3025	0,00033	353,968
56	56	392	0,01786	7	3136	0,00032	353,8
57	57	408	0,01754	7,15789	3249	0,00031	353,639
58	58	381	0,01724	6,56897	3364	0,0003	353,483
59	59	225	0,01695	3,81356	3481	0,00029	353,332
60	60	218	0,01667	3,63333	3600	0,00028	353,186
61	61	217	0,01639	3,55738	3721	0,00027	353,045
62	62	184	0,01613	2,96774	3844	0,00026	352,908
63	63	258	0,01587	4,09524	3969	0,00025	352,776
Σ	2016	24149	4,72827	2469,95	85344	1,62919	

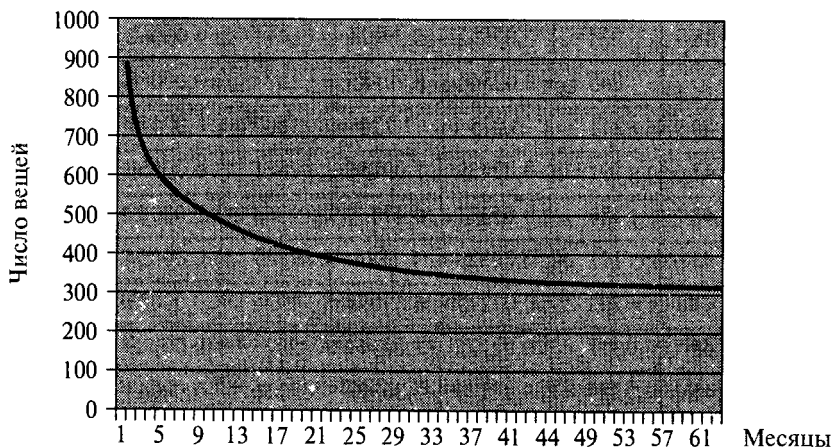


Рис. 2.1.4. Гиперболическая модель ряда

Сопоставим по методу наименьших квадратов (МНК) полученные три модели тренда и выберем модель, имеющую наименьшее значение суммы квадратов отклонений.

В табл. 2.1.5 рассчитаны данные для сопоставления моделей, по которым видно, что наименьшая сумма квадратов отклонений имеет линейная модель (1 400 665).

Таким образом, трендовая составляющая для данного ряда определяется уравнением

$$\tilde{y} = 621,635 - 7,439t.$$

Найденная трендовая составляющая в общем виде может быть записана как

$$\tilde{y} = (U_t + V_t) + E_t, \text{ при } Z_t = \eta_t = 0,$$

т.е. найдена тренд-циклическая составляющая $U_t + V_t$, где имеет место также случайная компонента E_t . Тренд-циклическая составляющая $U_t + V_t$ представляет собой сглаженный ряд y_t . Она обычно близка к U_t , если циклическая составляющая V_t имеет регулярный и стационарный характер, т.е. когда циклические колебания более или менее симметричны относительно линии тренда.

Учитывая сказанное, теперь можно приступить к оценке адекватности полученной модели, для чего исследуется компонента E_t . Оценка адекватности осуществляется путем исследования трех условий применительно к ряду E_t . Это условия случайности, нормальности и независимости компоненты E_t .

В данном случае мы не будем приводить проверку нашей линейной модели на адекватность, чтобы не усложнять изложение главной задачи. Данная модель адекватна. Желаящие осуществить проверку модели на адекватность или освоить методику этой оценки могут обратиться к работе [58, с. 65–72]. Оценка на адекватность построенной модели тренда — обязательное условие применения найденной трендовой составляющей в дальнейших расчетах.

Итак, учет трендовой составляющей при формировании входных данных позволит оценить тенденцию и ввести ее в модель.

2.1.3. Определение циклической компоненты

Нахождение циклической компоненты также важно при формировании входных данных. Если построить график изменения показателя работы химчистки в вышеприведенном примере (рис. 2.1.5), то явно просматриваются значительные циклические колебания. Они отражают прежде всего сезонный характер загрузки предприятия. Существует много способов фильтрации таких циклических явлений. Наиболее простые из них — **метод построения сезонных волн** [30, с. 74–79], а также **гармонический анализ**.

Таблица 2.1.5

Расчет сравнительных данных по МНК для трех моделей

t_i	Линейная модель					Параболическая модель					Гиперболическая модель				
	y_i	$\tilde{y}_i$	$y_i - \tilde{y}_i$	$(y_i - \tilde{y}_i)^2$	y_i	$\tilde{y}_i$	$y_i - \tilde{y}_i$	$(y_i - \tilde{y}_i)^2$	y_i	$\tilde{y}_i$	$y_i - \tilde{y}_i$	$(y_i - \tilde{y}_i)^2$	y_i	$\tilde{y}_i$	$(y_i - \tilde{y}_i)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
1	454	614,196	-160,2	25662,8	454	892,502	-438,5	192284	454	860,702	-406,7	165407			
2	595	606,757	-11,757	138,227	595	845,835	-250,84	62918,2	595	602,643	-7,643	58,4154			
3	912	599,318	312,682	97770	912	800,454	111,546	12442,5	912	516,623	395,377	156323			
4	948	591,879	356,121	126822	948	756,359	191,641	36726,3	948	473,614	474,386	225042			
5	679	584,44	94,56	8941,59	679	713,55	-34,55	1193,7	679	447,808	231,192	53449,7			
6	557	577,001	-20,001	400,04	557	672,027	-115,03	13231,2	557	430,604	126,396	15975,9			
7	64	569,562	-505,56	255593	64	631,79	-567,79	322385	64	418,315	-354,32	125539			
8	637	562,123	74,877	5606,57	637	592,839	44,161	1950,19	637	409,099	227,901	51938,9			
9	802	554,684	247,316	61165,2	802	555,174	246,826	60923,1	802	401,93	400,07	160056			
10	844	547,245	296,755	88063,5	844	518,795	325,205	105758	844	396,196	447,804	200528			
11	429	539,806	-110,81	12278	429	483,702	-54,702	2992,31	429	391,504	37,496	1405,95			
12	477	532,367	-55,367	3065,5	477	449,895	27,105	734,681	477	387,594	89,406	7993,43			
13	370	524,928	-154,93	24002,7	370	417,374	-47,374	2244,3	370	384,285	-14,285	204,061			
14	443	517,489	-74,489	5548,61	443	386,139	56,861	3233,17	443	381,45	61,55	3788,4			

Продолжение табл. 2.1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
15	592	510,05	81,95	6715,8	592	356,19	235,81	55606,4	592	378,992	213,008	45372,4
16	644	502,611	141,389	19990,8	644	327,527	316,473	100155	644	376,841	267,159	71373,9
17	509	495,172	13,828	191,214	509	300,15	208,85	43618,3	509	374,944	134,056	17971
18	409	487,733	-78,733	6198,89	409	274,059	134,941	18209,1	409	373,257	35,743	1277,56
19	415	480,294	-65,294	4263,31	415	249,254	165,746	27471,7	415	371,748	43,252	1870,74
20	528	472,855	55,145	3040,97	528	225,735	302,265	91364,1	528	370,39	157,61	24840,9
21	708	465,416	242,584	58847	708	203,502	504,498	254518	708	369,161	338,839	114812
22	646	457,977	188,023	35352,6	646	182,555	463,445	214781	646	368,044	277,956	77259,5
23	502	450,538	51,462	2648,34	502	162,894	339,106	114993	502	367,024	134,976	18218,5
24	349	443,099	-94,099	8854,62	349	144,519	204,481	41812,5	349	366,089	-17,089	292,034
25	308	435,66	-127,66	16297,1	308	127,43	180,57	32605,5	308	365,229	-57,229	3275,16
26	345	428,221	-83,221	6925,73	345	111,627	233,373	54463	345	364,435	-19,435	377,719
27	360	420,782	-60,782	3694,45	360	97,11	262,89	69111,2	360	363,699	-3,699	13,6826
28	527	413,343	113,657	12917,9	527	83,879	443,121	196356	527	363,017	163,983	26890,4
29	354	405,904	-51,904	2694,03	354	71,934	282,066	79561,2	354	362,381	-8,381	70,2412
30	375	398,465	-23,465	550,606	375	61,275	313,725	98423,4	375	361,788	13,212	174,557
31	0	391,026	-391,03	152901	0	51,902	-51,902	2693,82	0	361,233	-361,23	130489

Продолжение табл. 2.1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
32	266	383,587	-117,59	13826,7	266	43,815	222,185	49366,2	266	360,713	-94,713	8970,55
33	458	376,148	81,852	6699,75	458	37,014	420,986	177229	458	360,224	97,776	9560,15
34	431	368,709	62,291	3880,17	431	31,499	399,501	159601	431	359,764	71,236	5074,57
35	287	361,27	-74,27	5516,03	287	27,27	259,73	67459,7	287	359,33	-72,33	5231,63
36	193	353,831	-160,83	25866,6	193	24,327	168,673	28450,6	193	358,921	-165,92	27529,8
37	182	346,392	-164,39	27024,7	182	22,67	159,33	25386	182	358,533	-176,53	31163,9
38	224	338,953	-114,95	13214,2	224	22,299	201,701	40683,3	224	358,166	-134,17	18000,5
39	265	331,514	-66,514	4424,11	265	23,214	241,786	58460,5	265	357,818	-92,818	8615,18
40	311	324,075	-13,075	170,956	311	25,415	285,585	81558,8	311	357,487	-46,487	2161,04
41	291	316,636	-25,636	657,204	291	28,902	262,098	68695,4	291	357,172	-66,172	4378,73
42	186	309,197	-123,2	15177,5	186	33,675	152,325	23202,9	186	356,873	-170,87	29197,6
43	111	301,758	-190,76	36388,6	111	39,734	71,266	5078,84	111	356,587	-245,59	6031,3
44	202	294,319	-92,319	8522,8	202	47,079	154,921	24000,5	202	356,314	-154,31	23812,8
45	317	286,88	30,12	907,214	317	55,71	261,29	68272,5	317	356,053	-39,053	1525,14
46	339	279,441	59,559	3547,27	339	65,627	273,373	74732,8	339	355,804	-16,804	282,374
47	240	272,002	-32,002	1024,13	240	76,83	163,17	26624,4	240	355,565	-115,57	13355,3
48	152	264,563	-112,56	12670,4	152	89,319	62,681	3928,91	152	355,336	-203,34	41345,5

Окончание табл. 2.1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
49	146	257,124	-111,12	12348,5	146	103,094	42,906	1840,92	146	355,117	-209,12	43729,9
50	163	249,685	-86,685	7514,29	163	118,155	44,845	2011,07	163	354,906	-191,91	36827,9
51	234	242,246	-8,246	67,9965	234	134,502	99,498	9899,85	234	354,704	-120,7	14569,5
52	331	234,807	96,193	9253,09	331	152,135	178,865	31992,7	331	354,509	-23,509	552,673
53	275	227,368	47,632	2268,81	275	171,054	103,946	10804,8	275	354,322	-79,322	6291,98
54	198	219,929	-21,929	480,881	198	191,259	6,741	45,4411	198	354,142	-156,14	24380,3
55	282	212,49	69,51	4831,64	282	212,75	69,25	4795,56	282	353,968	-71,968	5179,39
56	392	205,051	186,949	34949,9	392	235,527	156,473	24483,8	392	353,8	38,2	1459,24
57	408	197,612	210,388	44263,1	408	259,59	148,41	22025,5	408	353,639	54,361	2955,12
58	381	190,173	190,827	36414,9	381	284,939	96,061	9227,72	381	353,483	27,517	757,185
59	225	182,734	42,266	1786,41	225	311,574	-86,574	7495,06	225	353,332	-128,33	16469,1
60	218	175,295	42,705	1823,72	218	339,495	-121,5	14761	218	353,186	-135,19	18275,3
61	217	167,856	49,144	2415,13	217	368,702	-151,7	23013,5	217	353,045	-136,05	18508,2
62	184	160,417	23,583	556,158	184	399,195	-215,2	46308,9	184	352,908	-168,91	28529,9
63	258	152,978	105,022	11029,6	258	430,974	-172,97	29920	258	352,776	-94,776	8982,49
Σ				1406665				3536119				2220275

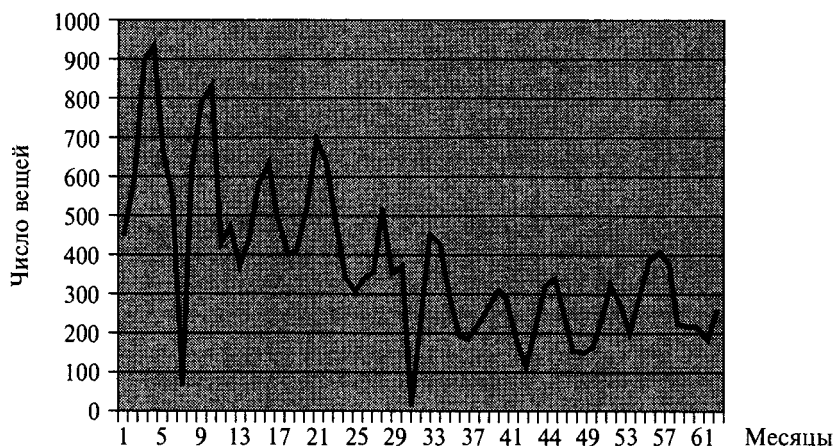


Рис. 2.1.5. График изменения показателя работы химчистки

В общем виде циклическая компонента может быть найдена в соответствии с выражением

$$V_t + E_t = Y_t - U_t$$

при условии, что $\eta_t = Z_t = 0$. Циклическая и случайная компоненты в сумме представляют собой остаток, образующийся после выделения из временного ряда тренда. Если тренд найден правильно, то математическое ожидание случайной компоненты близко к нулю и ее колебания около среднего значения постоянны.

При разделении V_t и E_t первой обычно находят циклическую составляющую, а оставшуюся часть относят к случайной составляющей. Рассмотрим наиболее простой способ вычисления циклической составляющей путем нахождения сезонной волны.

Пусть $(V_1^1, V_2^1, \dots, V_n^1)$, $(V_1^2, V_2^2, \dots, V_n^2)$, ..., $(V_1^r, V_2^r, \dots, V_n^r)$ — описание сезонного процесса за j сезонных периодов, $j=1, 2, \dots, r$. Сезонный процесс развивается за время T или в дискретные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_n$.

Сезонной волной этого процесса называется отношение усредненного значения показателя в каждом сезонном периоде к среднесезонному значению. Усредненные значения показателей в каждом периоде j определяются по формулам

$$\frac{1}{r} \sum_{j=1}^r V_1^j = V_1^{\text{cp}}, \quad \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r V_2^j = V_2^{\text{cp}}, \dots, \quad \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r V_n^j = V_n^{\text{cp}},$$

и среднесезонное значение может быть найдено как

$$V_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i^{\text{ср}}.$$

Отсюда значения сезонной волны S запишутся следующим образом:

$$S_1 = \frac{V_1^{\text{ср}}}{V_{\text{ср}}} \cdot 100, S_2 = \frac{V_2^{\text{ср}}}{V_{\text{ср}}} \cdot 100, \dots, S_n = \frac{V_n^{\text{ср}}}{V_{\text{ср}}} \cdot 100.$$

Последовательность $S=S_1, S_2, \dots, S_n$ является сезонной волной, построенной методом простой средней.

Рассчитаем сезонную волну для нашей химчистки. В табл. 2.1.6 приведены предварительные расчеты, обеспечивающие исключение трендовой составляющей путем механического метода сглаживания по трем точкам (ряд Y_1) и найдены относительные сезонные колебания.

Таблица 2.1.6

Сглаживание ряда и нахождение относительных сезонных колебаний

Год	Номер месяца	Y	Y_1 (сглажен)	Относительное сезонное колебание
1	2	3	4	5
1	1	454	—	—
	2	595	653,6667	91,0250
	3	912	818,3333	111,4460
	4	948	846,3333	112,0126
	5	679	728,0000	93,2692
	6	557	433,3333	128,5385
	7	64	419,3333	15,2623
	8	637	501,0000	127,1457
	9	802	761,0000	105,3876
	10	844	691,6667	122,0241
	11	429	583,3333	73,5429
	12	477	425,3333	112,1473
2	1	370	430,0000	86,0465

Продолжение табл. 2.1.6

1	2	3	4	5
	2	443	468,3333	94,5907
	3	592	559,6667	105,7772
	4	644	581,6667	110,7163
	5	509	520,6667	97,7593
	6	409	444,3333	92,0480
	7	415	450,6667	92,0858
	8	528	550,3333	95,9419
	9	708	627,3333	112,8587
	10	646	618,6667	104,4181
	11	502	499,0000	100,6012
	12	349	386,3333	90,3365
3	1	308	334,0000	92,2156
	2	345	337,6667	102,1718
	3	360	410,6667	87,6623
	4	527	413,6667	127,3973
	5	354	418,6667	84,5541
	6	375	243,0000	154,3210
	7	0	213,6667	0,0000
	8	266	241,3333	110,2210
	9	458	385,0000	118,9610
	10	431	392,0000	109,9490
	11	287	303,6667	94,5115
	12	193	220,6667	87,4622
4	1	182	199,6667	91,1519
	2	224	223,6667	100,1490
	3	265	266,6667	99,3750
	4	311	289,0000	107,6125
	5	291	262,6667	110,7868
	6	186	196,0000	94,8980
	7	111	166,3333	66,7335

Окончание табл. 2.1.6

1	2	3	4	5
	8	202	210,0000	96,1905
	9	317	286,0000	110,8392
	10	339	298,6667	113,5045
	11	240	243,6667	98,4952
	12	152	179,3333	84,7584
5	1	146	153,6667	95,0108
	2	163	181,0000	90,0552
	3	234	242,6667	96,4286
	4	331	280,0000	118,2143
	5	275	268,0000	102,6119
	6	198	251,6667	78,6755
	7	282	290,6667	97,0183
	8	392	360,6667	108,6876
	9	408	393,6667	103,6410
	10	381	338,0000	112,7219
	11	225	274,6667	81,9175
	12	218	220,0000	99,0909
6	1	217	206,3333	105,1696
	2	184	219,6667	83,7633
	3	258	—	—

График относительных сезонных колебаний приведен на рис. 2.1.6.

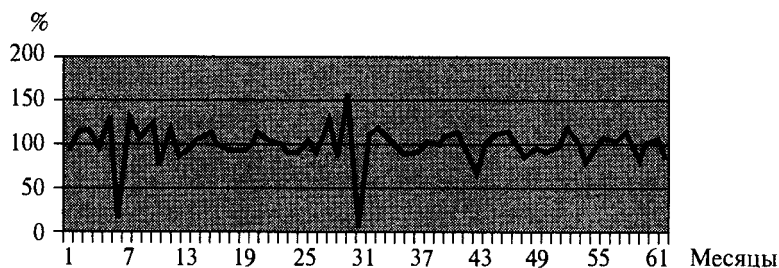


Рис. 2.1.6. Относительные сезонные колебания

Далее легко рассчитать сезонную волну работы химчистки, на-
пример по средней арифметической. В табл. 2.1.7 приведен расчет та-
кой сезонной волны.

Таблица 2.1.7

Расчет сезонной волны

Номер месяца	Относительное сезонное колебание	Невыровненная сезонная волна	Выврошенная сезонная волна
1	469,5944748	93,92	95,54
2	561,7550592	93,63	95,25
3	500,689186	100,14	101,87
4	575,9529385	115,19	117,18
5	488,9813962	97,80	99,49
6	548,4809171	109,70	111,59
7	271,0999355	54,22	55,16
8	538,1866482	107,64	109,50
9	551,6874908	110,34	112,25
10	562,6175372	112,52	114,47
11	449,0682731	89,81	91,37
12	473,7953415	94,76	96,40
—	И т о г о	1179,66	1200,06
—	В среднем	98,30	100,00

График сезонной волны представлен на рис. 2.1.7.

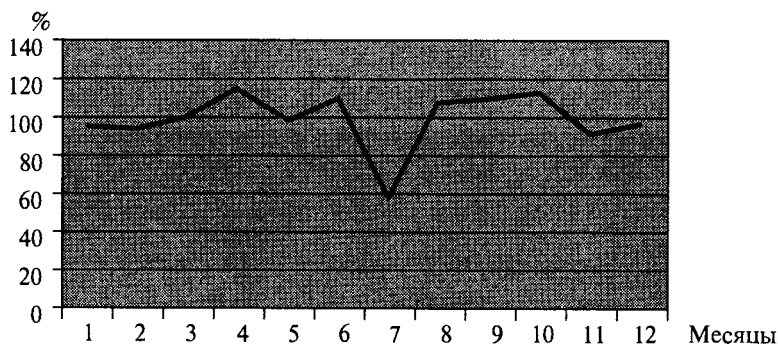


Рис. 2.1.7. Сезонная волна

Относительные сезонные колебания группируются по месяцам, и их сумма заносится в графу «относительное сезонное колебание». Затем, исходя из относительных сезонных колебаний, вычисляются невыровненные сезонные колебания путем нахождения средней арифметической. Значения величин в колонке «выровненные сезонные колебания» находятся путем приравнивания 98,3% к 100%.

Для повышения точности определения сезонного колебания исключим из суммы относительных сезонных колебаний (табл. 2.1.6) помесечно наибольшее и наименьшее значения. В табл. 2.1.8 приведены такие расчеты, но, как видно по результатам построения новой сезонной волны (рис. 2.1.8), ее отличие от предыдущей крайне мало, что говорит об устойчивости данного сезонного процесса.

Таблица 2.1.8

Расчет уточненной сезонной волны

Номер месяца	Относительное сезонное колебание	Невыровненная сезонная волна	Выровненная се- зонная волна
1	278,3783347	92,79	94,95
2	375,8200145	93,96	96,14
3	301,5808198	100,53	102,86
4	340,9432215	113,65	116,29
5	293,640454	97,88	100,15
6	315,4844327	105,16	107,60
7	174,0815869	58,03	59,38
8	315,0990862	105,03	107,47
9	329,0854697	109,70	112,24
10	336,1753374	112,06	114,66
11	274,9242136	91,64	93,77
12	276,8896417	92,30	94,44
—	И т о г о	1172,72	1199,95
—	В среднем	97,73	100,00

Рассмотрим теперь другой способ нахождения сезонной составляющей, использующий ряд Фурье в качестве аналитической модели сезонности. В этом виде уравнение ряда Фурье запишется следующим образом:

$$\bar{y} = a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt).$$

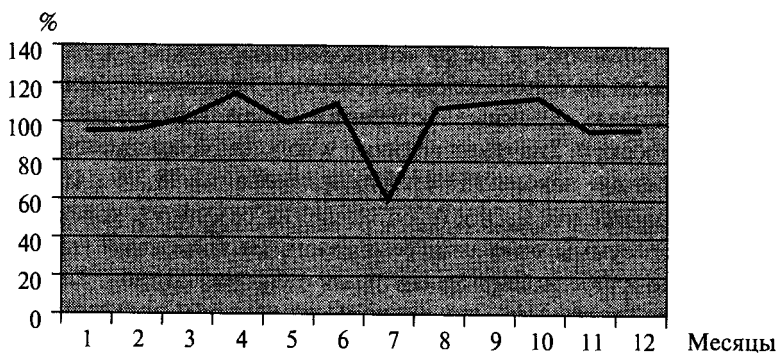


Рис. 2.1.8. Уточненная сезонная волна

В этом уравнении величина k определяет номер гармоники ряда Фурье. От числа учтенных гармоник зависит степень точности данной аналитической модели. Обычно используют от 1 до 4 гармоник в зависимости от необходимой точности и формы сезонной или циклической составляющей. Для отыскания параметров уравнения используется метод наименьших квадратов.

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \min.$$

Найдя частные производные этой функции и приравняв их нулю, получим систему нормальных уравнений, решение которой дает следующие формулы для вычисления параметров:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \cos kt_i,$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \sin kt_i.$$

Как видно из формул, параметры уравнений зависят от значений y и связанных с ними последовательных значений $\cos kt_i$ и $\sin kt_i$.

Для изучения сезонных колебаний на протяжении года необходимо взять $n = 12$ (по числу месяцев в году). Тогда, представляя периоды как части длины окружности, ряд динамики можно записать в следующем виде:

Период	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$11\pi/6$
Уровень	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}

Величины периодов $\frac{2\pi}{n}t$ получаются следующим способом:

$$\text{при } t=0 \quad \frac{2\pi}{12}0 = 0, \text{ при } t=1 \quad \frac{2\pi}{12}1 = \frac{\pi}{6} \text{ и т.д.}$$

При вычислении надо иметь в виду, что в четырех квадрантах от 0 до 2π косинусы и синусы четыре раза принимают одни и те же абсолютные значения, а именно: 0; 0,5; 0,866; 1, взятые со знаком «плюс» или «минус». Вычисления синусов и косинусов разных гармоник приведены в табл. 2.1.9.

Таблица 2.1.9

Вычисление синусов и косинусов

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\cos 3t$	$\cos 4t$	$\sin t$	$\sin 2t$	$\sin 3t$	$\sin 4t$
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\pi/6$	0,866	0,5	0	-0,5	0,5	0,866	1	0,866
$\pi/3$	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,866	0,866	0	-0,866
$\pi/2$	0	-1	0	1	1	0	-1	0
$2\pi/3$	-0,5	-0,5	1	-0,5	0,866	-0,866	0	0,866
$5\pi/6$	-0,866	0,5	0	-0,5	0,5	-0,866	1	-0,866
π	-1	1	-1	1	0	0	0	0
$7\pi/6$	-0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	0,866	-1	0,866
$4\pi/3$	-0,5	-0,5	1	-0,5	-0,866	0,866	0	-0,866
$3\pi/2$	0	-1	0	1	-1	0	1	0
$5\pi/3$	0,5	-0,5	-1	-0,5	-0,866	-0,866	0	0,866
$11\pi/6$	0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	-0,866	-1	-0,866

В годовой динамике t обозначает номер месяца. Для определения параметров a_k и b_k находят соответствующие уравнения для k -й гармоники. Для первой гармоники, т.е. для $k=1$, уравнение примет вид:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t,$$

в котором параметры a_0 , a_1 и b_1 , будут найдены из соотношений:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{12} = \frac{3612,1026}{12} \approx 301,$$

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cos t_i}{6} = \frac{100,348}{6} \approx 16,72,$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sin t_i}{6} = \frac{46,815}{6} \approx 7,8.$$

Уравнение модели с учетом только первой гармоники (рис. 2.1.9) будет иметь следующий вид:

$$\hat{y}^1 = 301 + 16,72 \cos t + 7,8 \sin t.$$

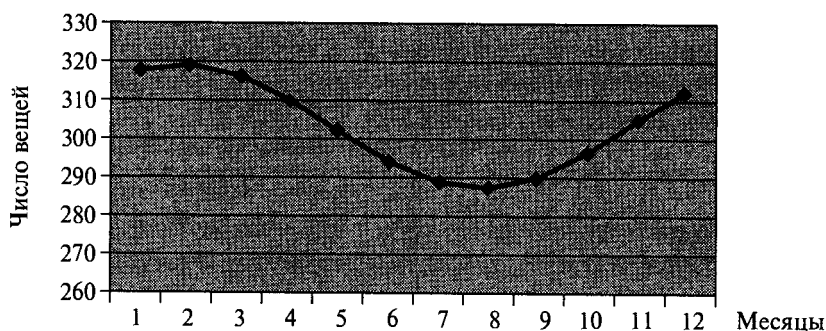


Рис. 2.1.9. График первой гармоники Фурье

Далее построим модель сезонной волны, применив первую и вторую гармоники ряда Фурье (табл. 2.1.10).

Таблица 2.1.10

Таблица расчета коэффициентов

Месяц	t	Число вещей	$y \cos t$	$y \sin t$	$\hat{y}^1$	$y \cos 2t$	$y \sin 2t$	$\hat{y}^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Январь	0	278,37833	278,378	0	317,72	278,378	0	287,28
Февраль	$\pi/6$	375,82001	325,46	187,91	319,38	187,91	325,46	324,242
Март	$\pi/3$	301,58082	150,79	261,169	316,115	-150,79	261,169	351,417
Апрель	$\pi/2$	340,94322	0	340,943	308,8	-340,94	0	339,24
Май	$2\pi/3$	293,64045	-146,82	254,293	299,395	-146,82	-254,29	294,532

Окончание табл. 2.1.10

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Июнь	$5\pi/6$	315,48443	-273,21	157,742	290,42	157,742	-273,21	255,118
Июль	π	174,08159	-174,08	0	284,28	174,082	0	253,84
Август	$7\pi/6$	315,09909	-272,88	-157,55	282,62	157,55	272,876	287,483
Сентябрь	$4\pi/3$	329,08547	-164,54	-284,99	285,885	-164,54	284,988	321,188
Октябрь	$3\pi/2$	336,17534	0	-336,18	293,2	-336,18	0	323,64
Ноябрь	$5\pi/3$	274,92421	137,462	-238,08	302,605	-137,46	-238,08	297,743
Декабрь	$11\pi/6$	276,88964	239,786	-138,44	311,58	138,445	-239,79	276,277
Ито го		3612,1026	100,348	46,815	3612,00	-182,63	139,12	3612,00

Находим вторую гармонику Фурье:

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cos 2t_i}{6} = \frac{182,63}{6} \approx -30,44,$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sin 2t_i}{6} = \frac{139,12}{6} \approx 23,19.$$

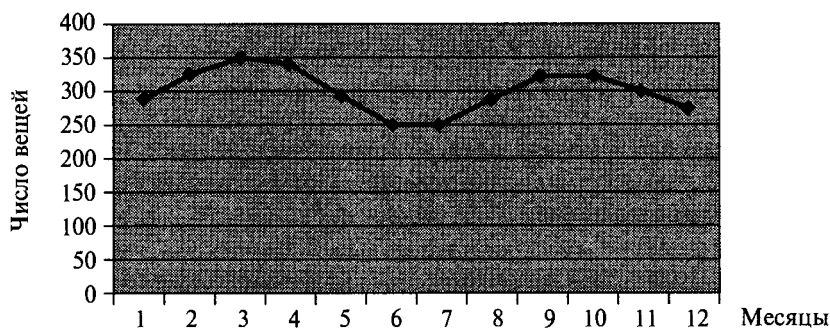


Рис. 2.1.10. График второй гармоники Фурье

Уравнение модели с двумя гармониками (рис. 2.1.10) будет иметь следующий вид:

$$\hat{y}^2 = 301 + 16,72 \cos t + 7,8 \sin t - 30,44 \cos 2t + 23,19 \sin 2t.$$

Таким образом, можно сказать, что мы нашли аналитическое выражение циклической (сезонной) составляющей V_r .

2.1.4. Построение общей модели ряда

Зная все составляющие ряда

$$y_t = U_t + V_t + E_t$$

при условии, что $Z_t = \eta_t = 0$, можно оценить общую модель ряда. Отметим, что y_t рассматривалось нами только в аддитивной или суммируемой форме, т.е. когда ряд представляется в виде суммы его составляющих.

Итак, построим общую модель ряда $\tilde{y}_t^0$, представляющую сумму составляющих без случайной компоненты, а именно:

$$\tilde{y}_t^0 = 922,635 + 16,72 \cos t + 7,8 \sin t - 30,44 \cos 2t + 23,19 \sin 2t - 7,439t.$$

Полученное уравнение — модель ряда y_t , для которого известны составляющие U_t , V_t . Случайную составляющую E_t можно получить следующим образом:

$$E_t = y_t - \tilde{y}_t^0.$$

Поскольку y_t и $\tilde{y}_t^0$ — известные величины, то найти E_t нетрудно.

Модель, учитывающая составляющие U_t , V_t , E_t для данного ряда, может быть записана так:

$$y_t^0 = 922,635 + 16,72 \cos t + 7,8 \sin t - 30,44 \cos 2t + 23,19 \sin 2t - 7,439t + (y_t - \tilde{y}_t^0).$$

График общей модели ряда y^0 представлен на рис. 2.1.11, а на рис. 2.1.12 дано сопоставление гармоник и относительных колебаний в рамках годового цикла.

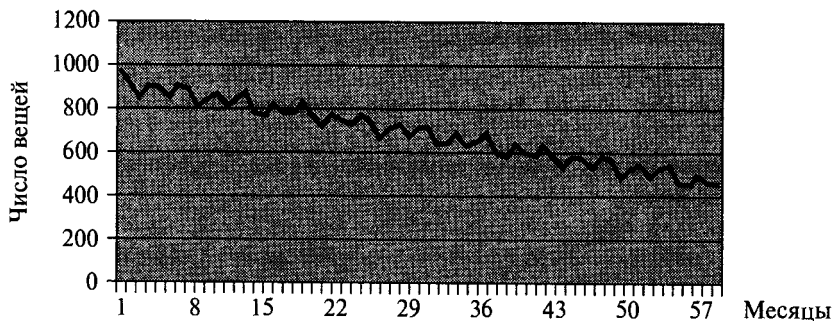


Рис. 2.1.11. График аддитивной модели y^0

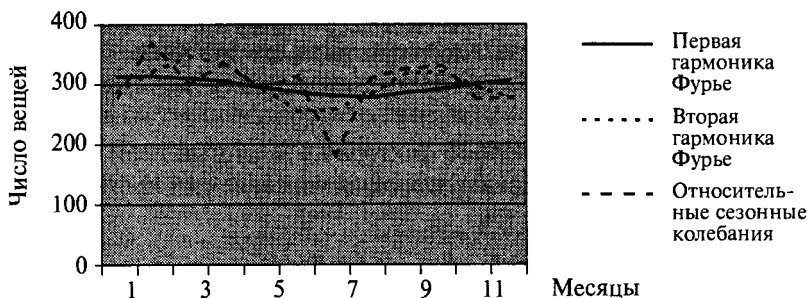


Рис. 2.1.12. Сопоставление гармоник и относительных колебаний

2.1.5. Реализация управляющей компоненты

Формирование управляющей компоненты η , для имитационной модели осуществляется по пожеланиям руководителя объекта, который подвергается имитационному моделированию. Примером формирования управляющей компоненты может служить методика, изложенная в работе [30, с. 80–91]. Вместе с тем отметим, что конкретное воплощение этой методики не может осуществляться на формальном уровне. Основой ее реализации, т.е. формирования управляющих сигналов является использование содержательного описания объекта управления и подбор факторов управления, действительно влияющих на траекторию движения объекта. В известной степени подбор факторов, выбор их интенсивности, определение момента включения их в действие — искусство управляющего.

Изложим кратко методику формирования управляющих факторов η . Составляющая η может быть вычислена, если имеется дополнительная информация о поведении объекта, описываемого данным динамическим рядом. Формализация процедуры построения модели управляемого прогноза может быть зафиксирована такой последовательностью действий:

1. Вычислить все составляющие данного динамического ряда.
2. Оценить составляющие динамического ряда и выбрать те из них, которые подлежат управлению. Как правило, формировать управляющее воздействие η следует отдельно для каждой составляющей, причем при введении управляющего воздействия на какую-либо составляющую в прогнозируемом периоде следует учитывать данный управляющий фактор только от начала прогнозируемого периода, а при введении управляющих факторов для других составляющих за исходный ряд следует принимать ряд с уже введенным

управляющим фактором. Пусть $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ — исследуемый динамический ряд. Тогда ряд $Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Y_{n+1}, Y_{n+2}, \dots, Y_{n+\tau}$ является динамическим при наличии неуправляемого прогноза, где τ — число интервалов прогнозирования. Метод прогнозирования в данном случае несуществен.

При введении управляющего фактора на заданный период прогнозирования часть ряда, представляющая управляемый прогноз, может быть записана так:

$$Y_{n+1}^{U,V}, Y_{n+2}^{U,V}, \dots, Y_{n+\tau}^{U,V},$$

где U, V — факторы, которые подверглись управлению. Наиболее часто подвергаются управлению трендовая U и сезонная V составляющие. Случайная компонента динамического ряда также может быть подвергнута управлению, однако с практической точки зрения эти расчеты непросты. Сложность управления случайной компонентой¹ обусловлена необходимостью применять теорию надежности, рассматривая прогнозируемый объект или процесс как некий технический прибор, определенная вероятность безотказной работы которого обеспечивается либо дублированием, либо повышением надежности его самых слабых блоков, звеньев или элементов. Обобщение такого подхода для экономических объектов пока не сделано, поэтому управление случайной компонентой динамического ряда возможно лишь при рассмотрении каждого конкретного случая с учетом его характерных особенностей.

3. Построить модель управления на базе информации, содержащейся не только в данном динамическом ряду, для обеспечения управляемого прогноза на основе воздействия на трендовую или сезонную составляющую или на обе одновременно. Если неуправляемый прогноз показывает тенденции, пики или спады, которые не устраивают исследователя, то они должны быть измерены в конкретных единицах по отношению к желаемой траектории прогноза. Эти данные можно получить, осуществив неуправляемый прогноз данного ряда.

Для выработки необходимой траектории следует, исходя из специфики объекта или процесса, подобрать определенную совокупность управляющих факторов, воздействующих на этот объект или

¹ С точки зрения автора, теория надежности может служить одним из главных инструментов управления случайной компонентой, хотя возможны и другие подходы.

процесс, так, чтобы ненужные тенденции, пики или спады были нивелированы. Таким образом, воздействие управляющих факторов должно вызвать эффект, равный по величине и противоположный по направлению неугодным тенденциям, т.е. пикам или спадам в прогнозируемом периоде. Пусть мы имеем некоторую таблицу

$$\begin{bmatrix} Y_{n+1}, Y_{n+2}, \dots, Y_{n+\tau} \\ Y_{n+1}^{\text{opt}}, Y_{n+2}^{\text{opt}}, \dots, Y_{n+\tau}^{\text{opt}} \\ \Delta Y_{n+1}, \Delta Y_{n+2}, \dots, \Delta Y_{n+\tau} \\ \eta_{n+1}^{U,V}, \eta_{n+2}^{U,V}, \dots, \eta_{n+\tau}^{U,V} \end{bmatrix},$$

где Y^{opt} — желаемое или оптимальное значение динамического ряда в конкретном интервале прогнозирования;

ΔY — отклонение неуправляемой траектории прогнозирования от оптимальной;

$\eta^{U,V}$ — совокупное воздействие управляющих факторов на трендовую U и сезонную V составляющие объекта или процесса, описываемого данным динамическим рядом.

Размерность и значение факторов, обеспечивающих совокупное управляющее воздействие $\eta^{U,V}$, могут быть самыми различными по природе, механизмам воздействия и иным показателям. Основные требования, которым должны удовлетворять эти управляющие факторы, таковы:

- цена введения факторов управления должна быть реальной, т.е. затраты на введение факторов не влияют существенно на экономику (поведение) соответствующего объекта или процесса;
- степень воздействия того или иного управляющего фактора обеспечивает минимизацию ΔY для каждого интервала прогнозирования;
- управляющие факторы четко структурированы, описаны и формализованы, а также понятны персоналу, ответственному за их введение, и включены в план.

Таковы общие подходы к построению моделей управляемого прогноза.

Изложенный выше общий способ формирования управляемого прогноза предполагает не только подбор факторов управления извне, т.е. не связанных с информацией, содержащейся в данном ряду Y_t . Возможны случаи, когда управляющие факторы η_t формируются исходя из имеющейся динамики ряда. Примером формирования фак-

тора η_t^U для управления трендовой составляющей может служить группа методов под общим названием «**адаптивные модели прогнозирования**». Ниже на примерах изложены два способа введения управляющей компоненты: для факторов управления, формируемых извне, т.е. когда информация о них не содержится в ряду Y_t , и для фактора управления, использующего информацию, находящуюся в данном динамическом ряду Y_t .

Пример 1. Введение фактора управления η_t , формируемого извне. В табл. 2.1.6 и на рис. 2.1.5 приведен показатель работы химчистки за 63 месяца, фиксирующий число вещей, прошедших обработку помесечно. На этом примере мы подробно рассмотрели методику нахождения тренда U_t , циклической (сезонной) составляющей V_t и случайной компоненты E_t , полагая $\eta_t = 0$. Таким образом мы привели только анализ ряда без какого-либо прогнозирования.

Используя уравнение y_t^0 , можно сформировать траекторию прогноза, например, на несколько месяцев вперед, подставляя значение $y_t^0 > 63$. Здесь особых проблем не возникает, если мы будем полагать $\eta_t = 0$, т.е. когда прогноз неуправляемый.

Однако в данном примере важен не столько прогноз на будущее, сколько проблемы, связанные с большой сезонностью. Если посмотрим на график изменения сезонной волны на рис. 2.1.7, то заметим, что колебания уровня загрузки предприятия составляют около 60%, т.е. в апреле уровень загрузки составляет 120%, а в июле — менее 60%. Естественно, что данной химчистке такие колебания уровня загрузки невыгодны. Получается, что в апреле перегрузка мощностей на 20%, а в июле недогрузка на 40%. В этом случае необходимо разработать мероприятия, связанные с выравниванием уровня загрузки предприятия. Сделать это целесообразно, используя управляющую компоненту η_t^V , т.е. ввести факторы, управляющие сезонной компонентой V_t . Анализ показывает, что таких управляющих факторов может быть три: **изменение коэффициента сменности, изменение цен и введение абонементного обслуживания**. Эти факторы часто применимы для управления не только уровнем загрузки химчисток, но и множества других предприятий, включая все предприятия торговли и сферы обслуживания населения, банки, биржи, транспортные предприятия и т.п.

Поясним подробнее эти факторы. Они оказывают влияние как на циклическую, так и на трендовую составляющую, однако наиболее сильно влияют на циклическую компоненту.

Фактор изменения коэффициента сменности предполагает, что в периоды перегрузок и спадов следует соответственно увеличивать

или уменьшать коэффициент сменности. Это равносильно увеличению или уменьшению числа рабочих дней в месяце. Организация этого фактора осуществляется довольно легко. Необходимо в периоды перегрузок запретить отпуск рабочих и служащих или нанять дополнительное число работников, а в периоды спадов, наоборот, предоставлять максимально возможное число отпусков, осуществлять профилактику оборудования и т.п. В табл. 2.1.11 приведено расчетное число рабочих дней (смен), на которое нужно изменить величину рабочего времени помесечно, чтобы сгладить пики уровня загрузки.

Таблица 2.1.11

Изменения числа рабочих дней в месяце

Номер месяца	Месяц	Фактическое число рабочих дней в 2000 г.	Отклонение уровня загрузки от 100%	Возможное изменение числа рабочих дней (смен)
1	2	3	4	5
1	Январь	20	—5	—1
2	Февраль	20	—5	—1
3	Март	21	0	0
4	Апрель	21	+20	+4
5	Май	20	0	0
6	Июнь	20	10	+2
7	Июль	22	—45	—2 (нехватка 7 дней)
8	Август	23	+10	+2
9	Сентябрь	20	+13	+2,5
10	Октябрь	23	+15	+3
11	Ноябрь	20	—8	—1,5
12	Декабрь	20	—5	—1

Таблица 2.1.11 составлена следующим образом. Фактическое число рабочих дней взято без суббот, воскресений и официальных праздников. Положим, что расчетное увеличение не может превышать 4 дней (четыре субботы), расчетное уменьшение не может превышать 2 дней (это связано с режимом работы, установленным муниципалитетом города). Для упрощения расчетов примем среднее число рабочих дней в месяце, равное 20 дней, хотя в реальном случае необходимо брать фактическое число рабочих дней в каждом месяце. Тогда 20 дней соответствуют 100%-й загрузке, а 1 день соответствует $x\%$ -й загрузке.

Отсюда $x = 5\%$, это значит, что увеличение числа рабочих дней в месяце на 1 день изменит уровень загрузки предприятия на 5%. Далее по графику сезонной волны рассчитывается отклонение уровня загрузки от 100% (гр. 4 табл. 2.1.11).

Из этой графы видны уровни перегрузки (+) и недогрузки (–) химчистки. В гр. 5 приведены необходимые изменения числа рабочих дней в месяцах, исходя из того, что 1 день соответствует загрузке 5%.

Учитывая возможное изменение числа рабочих дней, оказалось, что, кроме июля выравнивать загрузку предприятия можно только одним фактором — увеличением коэффициента сменности. В июле спад настолько велик, что недостает 7 дней для выравнивания до 100%. Эти 7 дней соответствуют 35% уровня загрузки. На этот месяц целесообразно ввести два фактора — снижение цены на услуги и продажу абонементов. Расчеты показывают, что если снизить цену на 40% и продать по этой цене абонементы на 35% недостающего объема, то можно привлечь 35% заказчиков и загрузить предприятие на 100%. Предприятие в результате получит объем выручки не 65%, как при недогрузе в 35%, а 86%, а именно:

65% объема по цене 1,

35% объема по цене 0,6.

Отсюда общая выручка будет равна $65\% \times 1 + 35\% \times 0,6 = 86\%$.

Итак, привлечь клиентов химчистка может, продав по цене, на 40% меньшей, абонементы на обслуживание на июль. Продажу абонементов можно осуществлять в течение всего года. Таким образом, можно утверждать, что, включив в действие три фактора, мы сгладим сезонную волну с точностью до ошибки расчета — до прямой, находящейся на уровне 100%.

Мы проделали элементарные расчеты без учета структуры заказов на чистку одежды. Те же действия можно произвести, разбив ассортимент услуг, например, на чистку легкого платья, пальто, ковров и т.п., и получить дополнительную информацию, способную увеличить выручку предприятия.

Пример 2. Введение фактора управления η , с помощью адаптивных моделей.

При прогнозировании различных экономических показателей часто оказывается, что тенденция изменения прогнозируемого показателя меняется. Такое явление может происходить из-за изменения интенсивности факторов, действующих на показатели, или в связи с влиянием новых факторов, которые не оказывали действие на начальные значения исследуемого динамического ряда. Например, $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n$ — моменты времени, в которые были измерены значения

некоторого показателя. Допустим, что для значений времени $t_1, t_2, \dots, t_{k-r}$ на наш показатель действовала определенная группа факторов f_x , а для моментов времени $t_{k-r+1}, \dots, t_n$ — другая группа факторов f_y . Если для группы факторов f_x можно построить модель кривой роста вида

$$Y(t) = A_0 + A_1(t_{fx})t,$$

то для второй части ряда начиная с момента времени t_{k-r+1} и до момента t_n можно построить модель кривой роста вида

$$Y(t) = A_{k-r+1} + A_1(t_{fy})t.$$

Если бы группы факторов f_x и f_y оказывали одинаковое действие на показатель $Y(t)$, то приросты $A_1(t_{fx})$ и $A_1(t_{fy})$ были бы одинаковы и можно было бы построить единую модель кривой роста вида

$$Y(t) = A_0 + A_1 t.$$

Если указанные приросты не близки друг к другу, т.е. приросты для начальных членов ряда сильно отличаются от приростов для конечных его членов, то целесообразно учесть изменение тенденций при помощи специальной приспособительной (адаптивной) процедуры. **Модель, имеющая механизм изменения параметров в зависимости от оценки своих текущих значений, носит название адаптивной модели.**

Механизмы изменения параметров могут быть различными. Выбор того или иного из них и его настройка зависят от целей исследования и вида объекта моделирования. Наиболее часто для адаптивных моделей краткосрочного прогнозирования используются две схемы: скользящего среднего (СС-модели) и авторегрессии (АР-модели).

Схема СС-моделей обеспечивается путем вычисления взвешенных средних всех предыдущих значений, причем весовые коэффициенты, как правило, убывают по мере удаления от последнего значения ряда, т.е. последним наблюдениям придается большее значение или больший вес.

Такой подход соответствует гипотезе о том, что последние значения ряда более информативны для прогнозируемых значений, чем начальные. Вместе с тем это всего лишь гипотеза, которая тем более вероятна, чем меньше случайная или циклическая составляющие у данных членов ряда.

Для АР-моделей оценка текущего значения ряда определяется взвешиванием не всех, а некоторых предшествующих уровней, и весовые коэффициенты не ранжируются. В данном случае весомость значений ряда или их информационная ценность, или близость к прогнозируемым значениям определяется исходя из тесноты связи между ними.

В данном случае будем рассматривать только СС-модели. В практике прогнозирования наиболее часто применяются два типа СС-моделей — Брауна и Хольта [17, 60, 61]. Первый тип модели — частный случай модели Хольта. Данные модели прогнозируют, предполагая, что тенденция исследуемого процесса моделируется линейной зависимостью с переменными коэффициентами.

Процесс прогнозирования для такого типа моделей может быть описан в следующей форме:

$$Y_p(t, k) = A_0(t) + A_1(t)k,$$

где $A_0(t)$ — оценка текущего (t -го) значения ряда;

$A_1(t)$ — оценка текущего прироста;

$Y_p(t, k)$ — прогнозная оценка значения ряда Y_{t+k} в момент времени t на k шагов вперед.

Процедура построения линейных адаптивных моделей данного вида по этапам такова.

1. Оцениваются коэффициенты модели по нескольким первым членам ряда, т.е. рассчитывается обычная кривая роста линейного вида.

2. По полученной модели прогнозируется показатель на один шаг.

3. Оценивается ошибка прогнозирования $E(t)$.

4. По принятой схеме СС-модели корректируется модель.

5. По скорректированной модели (корректировке подлежат коэффициенты линейного уравнения) прогнозируется значение показателя на следующий момент времени (следующий шаг).

6. Далее вновь оценивается ошибка прогнозирования на этом шаге, (см. этап 3) и повторяются действия, описанные в этапах 4 и 5, и т.д.

Формализация расчета прогнозируемого показателя осуществляется следующим образом:

Этап 1. Вычисляются коэффициенты A_0 и A_1 модели вида

$$Y_p(t) = A_0 + A_1 t, \quad t = 1, 2, \dots, I; \quad I < n.$$

Этап 2. Вычисляется значение

$$Y_p(t, 1) = A_0(t) + A_1(t)k \quad \text{для } k = 1.$$

Этап 3. Вычисляется ошибка:

$$E(t+1) = Y(t+1) - Y_p(t, 1).$$

Этап 4. Для СС-модели Брауна корректируются коэффициенты:

$$A_0(t) = A_0(t-1) + A_1(t-1) + (1-\beta^2)E(t),$$

$$A_1(t) = A_1(t-1) + (1-\beta)^2 E(t),$$

где β — коэффициент дисконтирования, $0 \leq \beta \leq 1$. Выбор β осуществляется на основе работы [61, с. 219]. В данной модели применяется также параметр сглаживания $\alpha = 1 - \beta$.

Для модели Хольта коэффициенты находятся следующим образом:

$$A_0 = A_0(t-1) + A_1(t-1) + \alpha_1 E(t),$$

$$A_1 = A_1(t-1) + \alpha_1 \alpha_2 E(t),$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты сглаживания (адаптации), изменяющиеся в пределах от 0 до 1.

Этап 5. Прогнозируется второй шаг по линейной модели с новыми значениями коэффициентов A_0 и A_1 .

Этап 6. Повторяются этапы 3–5 до тех пор, пока $t < n$.

Если $t = n$, то по этой модели можно прогнозировать на будущее.

Пример. Построим модель Брауна для прогнозирования объема выпуска изделий на предприятии на 2 мес вперед, имея данные выпуска за 9 мес.

$$Y(t) = 28, 32, 36, 40, 38, 43, 45, 48, 50.$$

Этап 1. Вычисляем A_0 и A_1 по МНК, примем значение $l = 5$

$$A_1(0) = \Sigma[(t - t_{cp})(Y(t) - Y_{cp})] / \Sigma(t - t_{cp})^2 = 2,80,$$

$$A_0(0) = Y_{cp} - A_1(0) t_{cp} = 26,40.$$

Расчет сведем в табл. 2.1.12.

Таблица 2.1.12

Данные расчета этапа 1

t	Фактическое $Y(t)$	Отклонение $t - t_{cp}$	$(t - t_{cp})^2$	$Y(t) - Y_{cp}$	$(t - t_{cp}) \times (Y(t) - Y_{cp})$	Расчетное $Y_p(t)$	Отклонение $E(t)$
1	28	-2,00	4	-6,80	14	29,20	-1,20
2	32	-1,00	1	-2,80	3	32,00	0,00
3	36	0,00	0	1,20	0	34,80	1,20
4	40	1,00	1	5,20	5	37,60	2,40
5	38	2,00	4	3,20	6	40,40	-2,40
$\Sigma 15$	174	0	10	0	28	174	0

$$t_{cp} = 3, Y_{cp} = 34,8.$$

Этап 2. Вычисляем значение $Y_p(t, 1) = A_0(0) + A_1(0) \cdot k$.

Принимаем значения $\beta = 0,6$; $k = 1$.

$$Y_p(t, 1) = 26,4 + 2,80 \cdot 1 = 29,20.$$

Этап 3. Находим ошибку

$$E(1) = Y(1) - Y_p(1) = 28 - 29,20 = -1,20.$$

Этап 4. Откорректируем коэффициенты с учетом полученной ошибки. Новые значения коэффициентов будут:

$$A_0(1) = Y_p(1) + E(1) \cdot (1 - \beta^2) = 29,20 + (-1,20) \cdot 0,64 = 28,432,$$

$$A_1(1) = A_1(0) + E(1) \cdot (1 - \beta)^2 = 2,80 + (-1,20) \cdot 0,16 = 2,608.$$

Этап 5. Осуществим прогноз для второго шага

$$Y_p(t, 2) = 28,432 + 2,608 = 31,04.$$

Этап 6. Повторим этапы 3–5 до тех пор, пока $t < n$, т.е. $t < 9$. Процедура заканчивается при $t = 9$. Данные расчетов сведены в табл. 2.1.13.

Таблица 2.1.13

Оценка параметров модели Брауна

t	Фактическое $Y(t)$	Расчетное $Y_p(t)$	Отклонение $E(t)$	$A_0(t)$	$A_1(t)$
0				26,40	2,80
1	28	29,20	-1,20	28,43	2,608
2	32	31,04	0,96	31,65	2,76
3	36	34,42	1,58	35,43	3,02
4	40	38,44	1,56	39,44	3,26
5	38	42,70	-4,70	39,69	2,51
6	43	42,20	0,80	42,71	2,64
7	45	45,35	-0,35	45,13	2,58
8	48	47,71	0,29	47,90	2,63
9	50	50,52	-0,52	50,19	2,54
45	360	362	-2		

Исследуем качество модели. Так как методика оценки качества аналогична методике оценки качества линейной модели, подробно излагать ее не будем, а приведем лишь основные расчеты (табл. 2.1.14).

Таблица 2.1.14

Промежуточные расчеты для оценки адекватности модели

t	Фак- тическое $Y(t)$	Откло- нение $E(t)$	Точки по- ворота	$[E(t)]^2$	$E(t-1)$	$E(t) - E(t-1)$	$[E(t) - E(t-1)]^2$	$E(t) \times E(t-1)$	$E(t)/Y(t), \%$
1	28	-1,20	—	1,44	—	—	—	—	4,29
2	32	0,96	0	0,92	-1,20	2,16	4,67	-1,15	3,00
3	36	1,58	1	2,51	0,96	0,62	0,39	1,52	4,40
4	40	1,56	0	2,42	1,58	-0,03	0,00	2,46	3,89
5	38	-4,70	1	22,13	1,56	-6,26	39,18	-7,32	12,38
6	43	0,80	1	0,63	-4,70	5,50	30,24	-3,74	1,85
7	45	-0,35	1	0,12	0,80	-1,15	1,32	-0,28	0,78
8	48	0,29	1	0,08	-0,35	0,64	0,41	-0,10	0,61
9	50	-0,52	—	0,27	0,29	-0,82	0,66	-0,15	1,05
45	360	-2	5	30,53			76,87	-8,76	32,24

1. Проверка случайностей уровней на основе критерия поворотных точек.

$\bar{P} = 5$ — число поворотных точек.

$$\bar{P} > P \text{ — целая часть от } \left\{ \frac{2(n-2)}{3} - 2 \times \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right\} = 2,$$

где n — число членов ряда.

Следовательно, $\bar{P} > P$, так как $5 > 2$, и свойство случайностей выполняется.

2. Проверка независимости (отсутствия автокорреляции)

$$d = \Sigma [E(t) - E(t-1)]^2 / \Sigma E^2(t) = 76,87 / 30,53 = 2,52.$$

В связи с тем что $d > 2$, сравнивается величина $d = 4 - d = 1,48$.

Находим значение d_1 и d_2 для $n = 9$. Для нашего ряда $d_1 = 1,08$, $d_2 = 1,36$, тогда $d > d_2$; $1,48 > 1,36$.

Отсюда уровни ряда независимы.

3. Проверка соответствия ряда остатков нормальному закону распределения на основе RS -критерия.

$$RS = (E_{\max} - E_{\min})/S = (1,58 + 4,70)/1,95 = 3,22,$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum E^2(t)}{n-1}} = 1,95.$$

Для $n=9$ и 5%-го уровня значимости интервал должен быть от 2,7 до 3,7. Для нашего случая

$$2,7 < RS < 3,7;$$

$$2,7 < 3,22 < 3,7,$$

т.е. гипотеза о нормальном распределении принимается.

4. Оценка точности модели

$$E_{\text{отн.ср.}} = 1/n \sum |E(t)/Y_p(t)| 100 = 32,24/9 = 3,58\%.$$

В связи с тем что $E_{\text{отн.ср.}} < 5\%$, т.е. $3,58\% < 5\%$, степень точности модели удовлетворительна.

5. Расчет прогнозных оценок.

В связи с выполнением всех условий проверки модели на адекватность для реального процесса можно осуществить прогнозирование данных на два шага вперед.

Используя выражение $Y(t, r) = A_0 + A_1(t)k$, подставим значения $k = 1$ и $k = 2$. В результате получим:

$$Y_p(10) = A_0(9) + A_1(9) \cdot 1 = 50,19 + 2,54 \cdot 1 = 52,73,$$

$$Y_p(11) = A_0(9) + A_1(9) \cdot 2 = 50,19 + 2,54 \cdot 2 = 55,27.$$

6. Нахождение доверительного интервала прогноза.

Найдем доверительный интервал U для доверительной вероятности $P_1 = 70\%$, $K_p = 1,05$ — табличное значение;

$$U(k) = K_p \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(n + k + t_{\text{ср}})^2}{\sum (t - t_{\text{ср}})^2}}.$$

Отсюда имеем $U(1) = 2,54$, $U(2) = 2,68$.

Зная $Y_p(10)$, $Y_p(11)$, находим верхнюю и нижнюю границы интервалов.

Верхняя граница прогноза $Y_p(9 + k) + U(k)$, $k = 1, 2$.

Нижняя граница прогноза $Y_p(9 + k) - U(k)$, $k = 1, 2$.

В табл. 2.1.15 приведены прогнозные оценки с расчетом доверительного интервала.

Таблица 2.1.15

Прогнозные оценки по линейной модели

Время	Шаг	Прогноз $Y_p(i)$	Нижняя граница	Верхняя граница
10	1	52,73	50,19	55,27
11	2	55,27	52,60	57,96

2.1.6. Имитационное моделирование динамических рядов

Ранее мы описали способы фильтрации составляющих временного ряда, которые могут быть использованы в качестве входных данных для имитационных моделей. Учитывая, что динамический ряд сам подлежит корректировке компонентой Z_t и управлению компонентой η_t , вполне возможно и целесообразно представить конкретный динамический y_t ряд в виде имитационной модели системы А (рис. 2.1.13), состоящей из двух блоков A_1 и A_2 . Блок A_1 обеспечивает фильтрацию составляющих ряда y_t по отдельности, т.е. U_t , V_t , E_t . Для адаптивного прогноза данных y_t применяется блок A_2 , в котором задаются соответствующие алгоритмы расчета. Если факторы управления формируются извне, то в блоке A_2 закладывается модель их формирования, как это было сделано в примере 1 в п. 2.1.5.

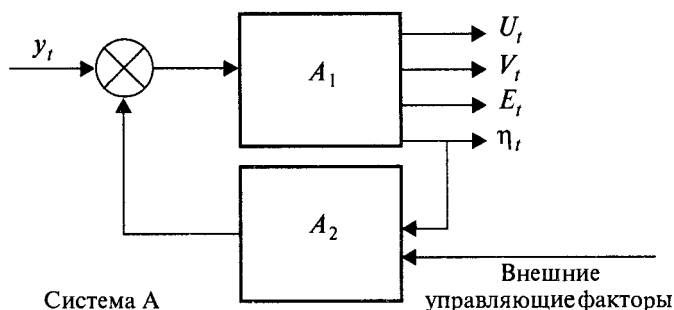


Рис. 2.1.13. Имитационная модель динамического ряда

Естественно, в случае адаптивного прогноза или формирования факторов управления извне ряд y_t корректируется в соответствии с характером траектории или введенных факторов, и значения U_t , V_t , E_t будут другими. Поэтому при использовании данной имитационной модели нужно вначале получить значение U_t , V_t , E_t без фактора η_t и использовать их в качестве входной информации для основной ими-

тационной модели. Исследование влияния управляющих факторов на основную модель следует осуществлять лишь после анализа результатов имитационного моделирования при условии $\eta_i = 0$. Имитацию динамических рядов целесообразно использовать, когда они выступают в форме входных данных сложной структуры, моделируя таким образом воздействие внешней среды на основную имитационную модель объекта.

2.2. Целевые функции и критерии, используемые при имитационном моделировании

Имитационное моделирование не ограничивает формы и методы формирования целей и критериев их достижения в смысле определений, изложенных в гл. 1. Более того, имитационное моделирование в отличие от аналитических математических моделей способно применять многокритериальные модели без взвешивания целевых функций и даже без последовательной оптимизации по составляющим многокритериальной целевой функции.

Такие заявления могли бы удивить специалистов по применению экономико-математических методов и моделей и поэтому требуют разъяснений.

Суть формирования имитационных многокритериальных моделей с указанными выше особенностями заключается в следующем. Во-первых, имитация позволяет не ограничивать формы представления целевых функций и допускает также регулирование степени взаимосвязей между составляющими многокритериальной целевой функции. Во-вторых, имитационный подход не ограничивает методы составления многокритериальных целевых функций, которые перестают зависеть от математической постановки задачи и формируются самостоятельно на основе задач, стоящих перед объектом моделирования. Если при аналитическом моделировании объект подстраивался под целевую функцию, то при имитационном подходе целевая функция выбирается под цели объекта.

Каковы же подходы при формировании целевых функций, включая многокритериальные, при имитационном моделировании? Здесь важен **принцип содержательной оптимизации**, который заключается в предварительном содержательном или описательном введении желаемых для объекта моделирования условий функционирования. Когда такие условия сформированы, обговаривается также содержательно взаимодействие или взаимоувязка, а также те или иные

ограничения на условия оптимизации. Таким образом формируется возможность управляемого **допустимого компромисса** как основы оптимального взаимодействия составляющих многокритериальной целевой функции.

Сам по себе допустимый компромисс означает взаимные уступки между составляющими многокритериальной целевой функции. Обычно степень уступки задается в процентах или долях единицы от оптимального значения каждой составляющей целевой функции, найденной без учета оптимальных значений других составляющих. Степень или величина уступки, учитывающая оптимальные значения всех составляющих целевой функции, должна быть такой, чтобы выполнялись определенные **условия уступки**. Эти условия в зависимости от ситуации или от состояния объекта моделирования могут изменяться, т.е. они управляются в зависимости от состояния имитируемого объекта или процесса.

Рассмотрим несколько примеров формирования многокритериальных целевых функций с учетом принципа содержательной оптимизации и применения условий **управляемого допустимого компромисса**.

2.2.1. Многокритериальные целевые функции распределения ресурсов

Существует множество задач, в которых требуется распределить какие-либо ресурсы, например капиталовложения, энергоресурсы, лимиты, квоты и т.п. В постановочном плане все эти задачи примерно одинаковы с позиции используемых критериев. Меняется только содержательное описание этих критериев.

Пусть имеются объекты, для которых необходимо распределить ресурсы вида R исходя из двух критериев: **экономического и внеэкономического**. В качестве экономического критерия могут быть прибыль, себестоимость, удельные приведенные и неприведенные затраты, фондоотдача, транспортные затраты и т.п. Внеэкономическими критериями могут быть социальный, политический, экологический и иные эффекты любой размерности.

Экономический критерий обычно выражается в экстремальной форме ($\min$, $\max$), а внеэкономический задается показателем в цифровой форме. Например, пусть внеэкономический критерий есть показатель социальной эффективности потребления населением услуг (бытовых, коммунальных, банковских и т.п.) в форме потребности в услугах на душу населения. Обозначим через $H_1, H_2, \dots, H_n$ нормативы потребления услуг на душу населения, где i — вид услуги, $i = \overline{1, n}$.

Норматив задает определенное числовое значение потребности в той или иной услуге. Введем также показатель фактического потребления услуг на душу в виде $b_1, b_2, \dots, b_n$, который фиксирует реальное потребление услуг. В этом случае показатель социальной эффективности вложения ресурсов в тот или иной вид услуг i можно задать в виде степени относительного недопотребления W_i

$$W_i = \frac{H_i - b_i}{H_i} \cdot 100\%.$$

Действительно, $H_i - b_i$ представляет собой степень недопотребления i -х услуг на душу, а величина $\frac{H_i - b_i}{H_i}$ — степень недопотребления относительно установленного норматива H_i . Для лучшего восприятия степень относительного недопотребления выражается в процентах.

Показатель степени относительного недопотребления еще не является целевой функцией или критерием, это только показатель. Разумно потребовать, чтобы показатель недопотребления был одинаковым для всех видов услуг, так как это будет справедливо по отношению к установленным нормативам H_i . Для этого введем условие равенства степени относительного недопотребления для всех видов услуг, а именно:

$$\frac{H_i - b_i}{H_i} = \frac{H_{i+1} - b_{i+1}}{H_{i+1}}.$$

Это условие является уже целевой функцией, которую можно называть **целевой функцией пропорционального развития**. Если рассчитать показатель W_i по каждой услуге и проранжировать их по величине от больших до меньших значений, то получим ряд ранжированных показателей, фиксирующих приоритетность вложений по видам услуг.

Если имеем некоторую величину ресурса вложения, например капиталовложения, то его нужно вкладывать в первую очередь в те услуги, у которых значение W_i больше. На практике значения W_i для различных услуг могут быть близкими или даже одинаковыми, поэтому весь ранжированный ряд показателей W_i разбивается на интервалы, внутри которых показатели W_i признаются одинаковыми.

Пусть $W^1, W^2, \dots, W^m, \dots, W^k$ — ряд ранжированных показателей W_i , $m = \overline{1, k}$, где k — число интервалов, на которые разбивается ранжированный ряд. Значение каждого интервала может меняться от 0 до 100%, т.е. если интервал равен 0, то имеем просто ранжированный

ряд, где каждое значение W_i имеет свой ранг l . Если интервал равен, например, 20%, то в него попадают все значения W_i , имеющие соответствующее близкое значение (рис. 2.2.1). На рис. 2.2.1 крестиками показаны значения соответствующих W_i для 9 видов услуг ($n = 9$) при интервале разбиения ранжированного ряда 20%. Для данного примера первый приоритет (ранг $l = 1$) имеют услуги с номерами 5 и 2, второй приоритет (ранг $l = 2$) имеет услуга 9 и т.п.

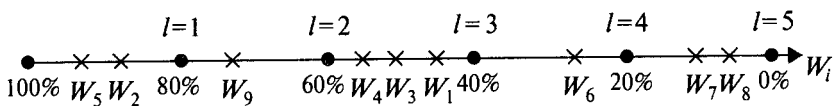


Рис. 2.2.1. Пример ранжирования показателей с шагом приоритета 20%

При увеличении величины интервала число видов услуг, попадающих в каждый интервал, увеличивается, следовательно, внутри интервалов эти виды услуг считаются равноприоритетными. Если интервал равен 100%, то все услуги попадают в него и считаются равноприоритетными. Для услуг, попавших в один и тот же интервал, также осуществляется ранжирование, но уже по другому критерию, например экономическому. В частности, для рассматриваемого примера в качестве экономического критерия можно выбрать показатель удельных капиталовложений для каждого вида услуг. Например, для $l = 1$ в первую очередь выделяются ресурсы для той из услуг 2 или 5, у которой меньше удельные капиталовложения. Так же поступают по всем оставшимся интервалам ранжированного ряда. Если ресурсов хватает для всех 9 видов услуг, то их выделяют на все эти виды. В этом случае задачи оптимизации нет. Однако, как правило, ресурсов хватает далеко не на все виды услуг. В этом случае возникает задача оптимизации распределения ресурсов, и ресурсы выделяются только на те виды услуг, которые попадают по **социальному приоритету** в соответствующие первые ранги и по **экономическому приоритету** для последнего ранга, обеспеченного ресурсами. Это означает, что для последнего ранга, который обеспечивается ресурсами, последовательность выдачи ресурсов определяется величиной удельных капиталовложений. Чем они меньше, тем выше ранг этой услуги по экономическому критерию, и, следовательно, эта услуга насыщается ресурсами в первую очередь.

Таким образом, выше сформулирована, по крайней мере, **двухкритериальная задача, обеспечивающая пропорциональность развития объектов с максимизацией использования распределяемых ресурсов.**

Данная задача сформулирована в виде простой имитационной процедуры, которая позволяет осуществлять оптимизацию по двум критериям. Причем собственно имитационная модель, вычисляющая те или иные параметры, здесь еще не построена.

Характерная особенность формирования данной двухкритериальной целевой функции состоит в том, что целевая функция генерируется имитационной процедурой, что является специфической особенностью имитационного подхода к моделированию. Данная имитационная процедура позволяет варьировать степень предпочтения между экономическим и внеэкономическим критериями за счет изменения шага приоритета для ранжированного ряда значений W_i . При шаге приоритета 100% внеэкономический критерий не действует, как при шаге 0% не действует экономический критерий. Меняя шаг приоритета, можно подобрать наиболее приемлемую для конкретного объекта модель распределения ресурсов.

Целевая функция пропорционального развития может быть дополнена и представлена в виде

$$\frac{H_i - (b_i + \Delta b_i)}{H_i} k_i = \frac{H_{i+1} - (b_{i+1} + \Delta b_{i+1})}{H_{i+1}} k_{i+1},$$

где $\Delta b_i, \Delta b_{i+1}$ — приросты фактического объема услуг без затрат распределяемого вида ресурса, например, полученные путем улучшения организации оказания услуг соответственно вида i и $i+1$; k_i, k_{i+1} — коэффициенты, корректирующие значение W_i исходя из дополнительных условий.

Если вышеуказанные целевые функции пропорционального развития применяются по отношению к конкретным объектам вложения (в примере это виды (отрасли) услуг), то небольшое дополнение может отраслевую задачу превратить в задачу региональную. Для этого необходимо просуммировать значения W_i от $i=1$ до $i=n$ и получить интегральное значение показателя для региона. Например, величина

$$W_z = \sum_{i=1}^n \frac{H_i - (b_i + \Delta b_i)}{H_i} 100$$

фиксирует суммарную степень относительного недопотребления для региона z (области, края, республики), где z — индекс региона, $z = \overline{1, s}$, s — число сопоставляемых регионов. Таким образом, используя те же подходы, можно распределять ресурсы по отдельным регионам с учетом сформированных показателей W_z .

Пример. Имеется область, нуждающаяся в различных видах топлива (уголь, нефть, газ, мазут, торф и т.п.) для обеспечения энергией и теплом жителей и предприятий области. Энергетическая комиссия, администрация, рассмотрев все возможные варианты привлечения этих топливных ресурсов в область, составила сравнительную табл. 2.2.1.

Таблица 2.2.1

**Сравнительная характеристика альтернативных
видов топлива**

Виды топлива	b_i	H_i	W_i	Приоритет топлива
1	2	3	4	5
1. Уголь бурый	0,49	0,59	16,9	16
2. Уголь антрацит	0,65	0,84	22,6	14
3. Уголь марки С	0,37	0,67	44,7	7
4. Уголь марки Д	3,45	4,34	20,5	15
5. Нефть сырая	0,04	0,13	69,2	4
6. Торф	1,29	1,43	9,8	20
7. Солярка летняя	0,63	1,03	38,8	9
8. Бензин марки 92	0,84	1,66	49,4	6
9. Солярка зимняя	0,11	0,19	42,0	8
10. Мазут марки 1	1,78	2,00	11,0	18
11. Мазут марки 2	0,76	1,04	26,9	12
12. Мазут марки 3	0,25	0,87	71,3	3
13. Газ природный	0,53	2,33	77,2	1
14. Газ сжиженный	0,81	1,27	36,2	10
15. Бензин марки 95	1,49	2,03	26,6	13
16. Бензин марки 98	0,42	0,60	30,0	11
17. Бензин марки 80	0,013	0,040	67,5	5
18. Дрова	0,37	0,41	9,8	19
19. Уголь марки Е	0,09	0,38	76,3	2
20. Прочие виды	0,36	0,41	12,2	17

В качестве нормативного значения H_i принят желаемый уровень потребления i -го вида топлива на планируемый период. Желаемый уровень устанавливается после анализа потребностей данного региона в этих видах топливных ресурсов. Некоторые виды данных ресурсов полностью альтернативны, например близкие сорта угля, другие альтернативны отчасти, например торф, уголь и мазут (требуется пе-

рестройка оборудования, использующего эти виды ресурсов, при переходе с одного вида ресурса на другой), и неальтернативны, такие как уголь и бензин и т.п. Для простоты не будем учитывать степень альтернативности топливных ресурсов, хотя необходимая доработка постановки задачи позволяет сделать это.

Фактический уровень потребления ресурсов b_i берется из отчетных данных за истекший период по объектам, потребляющим эти виды ресурсов, а также с учетом информации, дающей прогноз цен на ресурсы в планируемом периоде. Показатели H_i и b_i могут быть даны в форме удельных показателей на одного жителя, одного работающего, на единицу валовой продукции и т.п.

Итак, в табл. 2.2.1 приведены расчеты показателя степени недопотребления топливных ресурсов, определяющие первоочередность их для региона. Чем больше показатель W_z , тем выше приоритет данного топлива при распределении лимитных средств на закупку определенных видов топлива. В графе «Приоритет топлива» проставлены порядковые номера, показывающие приоритет или ранг данного топлива с точки зрения распределения лимитных средств. Так, например, в первую очередь должны распределяться лимиты на следующие виды топлива: газ природный (приоритет 1), уголь марки Е (приоритет 2), мазут марки 3 (приоритет 3), нефть сырая (приоритет 4) и т.п. Наименьшим приоритетом обладают торф (приоритет 20), дрова (приоритет 19), мазут марки 1 (приоритет 18), прочие виды ресурсов (приоритет 17) и т.п.

Для данного региона можно также рассчитать интегральную степень недопотребления, т.е.

$$W_z = \sum_{i=1}^n \frac{H_i - (b_i + \Delta b_i)}{H_i} 100 = 758,9\%.$$

В этом случае задача приобретает межрегиональный характер и используется для оценки лимитов на закупку топлива для отдельных регионов. Например, можно определить степень недопотребления топливных ресурсов данного вида для регионов А, В, С. В табл. 2.2.2 в качестве примера приведены показатели W_z .

Таблица 2.2.2

Сравнительная характеристика регионов

Наименование региона	$W_z, \%$	Приоритет региона
А	810	2
В	730	3
С	960	1

Наибольший приоритет в данном случае имеет регион С. Естественно, для сопоставляемости различных регионов необходимо иметь одинаковую структуру видов топливных ресурсов.

Рассмотрим теперь для данного примера собственно имитационную процедуру реализации двухкритериальной целевой функции. Она может быть представлена в виде ряда последовательных этапов 1–5.

Этап 1. Для данного региона рассматривается потребность в топливно-энергетических ресурсах, которые должны быть получены в любом случае. Это ресурсы для обеспечения деятельности военных, медицинских, антикризисных и иных объектов. Такие объекты обеспечиваются лимитами по потребности.

Этап 2. Вычисляется общая величина лимита L , подлежащего распределению между оставшимися объектами, причем

$$L = \mathcal{L} - S,$$

где $\mathcal{L}$ — общий имеющийся лимит;

S — часть лимита, использованная в соответствии с этапом 1.

Этап 3. Определяются показатели недопотребления по конкретным видам топливных ресурсов (см. табл. 2.2.1). В этой таблице оценены также их приоритеты. Введем по показателю W_i 15%-ю шкалу приоритета и проранжируем виды ресурсов по интервалам приоритета (табл. 2.2.3, гр. 2). Виды ресурсов, попавшие в один и тот же интервал, считаются имеющими одинаковый внеэкономический приоритет. В табл. 2.2.3 представлены также в гр. 3, 4 показатели экономической оценки рассматриваемых ресурсов, а именно C_{i1} — общая экономическая оценка затрат на применение i -го ресурса, C_{i2} — оценка затрат, связанная с транспортировкой. В гр. 5, 6, 7 зафиксированы соответственно: средняя цена — Π_i на ресурс, потребность в ресурсе — V_i и потребность в лимите средств на приобретение топливных ресурсов вида l_i .

Распределить лимит L между видами топливных ресурсов — это значит найти величины l_i , т.е. средства на приобретение i -го вида ресурсов. Пусть $L=5000$ ед.

Общая потребность в лимите 7987 ед., что не позволяет обеспечить всю потребность на 2987 ед. лимита.

Этап 4. Рассматривается приоритет интервалов в порядке возрастания 1, 2, 3, 4, 5. Для ресурсов, попавших в 1-й и 2-й интервалы при-

оритета, потребность в лимите равна 3663 тыс. руб., что не превышает лимита $L = 5000$ тыс. руб., поэтому ресурсы, попавшие в 1-й и 2-й интервалы приоритетов, обеспечиваются лимитами полностью. Ресурсы с приоритетом 3 обеспечиваются частично — на 1337 единиц; ресурсы, входящие в 4-й и 5-й интервалы приоритетов, не получают лимитов.

Таблица 2.2.3

Расчетная таблица

Интервал (приоритет)	Индекс видов топлива по табл. 2.2.1	C_{11}	C_{12}	C_i	V_i	Потребность в лимите l_i
1	2	3	4	5	6	7
0–15% (5)	6	0,88	0,45	0,93	140	130
	10	0,80	0,43	1,16	220	255
	18	—	—	—	—	—
	20	—	—	—	—	—
Итого					360	385
16–30% (4)	1	0,89	0,41	0,80	100	80
	2	0,89	0,41	0,80	190	152
	4	1,19	0,65	0,98	890	870
	11	1,89	1,45	1,54	280	431
	15	0,77	0,32	1,10	540	594
	16	3,89	3,67	1,53	180	275
Итого					2180	2402
31–45% (3)	3	0,89	0,41	0,80	300	240
	7	1,35	0,71	1,24	400	496
	9	0,80	0,43	1,16	80	93
	14	0,77	0,35	0,94	460	432
Итого					1240	1261
46–60% (2)	8	1,33	0,75	1,12	820	918
Итого					820	918
61–75% (1)	5	0,80	0,43	1,16	90	104
	12	1,89	1,45	1,54	620	955
	13	1,24	0,70	1,09	1800	1962
	17	—	—	—	—	—
Итого					2510	3021
76–90%	19	—	—	—	—	—
Всего					7110	7987

Этап 5. Распределяются лимиты для ресурсов приоритета 3 по показателям C_{i1} или C_{i2} , причем предпочтение отдается ресурсам с наименьшими C_{i1} или C_{i2} . В данном случае ресурсы 14, 9 и 3 обеспечиваются лимитами полностью, а 7 — частично на 296 единиц.

Ресурсы, не обеспеченные лимитами совсем или частично, приобретаются объектами, их потребляющими, исходя из собственных возможностей и предпочтений.

Таким образом, выше показана имитационная процедура, позволяющая распределять лимиты средств на топливно-энергетические ресурсы исходя из двух критериев: пропорциональности и экономичности. Изменяя интервал приоритета, можно менять соотношение между названными выше критериями.

2.2.2. Многокритериальные целевые функции планирования объемов производства продукции, товаров или услуг

Планирование производства, выпуска товаров или оказания услуг эффективно лишь тогда, когда выполнена установленная схема планирования. Существует как минимум две основные методические схемы — **ресурсная** и **программно-целевая**. Ресурсная схема предполагает распределение ресурсов исходя в основном из экономической эффективности их использования. Долгосрочные последствия ресурсных планов или их политические, социальные и иные оценки остаются в головах плановых работников и в явном виде не подвергаются системному анализу (рис. 2.2.2).

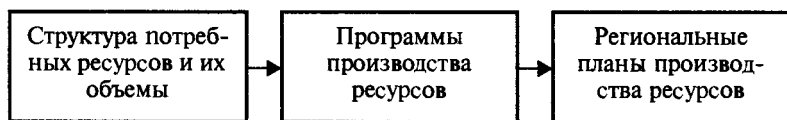


Рис. 2.2.2. Ресурсная схема планирования

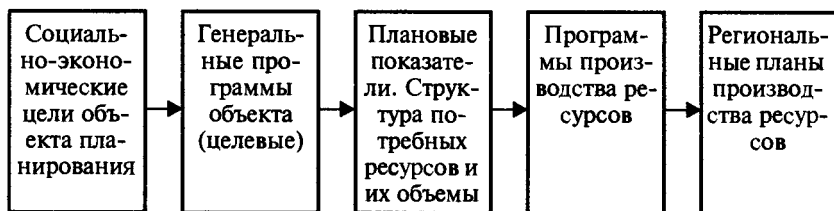


Рис. 2.2.3. Программно-целевая схема планирования

Программно-целевая схема составления планов (рис. 2.2.3) предполагает в качестве предварительного этапа формирование **целей, стоящих перед объектом планирования**. Как правило, цели объекта формируются **в виде дерева целей**, которое в конечном счете задает **целевые программы**. Эти программы представляют собой системный анализ, отображающий оценки потребностей в продукции, товарах или услугах; альтернативные способы или направления их обеспечения и долговременные последствия выполнения вариантов планов. Целевые программы формируют структуру плановых показателей и их величину в числовой форме. Эти плановые показатели являются исходными при **планировании потребных для их реализации ресурсов**. Ресурсы бывают материальные, финансовые, информационные, научно-технические и иные. Указанные ресурсы должны быть четко структурированы, т.е. расчленены на составляющие, распределены по подразделениям, обеспечивающим их выпуск в строго заданный период или момент времени.

В ресурсной схеме планирования отсутствует выработка целей и построение целевых программ. Программно-целевая схема планирования считается более совершенной, поэтому рассмотрим методику формирования целевых функций для имитационной модели, воспроизводящей такую схему планирования.

Предположим, что необходимо спланировать **выпуск продукции, товаров или услуг**. Для краткости здесь и далее будем называть это **планированием объемов выпуска продукции**.

Сформируем для данной задачи принципы содержательной оптимизации в следующем виде.

Принцип 1. Планирование объемов выпуска продукции должно исходить из потребности, достижение которой — конечная цель данного объекта или системы.

Принцип 2. Достижение объемов выпуска продукции, соответствующих потребности, должно осуществляться пропорционально, т.е. степень удовлетворения потребностей по видам продукции должна быть примерно одинакова для каждого планового периода или точки замера. Всякому плановому периоду должны соответствовать заданный уровень выпуска продукции или степень удовлетворения потребностей.

Принцип 3. При составлении плана необходимо учитывать степень и рациональные нормативы использования имеющихся ресурсов.

Принцип 4. План выпуска продукции должен быть в каждом плановом периоде сбалансированным, т.е. построенным с учетом выделенных ресурсов.

Модель, удовлетворяющая названным принципам, может выглядеть таким образом. Первый принцип будет выполнен, если в качестве цели плана положить достижение определенной степени удовлетворения потребности. Если P — потребность в выпуске продукции, не ограниченная плановым периодом, то можно задать ряд $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P$, каждый член которого отображает уровень потребления, принятый для определенного планового периода. Ряд должен быть возрастающим с насыщением. Уровень насыщения ограничивается величиной P .

Потребность P — обычно не постоянная величина. Она изменяется в зависимости от большого числа факторов, поэтому уровень насыщения потребности P также изменяется. Как правило, он возрастает. Поскольку P не постоянная величина, то степень отклонения фактического уровня выпуска продукции от нормативного в общем случае при переходе от одного планового периода к другому не всегда будет уменьшаться. Исходя из сказанного, выберем первой целевой функцией модели следующее выражение:

$$C_s(t, T) = [P(F, t) - P_s(F_s^+, T_s)] \rightarrow \min, \quad (2.2.1)$$

где $P(F, t)$ — потребность в выпуске продукции, зависящая от совокупности факторов F и времени t ;

P_s — уровень потребления продукции, соответствующий совокупности факторов F_s^+ и периоду планирования T_s ;

S — номер уровня, характеризующий величину потребления P_s .

Это выражение удовлетворяет первому принципу программно-целевого управления, так как минимизирует отклонения фактического уровня потребления продукции от нормативного. При данной целевой функции планируемая система будет выдерживать оптимальную траекторию движения в направлении достижения потребности $P(F, t)$, несмотря на ее возможные изменения. Покажем на примере, как формируется траектория движения деятельности данного объекта для $P(F, t) = \text{const}$.

Случай $s = 1$. При $s = 1$ имеется первый уровень удовлетворения потребности, который характеризуется точкой $C_1(t, T_1)$

$$C_1(t, T_1) = [P(F, t) - P_1(F_1^+, T_1)] \rightarrow \min. \quad (2.2.2)$$

Здесь минимум отыскивается по совокупности значений факторов F_1^+ , задающих лимиты капиталовложений (централизованные,

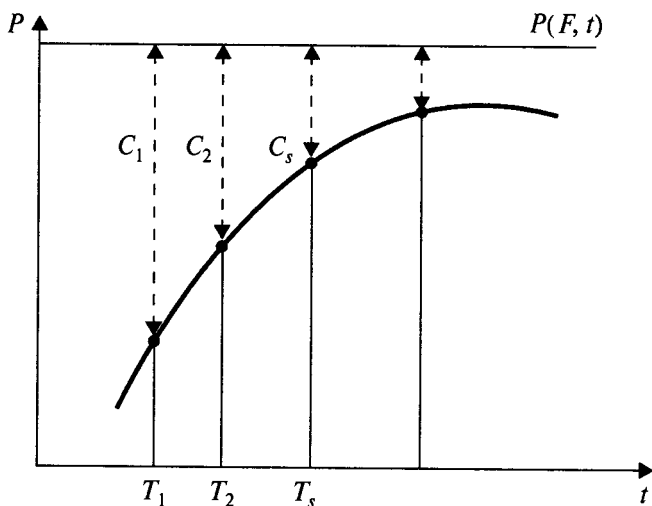


Рис. 2.2.4. Траектория движения системы

нецентрализованные, пр.), возможные приросты мощностей и производственных площадей, возможности освоения капиталовложений и спрос на продукцию. Совокупность перечисленных факторов определяет значение $P_1(F_1^+, T_1)$, от которого зависит величина отклонения плана на момент T_1 от потребности.

Случай $s = 2$. При $s = 2$ отклонение плана на период T_2 от потребности получается из выражения

$$C_2(t, T_2) = [P(F, t) - P_2(F_2^+, T_2)] \rightarrow \min. \quad (2.2.3)$$

Значение $P_2(F_2^+, T_2)$ на период планирования T_2 определяется по аналогии. Таким же образом можно найти последующие значения $C_s(t, T_s)$. Траектория движения данного объекта планирования показана на рис. 2.2.4.

Дальнейшее формирование имитационной целевой функции удобнее осуществить на конкретном примере. Выберем в качестве объекта планирования отрасль ремесленного хозяйства — бытовое обслуживание населения. В нем существуют 20 групп бытовых услуг: пошив и ремонт одежды, пошив и ремонт обуви, химчистка, парикмахерские, ремонт жилья и т.п. Обозначим вид услуги через i , $i = \overline{1, n}$, $n = 20$. Тогда через H_i и b_i обозначим соответственно нормативный и фактический уровни потребления i -й услуги на душу населения в определенном регионе. Величина $H_i - b_i$ — степень недо-

потребления i -й услуги на душу населения, а значение $(H_i - b_i)/H_i$ — степень относительного недопотребления. В этой связи второй принцип — принцип пропорциональности можно записать так:

$$\frac{H_i - b_i}{H_i} = \frac{H_{i+1} - b_{i+1}}{H_{i+1}}, \quad (2.2.4)$$

т.е. как уже ранее рассмотренную целевую функцию пропорциональности.

Содержательное значение этого принципа — обеспечение равенства степеней относительного недопотребления по видам услуг.

Для привязки принципа пропорциональности к модели планирования объемов бытовых услуг введем обозначения, принятые для первой целевой функции, и изменим формулу задания принципа пропорциональности, а именно: H_i обозначим через $H_i(F_p, t)$, b_i — через $b_{is}(F_{is}^+, T_s)$, где $H_i(F_p, t)$ — потребность в услуге i -го вида, определенная совокупностью факторов F_p , $i = \overline{1, n}$; $b_{is}(F_{is}^+, T_s)$ — уровень потребления i -го вида услуг на период планирования T_s , определенный совокупностью факторов F_{is}^+ ; s — номер уровня потребления.

Формула пропорциональности для задач планирования может иметь вид

$$W(F_s^+, T_s) = \frac{b_{is}(F_{is}^+, T_s)}{H_i(F_p, T)} = \frac{b_{i+1,s}(F_{i+1,s}^+, T_s)}{H_{i+1}(F_p, T)}, \quad (2.2.5)$$

где $W(F_s^+, T_s)$ — степень относительного удовлетворения потребностей.

Содержательное значение данной функции — обеспечение пропорциональности относительного удовлетворения потребностей по видам услуг. Такая форма задания пропорциональности более удобна для планирования. Поскольку требование пропорциональности задает определенный и одинаковый уровень бытового обслуживания по услугам, то величина уровня потребления услуг $b_{is}(F_s^+, T_s)$ может быть найдена из выражения

$$b_{is}(F_{is}^+, T_s) = H_i(F_p, t) W(F_{is}^+, T_s). \quad (2.2.6)$$

Задавая различные значения уровня степени относительного удовлетворения потребностей $W(F_s^+, T_s)$, можно получать различные значения $b_{is}(F_{is}^+, T_s)$, т.е. итерационным путем рассчитать уровень потребления каждого вида услуг на период T_s , отвечающий заданным факторам (ограничениям) F_{is}^+ .

Практические соображения, однако, не позволяют применять во всех случаях целевую функцию (2.2.5) в связи с тем, что она игнорирует существующий уровень потребления бытовых услуг. Действительно, выражение (2.2.5) содержит только два члена — норматив и проектируемый уровень с индексом s . От этого недостатка свободна целевая функция следующего вида:

$$W_0(F_s^+, T_s) = \frac{b_{i,s-1}(F_{i,s-1}^+, T_{s-1})}{b_{is}(F_{is}^+, T_s)} = \frac{b_{i+1,s-1}(F_{i+1,s-1}^+, T_{s-1})}{b_{i+1,s}(F_{i+1,s}^+, T_s)}, \quad (2.2.7)$$

где $b_{i,s-1}(F_{i,s-1}^+, T_{s-1})$ — предыдущий уровень потребления i -го вида услуг, т.е. уровень потребления услуг периода T_{s-1} .

В этом случае уровень потребления в плановом периоде сопоставляется с исходным уровнем. Вместе с тем в данном выражении не присутствует норматив, т.е. утрачена связь с целевой функцией (2.2.1). Отсутствие в функции (2.2.7) норматива приводит к тому, что в модель закладывается не рациональная структура услуг, соответствующая нормативным значениям $H_1, H_2, \dots, H_n$, а фактически сложившаяся в период T_{s-1} . Сложившаяся структура должна быть скорректирована таким образом, чтобы в новом плановом периоде она более отвечала нормативным значениям. Для этого вводятся специальные нормативные коэффициенты, учитывающие расстояние между нормативом и исходным уровнем:

$$K_{is} = f_{is}(b_{i,s-1}, H_i, \theta), \quad (2.2.8)$$

где θ — параметры, задаваемые экспертными оценками.

В общем случае K_{is} — решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и многими переменными. Такими переменными могут быть значения b_{is}, t и т.п. Скорректируем выражение (2.2.7) коэффициентами (2.2.8) и получим систему уравнений

$$\begin{cases} b_{is}(F_{is}^+, T_s) = \frac{b_{i,s-1}(F_{i,s-1}^+, T_{s-1})}{W_0(F_s^+, T_s)} K_{is}, \\ b_{i+1,s}(F_{i+1,s}^+, T_s) = \frac{b_{i+1,s-1}(F_{i+1,s-1}^+, T_{s-1})}{W_0(F_s^+, T_s)} K_{i+1,s}. \end{cases} \quad (2.2.9)$$

Система (2.2.9) свободна от недостатков целевых функций (2.2.5) и (2.2.7), так как учитывает исходный уровень развития бытовых услуг и обеспечивает с помощью коэффициентов K_{is} большую приоритетность тех видов услуг, которые развиты слабее других относительно

но норматива. Корректировка имеет явно переходный характер в связи с тем, что при достижении уровня $s = s_k$ значения K_{is} становятся равными единице, и, следовательно, корректировка прекращается. Номер уровня s_k легко рассчитать. Обычно $K_{is} \geq 1$, однако в некоторых случаях, когда фактический уровень выше нормативного, значение K_{is} следует принимать равным единице.

Система уравнений (2.2.7), хотя и соответствует первым двум принципам планирования, все же не отвечает еще одному требованию. Дело в том, что каждый вид услуг, кроме нормативного уровня потребления, имеет еще характеристику предпочтительности развития данной услуги по отношению к другим видам. Поясним сказанное на примере. Предположим, что норматив потребления услуг по ремонту радиоаппаратуры $H_{pta} = 6$ руб./чел., а услуг по переработке сельхозпродуктов $H_{cx} = 5$ руб./чел. Пусть также фактические уровни потребления этих услуг $b_{pta} = 3$ руб./чел., а $b_{cx} = 2,5$ руб./чел. В этом случае степени удовлетворения этих видов услуг одинаковы, т.е.

$$b_{cx}/H_{cx} = b_{pta}/H_{pta} = 0,5.$$

Какая же услуга при этом имеет приоритет в развитии? Можно ли сказать, что эти услуги имеют одинаковый приоритет с точки зрения развития в будущем? Видимо, нет. Услуги могут быть разной степени прогрессивности или разной степени насущности. Для данного примера, по нашему мнению, большей прогрессивностью обладают услуги по ремонту радиоаппаратуры.

Чтобы учесть характеристику прогрессивности или настоятельности услуги, введем показатель предпочтительности развития услуги ψ_{is} , являющийся нормированной экспертной оценкой и удовлетворяющий условию

$$\sum_{i=1}^n \psi_{is} = 1.$$

Введение ψ_{is} целесообразно осуществить совместно с введением K_{is} . В этом случае уравнения из системы (2.2.9) будут выглядеть следующим образом:

$$b_{is}(F_{is}^+, T) = \frac{b_{i,s-1}(F_{i,s-1}^+, T_{s-1})}{b_{is}(F_s^+, T_s)} K_{is} \psi_{is}. \quad (2.2.10)$$

Рассмотрим теперь методы учета степени использования ресурсов и нормативы их использования. Выберем в качестве основного показателя, учитывающего использование ресурсов, прирост объемов ус-

луг на душу населения без затрат капиталовложений, т.е. ΔP_{is} . Введем значения ΔP_{is} в уравнение (2.2.10):

$$b_{is}(F_{is}^+, T) = \frac{b_{i,s-1}(F_{i,s-1}^+, T_{s-1}) + \Delta P_{is} K_{is} \Psi_{is}}{W_0(F_s^+, T_s)} \quad (2.2.11)$$

Уравнение (2.2.11) обеспечивает корректировку планируемого уровня потребления услуг с учетом имеющихся резервов по использованию мощностей. В первом приближении такой подход обеспечивает выполнение третьего принципа программно-целевого управления.

Реализация четвертого принципа — принципа сбалансированности может быть обеспечена при пошаговой процедуре расчета значений $b_{is}(F_{is}^+, T_s)$ и потребности в капиталовложениях κ_{is} при изменении степени удовлетворения потребностей в пределах

$$W_0(F_{s-1}^+, T_{s-1}) \leq W_0(F_s^+, T_s) \leq 1.$$

Значение $W_0(F_s^+, T_s)$, соответствующее сбалансированному лимиту капиталовложений L_s , в рассматриваемой модели получается при реализации метода наискорейшего спуска с переменным шагом. Поиск выполняется до обеспечения неравенства вида

$$L_s - \sum_{i=1}^n \kappa_{is} \leq \delta_s, \quad (2.2.12)$$

где δ_s — наперед заданная ошибка прогнозирования лимита L_s .

Модели планирования объемов бытовых услуг в соответствии с имитационными целевыми функциями (2.2.1), (2.2.11), (2.2.12) обеспечивают достаточно полную реализацию четырех принципов программно-целевого планирования. Далее будет показан пример реализации данной модели программно-целевого планирования.

2.2.3. Некоторые формальные подходы к многокритериальной оптимизации

Рассмотрим некоторые формальные подходы к многокритериальной оптимизации, в которых излагаются ее известные методы в трактовке В.И. Борисова [18].

Излагаемые ниже методы не являются обобщением рассмотренных в пп. 2.2.1 и 2.2.2, а лишь наглядно иллюстрируют некоторые приемы многокритериальной оптимизации.

Пусть X — решение, $X \in D_x$, D_x — допустимое множество решений. Критерии оценки решений задаются n скалярными функциями $y_1, y_2, \dots, y_n$, образующими вектор Y , причем $X \rightarrow Y = F(x)$. Функционал $F(x)$ может быть задан аналитически, статистически или эвристически. При этом необходимо найти оптимальное решение $X^0 \in D_x$.

Модель оптимизации, соответствующая такой постановке, выглядит так:

$$X^0 = F^{-1}[\text{opt } Y(X)], \quad (2.2.13)$$

где F^{-1} — обратное преобразование Y в X ;
 opt — оператор оптимизации вектора Y .

Реализация модели (2.2.13) связана с тремя трудностями.

Первая заключается в выборе принципа оптимальности, который достаточно строго определяет свойства оптимального решения на основе некоторой схемы компромисса.

Вторая трудность связана с нормализацией вектора Y и вызвана различными масштабами и единицами измерения локальных критериев.

Третья трудность связана с учетом приоритетности локальных критериев.

Один из главных моментов выбора решения в многокритериальных моделях — выделение области компромиссов (решений, оптимальных по Парето). Областью компромиссов Γ_x называется подмножество D_x , обладающее тем свойством, что все принадлежащие ему решения не могут быть одновременно улучшены по всем локальным критериям.

Это приводит к необходимости проводить выбор решения в Γ_x на основе некоторой схемы компромисса. Легко видеть, что оптимальное решение X^0 всегда должно принадлежать области компромиссов, иначе оно может быть улучшено и, следовательно, не является оптимальным. Таким образом, поиск оптимального решения можно ограничить областью Γ_x , которая, как правило, значительно уже всей области D_x . Модель выбора решения, соответствующая такому определению Γ_x , запишем так:

$$\Gamma_x = \left\{ X \mid X \in D_x, \{X' \mid Y(X') \geq Y(X)\} \cap D_x = \emptyset \right\}. \quad (2.2.14)$$

Для вычислений удобнее использовать другую форму записи:

$$\Gamma_x = \bigcup_{A \in D_A} \left[F^{-1} \left[\max_{A \in D_A} \sum_j a_j Y_j(X) \right] \right], \quad (2.2.15)$$

где $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ — векторный параметр, заданный на множестве $D_A = \left\{ A \mid \sum_j a_j = 1, a_j > 0 \right\}$.

Модель (2.2.15) требует нахождения глобального оптимума линейной формы $\sum_j a_j Y_j$, а также в случае невыпуклых задач и локальных оптимумов.

Первый шаг при выборе решений в случае нескольких критериев — выделение области допустимых компромиссов Γ_x (рис. 2.2.5).

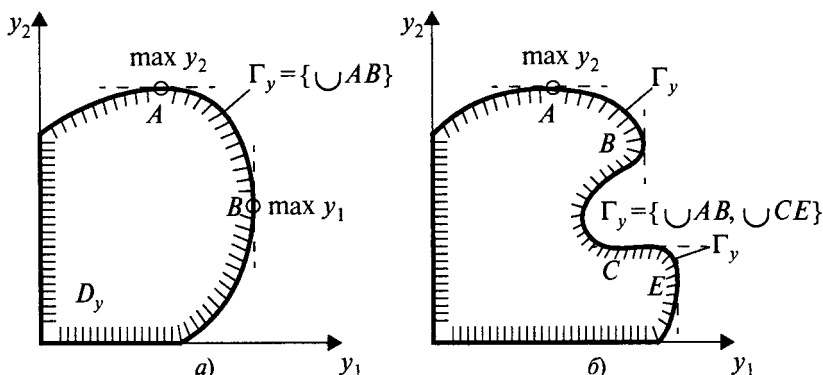


Рис. 2.2.5. Иллюстрация области компромисса:

а) — выпуклая задача; б) — невыпуклая задача

В основе определения Γ_x лежит принцип оптимальности $\text{opt}_1 Y = \max Y$, т.е. принцип строгого доминирования: решение X' лучше решения X'' , если $Y(X') \geq Y(X'')$.

Важный практический результат выделения области Γ_x — сужение области D_x , что позволяет улучшить качество принимаемых решений. В некоторых случаях поиск оптимального решения заканчивается именно определением Γ_x и выдачей решений $X \in \Gamma_x$ лицу или органу, ответственному за принятие решения. Однако существуют методы повышения эффективности решений, связанные с вторжением в Γ_x на основе некоторых моделей компромисса. Рассмотрим такие модели.

Модель справедливого компромисса. Пусть в Γ_x даны два решения X' , X'' и их критерии оценки Y_1 и Y_2 . Решение X' превосходит решение X'' по критерию Y_2 , но уступает по критерию Y_1 . Для сравнения этих решений в случае одинаковых весов Y_1 и Y_2 вводится мера относительного снижения качества решения по каждому из критериев (цена уступки) x :

$$x_1 = \frac{\Delta Y_1(X', X'')}{\max_{X', X''} Y_1(X)}; \quad x_2 = \frac{\Delta Y_2(X', X'')}{\max_{X', X''} Y_2(X)}, \quad (2.2.16)$$

где ΔY_1 и ΔY_2 — абсолютные уровни снижения критериев при переходе от решения X' к X'' (для Y_1) и при обратном переходе (для Y_2). Если $x_1 > x_2$, то следует по справедливости отдать предпочтение решению X'' , и наоборот.

Принципу справедливого компромисса соответствует скалярная модель оптимизации с критерием в виде:

$$X^0 = F^{-1} \left[\max_{X \in \Gamma_A} \prod_j Y_j(X) \right]. \quad (2.2.17)$$

Идея справедливого компромисса реализуется в принципе оптимальности

$$\text{opt}_2 Y = \max \prod_j Y_j. \quad (2.2.18)$$

На рис. 2.2.6 показана интерпретация принципа справедливого компромисса.

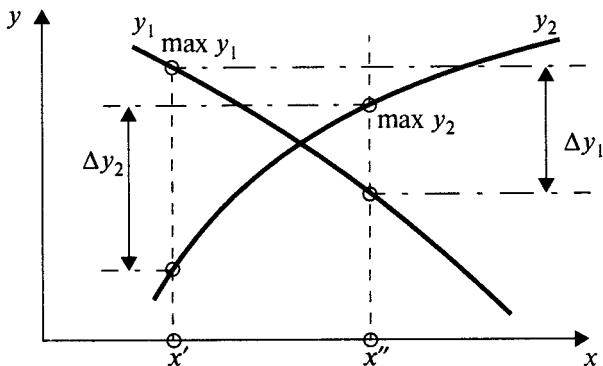


Рис. 2.2.6. Принцип справедливого компромисса

В случае различной приоритетности критериев вносятся коррективы с помощью весов $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, и модель оптимизации принимает вид

$$X^0 = F^{-1} \left[\max_{X \in \Gamma_x} \prod_j Y_j^{\lambda_j}(X) \right]. \quad (2.2.19)$$

Существуют и другие способы оценки решений, отличающиеся от принципа справедливого компромисса, основанные, например, на принципах жесткого или гибкого приоритета.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое входные данные и какие типы входных сигналов вы знаете?
2. Перечислите компоненты входного сигнала и методы их оценки.
3. Каковы методы корректировки несопоставимых входных сигналов?
4. Опишите методы вычисления трендовой компоненты.
5. Назовите методы определения циклической компоненты. Что такое сезонная волна?
6. Что такое общая модель динамического ряда?
7. Что такое управление динамическим рядом?
8. Как осуществляется имитационное моделирование динамических рядов?
9. Какие методы формирования целевых функций при имитационном моделировании вы знаете?
10. Назовите распространенные типы целевых функций с несколькими критериями. Что такое критерии пропорциональности?
11. Какие способы реализации целевых функций в имитационных моделях вы знаете?
12. Что такое многокритериальные целевые функции планирования?
13. Поясните формальные методы многокритериальной оптимизации.

3. СПОСОБЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ И ОБЪЕКТОВ

3.1. Элементарное описание многоуровневых систем

Учет многоуровневости моделируемых систем, или «отношений порядка» между объектами и их группами, необходим при имитационном моделировании. Предположим, что элементы объекта по степени важности или приоритетности различны. Кроме того, каждый элемент или их группы имеют целевые функции, не совпадающие по размерности. В этом случае сопряжение таких элементов или их групп следует осуществлять с учетом приоритетности и сопоставимой размерности. Наиболее известная форма учета приоритетности — древовидная структура, имеющая различные уровни и иерархии. Пример реализации многоуровневой иерархической схемы можно представить в виде модели распределения ресурсов между объектами различных уровней.

Рассмотрим многоуровневую иерархическую схему объектов, представленную в виде «дерева» с уровнями $\gamma = 1, 2, \dots, \gamma'$ (рис. 3.1.1). Предположим, что «дерево» фиксирует иерархическую взаимосвязь

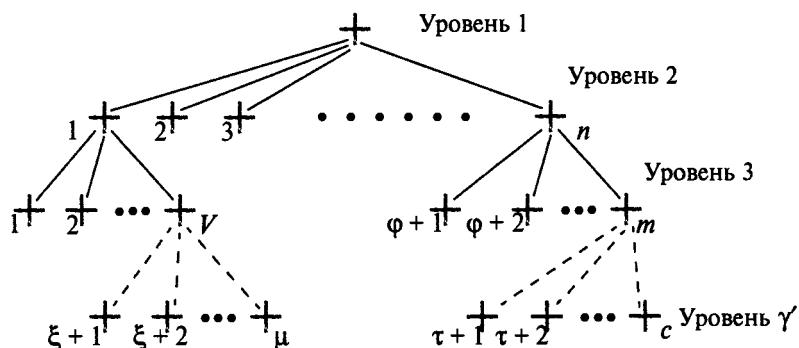


Рис. 3.1.1. Иерархическая схема объектов

объектов с точки зрения источника выделяемых ресурсов. Объектами, получающими ресурсы, могут быть субъекты РФ, министерства, предприятия и их подразделения, занятые выполнением определенных программ или функций. Например, это может быть Министерство обороны, снабжающее армию необходимыми ресурсами и выделяющее эти ресурсы на округа, рода войск и далее по конкретным воинским подразделениям.

Построение «дерева» объектов может осуществляться по различным схемам, вид которых определяется типом решаемых задач распределения ресурсов и их видов. Если поставить задачу распределения капиталовложений, например «Газпрому», от уровня «Газпрома» до уровня конкретных объектов газодобычи, то возможна следующая трактовка уровней.

Уровень 1. «Газпром» распределяет имеющийся лимит капиталовложений между территориальными зонами или зональными компаниями, находящимися на уровне 2. Последние распределяют капиталовложения между своими технологическими комплексами: покупка оборудования, освоение территории, буровые работы и т.п. Технологические комплексы находятся уже на уровне 3. В свою очередь каждый комплекс распределяет установленный лимит между своими предприятиями, находящимися на уровне 4. Далее лимит, установленный для предприятий, распределяется между объемами каждого предприятия. Объекты предприятия находятся на уровне 5. Наконец, на уровне 6 расположены объекты предприятия, которые распределяют капиталовложения на различные виды оборудования и строительно-монтажные работы. Безусловно, может быть и другая привязка объектов к уровням.

При построении модели распределения капиталовложений «Газпромом» возникает шестиуровневая схема объектов. Итак, пусть γ — произвольный уровень «дерева» объектов. Элементы, принадлежащие уровню γ , будем обозначать $b_{\gamma}^{(\varphi)\omega_{\gamma}}$, где φ — номер элементарного объекта в любом уровне; ω_{γ} — номер элементарной иерархии уровня γ . Например, $b_3^{(2)1_3}$ — элемент уровня 3 под номером 2 из иерархии 1. Под элементарной иерархией ω_{γ} понимается группа элементов уровня γ , имеющая непосредственную связь с одним из элементов (управляющим) вышестоящего уровня $\gamma - 1$. Таким образом, число элементов в уровне $\gamma - 1$ определяется числом элементарных иерархий в уровне γ . Элемент $b_{\gamma-1}^{(\varphi)\omega_{\gamma-1}}$ назовем управляющим для элементов своей иерархии $\{b_{\gamma}^{(\varphi)\omega_{\gamma}}\}$.

Опишем четырехуровневую схему объектов и их взаимосвязи. В целом по четырем уровням «дерева» (рис. 3.1.2) имеется множество объектов B , а именно:

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4,$$

где $B_1 = b_1^{(1)}$; $B_2 = [b_2^{(1)1_2}, b_2^{(2)1_2}, \dots, b_2^{(n)1_2}]$;

$$B_3 = \left\{ [b_3^{(1)1_3}, b_3^{(2)1_3}, \dots, b_3^{(\bar{v})1_3}], \dots, [b_3^{(v+1)\omega_3}, b_3^{(v+2)\omega_3}, \dots, b_3^{(\bar{v}')\omega_3}], \dots, \right. \\ \left. \dots, [b_3^{(v'+1)\omega'_3}, b_3^{(v'+2)\omega'_3}, \dots, b_3^{(v'')\omega'_3}] \right\};$$

$$B_4 = \left\{ [b_4^{(1)1_4}, b_4^{(2)1_4}, \dots, b_4^{(\bar{\tau}+1)1_4}], [b_4^{(\tau+1)\delta_4}, b_4^{(\tau+2)\delta_4}, \dots, b_4^{(\tau')\delta_4}], \dots, \right. \\ \left. \dots, [b_4^{(\tau'')\delta'_4}, b_4^{(\tau''+1)\delta'_4}, \dots, b_4^{(\bar{\tau})\delta'_4}] \right\}.$$

Подмножества B_1, B_2, B_3, B_4 определяют совокупности объектов, принадлежащих определенному уровню.

Задача распределения капиталовложений по объектам иерархии заключается в определении лимитов капиталовложений $l_{\gamma}^{(\varphi)\omega_{\gamma}}$ по объектам всех уровней (за исключением уровня 1, где лимит устанавливается вне данной модели), в определении и наиболее полном финансировании прежде всего самых важных объектов. Важность или приоритетность объекта капиталовложений фиксируется путем вве-

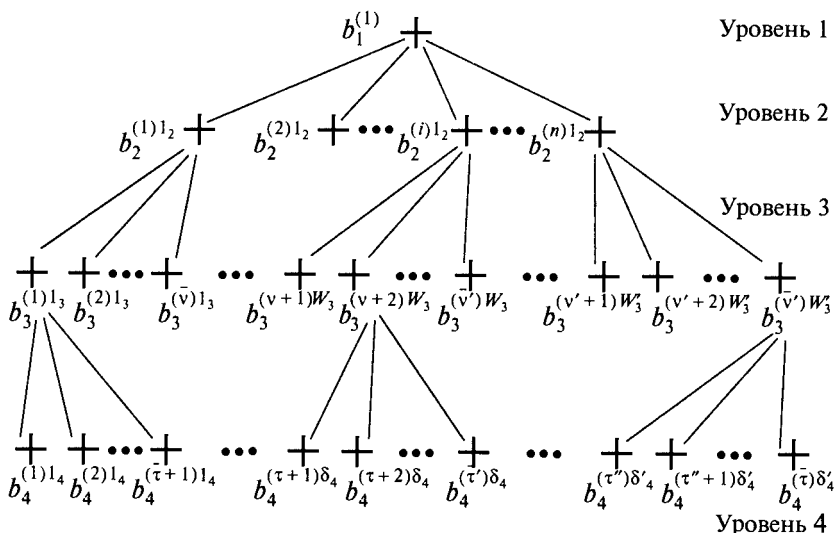


Рис. 3.1.2. Иерархия объектов отраслевой модели

дения специальных приоритетных характеристик объектов, отображающих их сравнительные свойства с точки зрения необходимости и определенности величины вложений. Для всякого объекта можно задать m приоритетных характеристик

$$[p_{\gamma}^{(\varphi_1)\omega_{\gamma}}, p_{\gamma}^{(\varphi_2)\omega_{\gamma}}, \dots, p_{\gamma}^{(\varphi_m)\omega_{\gamma}}],$$

каждая из которых описывает отдельное свойство объекта. По приоритетным характеристикам можно рассчитать показатель приоритета объекта

$$p_{\gamma}^{(\varphi)\omega_{\gamma}} = f_{\varphi}(p_{\gamma}^{(\varphi_1)\omega_{\gamma}}, p_{\gamma}^{(\varphi_2)\omega_{\gamma}}, \dots, p_{\gamma}^{(\varphi_m)\omega_{\gamma}}). \quad (3.1.1)$$

Число и размерность приоритетных характеристик, а также размерность показателя приоритета для объектов одного уровня должны быть одинаковы. Например, для объектов уровня 2 (зональных компаний «Газпрома») приоритетными характеристиками могут быть: доходность компании (прибыль), эффективность использования основных производственных фондов, величина неосвоенных, но уже сделанных капиталовложений и т.п. Интегральная характеристика, или приоритет объекта, вычисленный по формуле (3.1.1), позволяет сопоставлять объекты одного уровня между собой. Определим конкретный вид выражения (3.1.1), например для уровня 2 «дерева» объектов «Газпрома».

Пусть $p_2^{(i_1)1_2}$ — показатель прибыли или рентабельность компании по сравнению со средним по «Газпрому»; $p_2^{(i_2)1_2}$ — показатель отклонения фактических затрат активной части основных производственных фондов на рубль объема реализации (фондоемкость) от нормативных; $p_2^{(i_3)1_2}$ — величина неосвоенных, но уже сделанных капиталовложений.

Характеристика $p_2^{(i_1)1_2}$ может фиксировать относительную прибыль i -й компании по сравнению с другими компаниями.

$$p_2^{(i_1)1_2} = [(H_2^{(i_1)1_2} - b_2^{(i_1)1_2}) / H_2^{(i_1)1_2}] \cdot 100, \quad (3.1.2)$$

где $b_2^{(i_1)1_2}$ — прибыль компании;

$H_2^{(i_1)1_2}$ — средняя прибыль по «Газпрому».

Другая приоритетная характеристика $p_2^{(i_2)1_2}$ может отображать степень использования оборудования в данной компании через отклонение фактической фондоемкости по активной части основных производственных фондов от нормативной, т.е.

$$p_2^{(i_2)1_2} = k_n^{ak} - k_\phi^{ak}, \quad (3.1.3)$$

где k_n^{ak} , k_ϕ^{ak} — нормативная и фактическая фондоемкости по активной части основных производственных фондов.

Учет ранее сделанных, но не освоенных капиталовложений $p_2^{(i_3)1_2}$ обеспечивает своеобразный контроль за использованием ранее осуществленных капиталовложений. Период освоения капиталовложений различными компаниями достигает 3—5 лет, поэтому неучет ранее сделанных капиталовложений может привести к неточному отображению фактического положения дел, что в свою очередь нарушит оптимальность решения задачи. Особенно значительные погрешности появляются при определении эффективности капиталовложений на небольшой период планирования (1—3 года). При значительном периоде планирования (7—10 лет) величина погрешности снижается. Оценка неосвоенных капиталовложений может осуществляться через удельные капиталовложения, например

$$\Delta V_i = \Delta K_i k_{уд}, \quad (3.1.4)$$

где ΔV_i — запланированный (проектный) прирост объема газодобычи за счет сделанных ранее, но не освоенных капиталовложений независимо от момента окончания их освоения;

ΔK_i — величина сделанных ранее, но не освоенных капиталовложений в компанию i ;

$k_{уд_i}$ — удельные капиталовложения.

Приоритет объектов по рассмотренным приоритетным характеристикам находят различными способами, например, вычитая потери фактической прибыли от неустановленного оборудования (неосвоенных капиталовложений), потери, возникающие от несоответствия фактической фондоемкости нормативной.

Не вдаваясь в дальнейшие детали определения приоритетных характеристик, рассмотрим способы их использования при имитационном моделировании иерархических систем. Предположим, что объект уровня 1 (в нашем примере «Газпром») — элемент $b_1^{(1)}$ является управляющим для элементов $b_2^{(i)1_2}$ — своих дочерних компаний, находящихся на уровне 2. Если осуществляется имитационное моделирование совместной деятельности элементов уровней 1 и 2, а также взаимодействия элементов уровня 2 между собой, то в параметры мо-

дели каждого элемента должны быть введены вышеперечисленные приоритетные характеристики, использование которых должно осуществляться с учетом их содержательного значения. Например, в вышеприведенном примере с «Газпромом» при реализации связей между уровнями 1 и 2 показатели относительной прибыли компаний должны корректироваться найденными приоритетными характеристиками, которые накладывают ограничивающие условия, введенные объектом более высокого уровня — «Газпромом». Таким образом, здесь устанавливается межуровневый приоритет, т.е. когда объект более высокого уровня вмешивается в деятельность (заявленную потребность в капиталовложениях) объекта более низкого уровня. В данном примере корректировка производится показателями относительной прибыли, причем двумя несопоставимыми показателями (фондоемкостью и величиной неосвоенных капиталовложений), воздействие которых на относительную прибыль рассчитывается, т.е. сводится к сопоставимому виду.

Данный пример всего лишь показывает одну из возможных частных процедур межуровневой координации, т.е. оценки «отношений порядка», или приоритетности элементов. Такая процедура не универсальна и не дает конкретной информации по организации других видов учета межуровневой координации или межуровневого приоритета. В следующем параграфе сделана попытка с помощью универсальной модели принятия решений описать более общую процедуру оценки межуровневого приоритета с учетом как различной размерности входных и выходных воздействий, так и различий в целевых функциях.

3.2. Моделирование способов принятия решений при наличии несопоставимости целевых функций и многоуровневости объектов

Приведенные выше примеры описания многоуровневых систем сводятся к формализации иерархической схемы системы, т.е. к описанию взаимосвязей составляющих ее элементов, описанию каждого элемента и к определению приоритетности элементов. Оценка приоритетности может быть осуществлена между элементами и между элементарными иерархиями. Заметим, что чем больше номер уровня иерархической схемы, тем меньше приоритетность каждого элемента или каждой элементарной иерархии по отношению к единственному элементу уровня 1.

При присвоении приоритета элементу или элементарной иерархии целесообразно соблюдать следующие правила.

1. Внутри каждой элементарной иерархии приоритет между элементами устанавливается при помощи набора каких-то сопоставимых характеристик. Например, это могут быть показатели прибыли, использования фондов, удельных характеристик потребления и т.п.

2. Приоритет элементарных иерархий устанавливается через оценку приоритетности управляющего данной иерархией элемента вышестоящего уровня. Таким образом, оценка приоритетности иерархий есть оценка приоритетности элемента вышестоящего уровня.

3. Распределение элементов по уровням, элементарным иерархиям с точки зрения приоритетности должно соответствовать сопоставимой значимости элемента, т.е. элементы должны иметь сопоставимую значимость на каждом уровне и в каждой иерархии.

4. Установление приоритетности, или «отношений порядка» между элементами, может выполняться при помощи специально разработанных моделей принятия решений. Выделим несколько типов таких моделей: **частные** (узкоспециализированные), **общие** (настраиваемые на принятие решений по конкретному объекту), **экспертные** (когда построить формальную модель затруднительно) и **комбинированные** из названных.

Примеры частных моделей приведены в п. 3.1, а экспертные модели подробно описаны в литературе, поэтому рассмотрим один из возможных вариантов построения достаточно общей модели оценки приоритетности.

Понятие приоритета, или «отношения порядка», связано с принятием какой-либо оценки, т.е. с принятием решения, фиксирующего числовую оценку приоритетности. Поэтому оценки приоритетов, видимо, можно свести к какой-либо модели принятия решений, т.е. к модели, задающей способ принятия решения. Рассмотрим возможный вариант такой модели.

Модели принятия решений используются в различных ситуациях при решении многих проблем, в том числе и при имитационном моделировании. Рассматриваемый ниже вариант модели принятия решений не привязан к каким-либо типам объектов и может быть как настроен на объект определенного вида, так и применяться самостоятельно в форме достаточно универсального алгоритма принятия решений, используя «дерево» решений.

Структура модели построена на основе анализа и имитации методов, используемых человеком в практической деятельности. Человек, как наиболее сложная из доступных наблюдению систем, имеет

пока наиболее эффективные и универсальные методы решения проблем различного вида. Особенно хорошо им решаются плохо формализуемые задачи. Приведем пример. Что делает человек при переходе улицы? Он оценивает опасность данного действия с точки зрения критерия безопасности, на основании предшествующего опыта подобных ситуаций и другого опыта. Короче говоря, сознательно или бессознательно подсчитываются все «за» и «против», и принимается решение с учетом веса как каждой аналогичной ситуации, так и общего числа положительных и отрицательных аналогов данной ситуации по отношению к критерию безопасности. В результате человек либо переходит улицу, либо ждет. В других случаях используются другие критерии и соответственно другие аналоги (факты), но метод оценки и решения остается тем же. Приближаясь к нашей задаче, заметим следующее: человек при решении определенной проблемы A (выбор каких-либо параметров, действий, оценка ситуаций) в некоторой системе аксиом G (его опыт и знания) относительно определенного критерия K опирается на ряд положительных и отрицательных по отношению к критерию аналогов (фактов) F , имеющих определенную значимость. Сравнение положительных и отрицательных аналогов между собой дает заключение, определяющее решение данной задачи.

Формальное описание такого подхода и процедур, способных реализовать указанный алгоритм, хотя и не может полностью воспроизвести человеческие способности, но, по нашему мнению, позволит получить интересные приложения. Ниже приводится формальное изложение методики принятия решений и определяется структура модели, воспроизводящая найденный алгоритм.

3.2.1. Формализация модели принятия решений

Заддим X — измеримое пространство элементов x (элементарных событий), с σ -алгеброй $F(f_1, f_2, \dots, f_n, \dots)$ x -множеств. На σ -алгебре $F(f_1, f_2, \dots, f_n, \dots)$ определена вероятностная мера P . Пусть система $F(f_1, f_2, \dots, f_n)$ есть отображение процессов, протекающих в реальной системе $A(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$ по законам, определяемым системой аксиом $G = G_1(\lambda), G_2(\lambda), \dots, G_p(\lambda)$, а именно $G: A \rightarrow F$.

Пусть система F по отношению к A разбивается на две части

$$\left. \begin{aligned} F(f_1, f_2, \dots, f_n) &\supset F^+(f_1, f_2, \dots, f_i) \\ F(f_1, f_2, \dots, f_n) &\supset F^-(f_1, f_2, \dots, f_j) \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.1)$$

где $i + j = n$ и

$$\left. \begin{aligned} F^+ \cup F^- \subset F \\ F^+ \cup F^- = \emptyset \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.2)$$

Определим введенные символы.

1. Система $A(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$ — реальная динамическая система с критерием функционирования K , в которой действуют законы, определяемые системой аксиом G .

2. Система аксиом $G = G_1(\lambda), G_2(\lambda), \dots, G_p(\lambda)$, при этом $G_d(\lambda)$ — отдельная аксиома в функции λ , $d = \overline{1, p}$; λ представляет какое-либо пространство, либо время, либо оба эти параметра одновременно.

3. $F^+(f_1, f_2, \dots, f_i) \subset F$ состоит из x -множеств, удовлетворяющих критерию функционирования K .

4. $F^-(f_1, f_2, \dots, f_i) \subset F$ состоит из x -множеств, не удовлетворяющих критерию функционирования K .

Поскольку на F существует вероятностная мера P , то каждому $f_i \in F$ можно поставить в соответствие некоторое число $P(f_i)$, называемое его вероятностью, при условии $\lambda = \text{const}$. Назовем абсолютной вероятностью положительных F^+ и отрицательных F^- x -множеств соответственно числа

$$\left. \begin{aligned} P(F^+) &= \sum_{k=1}^i P(f_k^+) \\ P(F^-) &= \sum_{l=1}^j P(f_l^-) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.3)$$

и введем ограничение

$$\sum_{k=1}^i P(f_k^+) + \sum_{l=1}^j P(f_l^-) = 1. \quad (3.2.4)$$

В дальнейшем x -множества, относящиеся к F^+ и F^- , для удобства будем именовать соответственно положительными и отрицательными отдельными фактами, а систему F — системой фактов.

Итак, имеем i — число положительных и j — число отрицательных фактов. Исходя из этого

$$\frac{i}{i+j} \quad \text{и} \quad \frac{j}{i+j} \quad (3.2.5)$$

определяют положительную и отрицательную части всех рассматриваемых фактов, которые в то же время можно трактовать как вероятности положительного или отрицательного решения задачи

с чисто количественной точки зрения (считая факты равновероятностными).

Рассмотрение и выбор фактов, необходимых для того или иного доказательства, сложны, если учесть, что факты могут иметь различную значимость. Поэтому наряду с абсолютной вероятностью фактов в некоторых случаях будем использовать характеристику фактов с информационной точки зрения, а именно:

$$\left. \begin{aligned} H^+ &= \sum_{k=1}^i P(f_k^+) \log P(f_k^+) \\ H^- &= \sum_{l=1}^j P(f_l^-) \log P(f_l^-) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$

Выражения (3.2.6) определяют собственные энтропии положительных и отрицательных систем фактов.

Степень правоты некоторого доказательства в системе $A(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$ относительно некоторого критерия K при действии аксиом $G_1(\lambda), G_2(\lambda), \dots, G_p(\lambda)$ назовем величину S при условии (3.2.3) и величину S^0 при характеристике фактов (3.2.6), где

$$S = \log \frac{P(F^+)}{P(F^-)}, \quad (3.2.7)$$

$$S^0 = \log \frac{H^+}{H^-}. \quad (3.2.8)$$

Выражения (3.2.7) и (3.2.8) справедливы при $\lambda = \text{const}$.

Исходя из них будем иметь

$$S \rightarrow \begin{cases} > 0 & \text{при } P(F^+) > P(F^-) \\ = 0 & \text{при } P(F^+) = P(F^-) \\ < 0 & \text{при } P(F^+) < P(F^-). \end{cases} \quad (3.2.9)$$

При $S > 0$ доказательство считается справедливым,

$S = 0$ — невозможно сделать окончательного заключения о доказательстве,

$S < 0$ — доказательство считается несправедливым.

Рассмотрим значение степени правоты при $\lambda = \text{var}$. При переменном λ меняются система аксиом и значения x -множеств относительно критерия K . Вследствие этого вероятности отдельных фактов изменятся, в результате получим распределение вероятностей $P(f, \lambda)$. Выражения (3.2.3) и (3.2.6) при этом примут вид:

$$\left. \begin{aligned} P(F^+, \lambda) &= \sum_{k=1}^i P(f_k^+, \lambda) \\ P(F^-, \lambda) &= \sum_{l=1}^j P(f_l^-, \lambda) \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} H^+(\lambda) &= \sum_{k=1}^i P(f_k^+, \lambda) \log P(f_k^+, \lambda) \\ H^-(\lambda) &= \sum_{l=1}^j P(f_l^-, \lambda) \log P(f_l^-, \lambda) \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.11)$$

Соответственно, степень правоты станет переменной величиной и будет иметь вид:

$$S(\lambda) = \log \frac{P(F^+, \lambda)}{P(F^-, \lambda)}, \quad (3.2.12)$$

$$S^0(\lambda) = \log \frac{H^+(\lambda)}{H^-(\lambda)}. \quad (3.2.13)$$

Ряд, составленный из значений степени правоты за период T_λ в функции λ , определяет изменение степени правоты за этот период, а именно:

$$S(\lambda)_{T_\lambda} = S(\lambda_1), S(\lambda_2), \dots, S(\lambda_8), \dots, S(\lambda_v), \quad (3.2.14)$$

причем

$$T_\lambda = v\Delta\lambda, \quad (3.2.15)$$

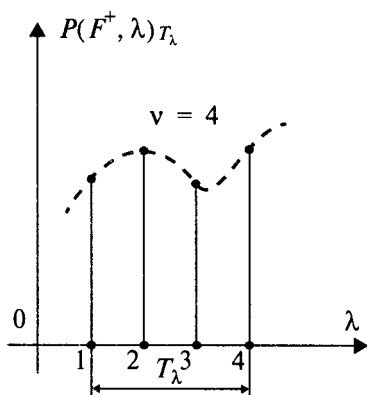


Рис. 3.2.1. Изменение веса положительных фактов

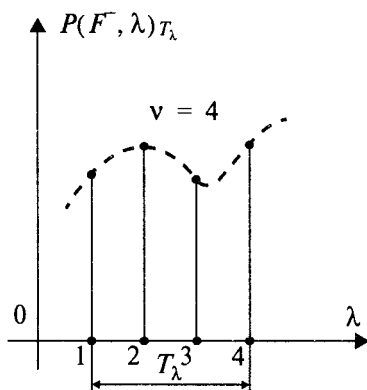


Рис. 3.2.2. Изменение веса отрицательных фактов

где v — число замеров степени правоты за период T_λ ;

$\Delta\lambda$ — интервал между замерами.

Процесс принятия решений удобно представить графически (рис. 3.2.1, 3.2.2).

Для графического отображения выражения (3.2.10) или (3.2.11) представим в виде решетчатой функции:

$$P(F^+, \lambda)_{T_\lambda} = \sum_{\delta=1}^v \sum_{k=1}^i P(f_k^+, \lambda); \quad P(F^-, \lambda)_{T_\lambda} = \sum_{\delta=1}^v \sum_{l=1}^j P(f_l^-, \lambda). \quad (3.2.16)$$

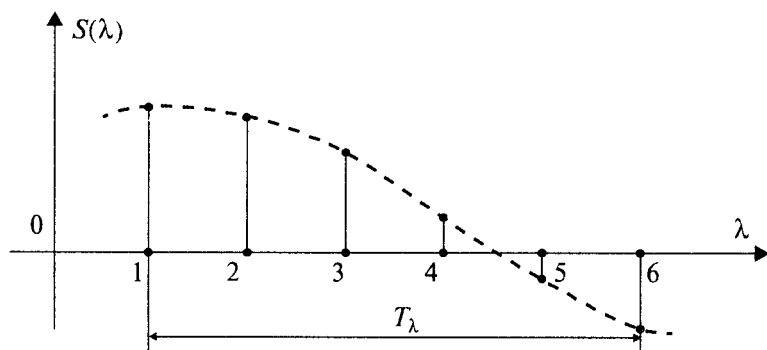


Рис. 3.2.3. Изменение степени правоты доказательства за период T_λ

Изменение степени правоты за период T_λ также легко представить графически (рис. 3.2.3). Для этого перепишем выражение (3.2.14) в виде

$$S(\lambda)_{T_\lambda} = \sum_{\delta=1}^v \log \frac{P(F^+, \lambda_\delta)}{P(F^-, \lambda_\delta)}. \quad (3.2.17)$$

3.2.2. Анализ ряда степени правоты

Исследование возможных разновидностей ряда (3.2.14), построенного на основании выражения (3.2.12), дает следующее.

1. Пусть ряд (3.2.14) состоит только из положительных членов, т.е.

$$P(F^+, \lambda_\delta) > P(F^-, \lambda_\delta).$$

Доказательство, соответствующее такому ряду, назовем контрастным положительным доказательством.

Введем понятие «коэффициент правоты»:

$$R = \log \frac{S(\lambda_{\delta+1})}{S(\lambda_{\delta})}. \quad (3.2.18)$$

Если ряд, построенный из значений степени правоты за период T_{λ} , будет положительным, то коэффициент правоты будет указывать на изменение значения степени правоты при каждом последующем отсчете относительно предыдущего.

Итак, при $R > 0$ $S(\lambda)$ возрастает,
 при $R = 0$ $S(\lambda) = \text{const}$,
 при $R < 0$ $S(\lambda)$ убывает.

По величине R можно судить о возможностях доказательства в настоящий момент и о его тенденциях в будущем, если через λ обозначено время t . Если λ — параметр пространства, то по ней можно судить о тенденции доказательства при переходе от одной степени общности к другой (другому пространству). Степень правоты доказательства за период T_{λ} в данном случае будет всегда положительной.

2. Если ряд (3.2.14) состоит только из отрицательных членов, т.е.

$$P(F^+, \lambda_{\delta}) < P(F^-, \lambda_{\delta}),$$

то доказательство, соответствующее такому ряду, будет иметь контрастное отрицательное значение. Коэффициент правоты вводится аналогично предыдущему случаю. Степень правоты за период T_{λ} в этом случае будет всегда отрицательна.

3. В случае, когда ряд (3.2.14) состоит из членов неодинаковых знаков, т.е. положительные члены могут чередоваться с отрицательными, коэффициент правоты R определится следующим образом. Представим ряд (3.2.14) и сделаем графические построения (рис. 3.2.4).

Теперь имеем ступенчатую функцию, где

$$\left. \begin{aligned} S^+(\lambda)_{T_{\lambda}} &= \int_0^{T_{\lambda}} S^+(\lambda) d\lambda \\ S^-(\lambda)_{T_{\lambda}} &= \int_0^{T_{\lambda}} S^-(\lambda) d\lambda \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.19)$$

тогда

$$R^0 = \log \frac{S^+(\lambda)_{T_{\lambda}}}{S^-(\lambda)_{T_{\lambda}}}. \quad (3.2.20)$$

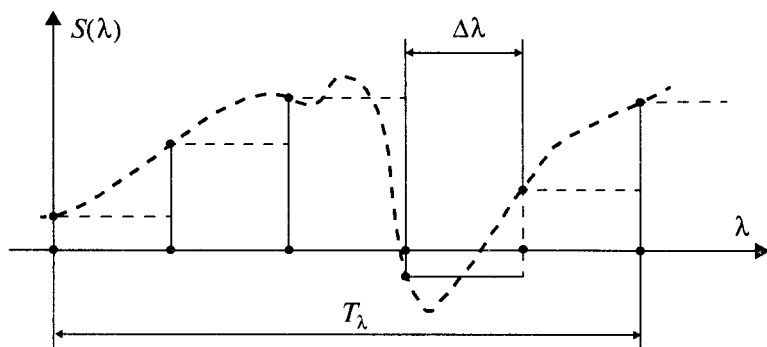


Рис. 3.2.4. К определению степени правоты доказательства за период T_λ в случае изменения знака S_λ

Коэффициент R^0 дает представление о доказательстве за период T_λ . Для перехода к обычному коэффициенту правоты R необходимо разбить период T_λ на ряд более элементарных интервалов и получить отношение степеней правоты на интервалах $\Delta T^{m+1} = \lambda_{m+1} - \lambda_m$ и $\Delta T^m = \lambda_m - \lambda_{m-1}$, где m — число разбиений T_λ на подынтервалы ΔT , причем ΔT^{m+1} и ΔT^m должны иметь одинаковые знаки. Откуда

$$R = \frac{R^0(\Delta T^{m+1})}{R^0(\Delta T^m)}. \quad (3.2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} R^0(\Delta T^{m+1}) &= \frac{\log \int_{\lambda}^{\lambda+1} S^+(\lambda) d\lambda}{\log \int_{\lambda}^{\lambda+1} S^-(\lambda) d\lambda} \\ R^0(\Delta T^m) &= \frac{\log \int_{\lambda-1}^{\lambda} S^+(\lambda) d\lambda}{\log \int_{\lambda-1}^{\lambda} S^-(\lambda) d\lambda} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.22)$$

Данный анализ исчерпывает все возможные случаи.

3.2.3. Элементарная модель (алгоритм)

Блок-схема элементарной модели, соответствующая найденному алгоритму, выглядит следующим образом (рис. 3.2.5).

Блок разделения фактов 1 представляет собой логическое устройство, определяющее принадлежность фактов к положительной или отрицательной группам и их вероятность $P(f)$.



Рис. 3.2.5. Блок-схема элементарной модели

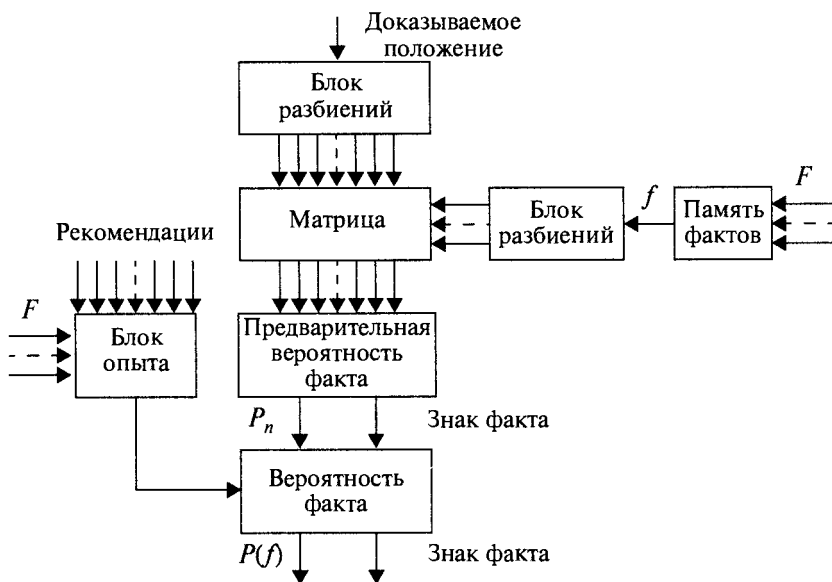


Рис. 3.2.6. Блок разделения фактов

Структурно блок 1 представлен на рис. 3.2.6.

Блок работает следующим образом. Вводится доказываемое положение, которое разбивается на множество элементарных характеристик. Далее из блока памяти фактов по очереди выбираются все фак-

ты, которые также разбиваются на элементарные характеристики. Элементарные характеристики факта и доказываемого положения сравниваются в матрице. При совпадении или несовпадении каких-либо характеристик матрица указывает число совпавших и не совпавших. Если число совпавших характеристик больше, чем не совпавших, то факт имеет знак (+), и наоборот. В зависимости от числа совпавших и не совпавших характеристик определяется предварительная вероятность факта. Чем больше совпавших характеристик, тем больше вероятность факта, и наоборот.

Например, доказываемое положение и факт разбивались на 100 элементарных характеристик и из них 66 совпали, а 34 не совпали. Тогда знак факта (+) и его предварительная вероятность

$$P_{\Pi}^{+} = \frac{0,66}{Z(A)},$$

где $Z(A)$ — функция выбора способа определения P_{Π} .

Выбор функции $Z(A)$ для определения предварительной вероятности будет зависеть от решаемой задачи. После определения предварительной вероятности факта элементарная модель учитывает рекомендации блока опыта, которые вводятся в машину из каких-то высших соображений, сложность которых выше той, с которой оперирует модель.

Влияние блока опыта на вероятность факта может быть различным: все будет зависеть от конкретной ситуации. Использование блока опыта позволяет увеличить разнообразие (сложность) модели. Количество разнообразия будет зависеть и от числа рассматриваемых фактов (памяти фактов), и от блока опыта. Конкретная разработка блока опыта — одна из важных и сложных задач, ибо этот блок оказывает основное влияние на выбор вероятности факта.

Блоки 2 и 2⁰ (рис. 3.2.5) определяют среднюю мощность фактов по формулам (3.2.10) и (3.2.11).

Блок 3 определяет текущую степень правоты по формулам (3.2.12) и (3.2.13).

Блоки 4 и 4⁰ вычисляют суммарную мощность положительных и отрицательных фактов по формулам (3.2.19).

Блок 5 вычисляет коэффициент правоты по формуле (3.2.18).

Блок 6 дает заключение о доказательстве за период T_{λ} по формуле (3.2.20).

Таким образом, элементарная модель позволяет получать заключение о доказываемом положении как за период T_{λ} , так и для текущего λ .

3.2.4. Большая модель

Параллельное и последовательное соединение элементарных моделей образует большую модель (рис. 3.2.7). Она отвечает шенноновскому разбиению событий на классы, каждому классу соответствует свой уровень модели. Основное свойство большой модели — однородность структуры, основной элемент которой — элементарная модель, что обеспечивает возможность неограниченно увеличивать сложность (разнообразие) большой модели путем простого увеличения числа элементарных моделей. Это свойство позволяет большой модели прогрессировать в смысле ответственности за выдаваемые рекомендации и решения. Возможность последовательно переходить от более низкого уровня к более высокому может быть использована для решения сложных задач.

Структура большой модели позволяет ввести обратную связь, например, через вероятности фактов, т.е. можно откорректировать вероятности фактов в зависимости от опыта решения той же задачи в предыдущих случаях. Это свойство позволяет модели быть в известной степени обучающейся. Структура модели может учитывать не только количественную оценку фактов, но и их качественную сторону, которая в данном случае не рассматривается.

Проиллюстрируем работу большой модели на примере.

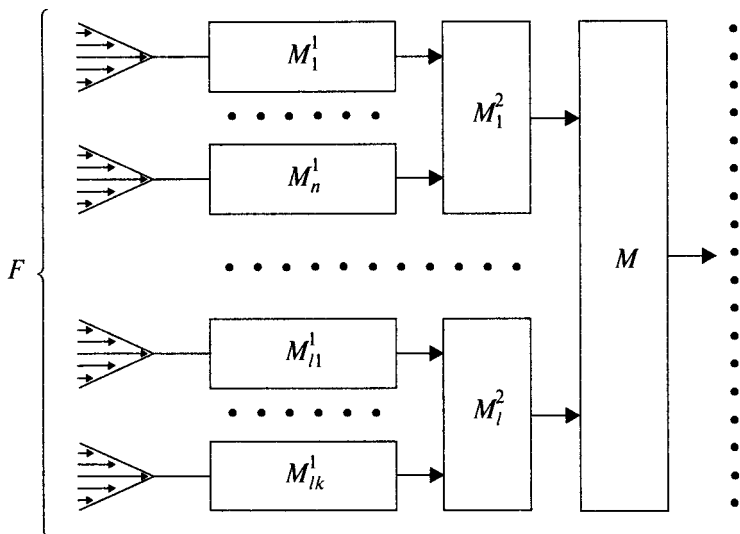


Рис. 3.2.7. Блок-схема большой модели

Пример. Рассмотрим некоторое объединение. Пусть оно планирует предприятиям основные показатели работы и выделяет соответствующие средства. Объединение выполняет двоякую роль: с одной стороны, стремится получить максимальную прибыль, а с другой — не потерять свой рынок на перспективу, т.е. устанавливать разумные цены. Оптимальное объединение этих сторон часто затруднительно. В таком положении, прежде чем планировать объемы выпускаемой продукции, прибыль, цены и т.п., целесообразно оценить предприятия с помощью критерия по какой-нибудь модели, позволяющей сохранить рынок и получить максимальную прибыль. Моделирование помогает не только оптимально увязывать цены с прибылью, но и позволяет наблюдать за качественным изменением показателей работы предприятий, изучать динамику изменения показателей, давать сравнительную оценку эффективности предприятий, влиять на показатели различными мероприятиями, анализировать устойчивость работы предприятий с помощью пробных возмущений (составляя при этом различные аварийные планы), оценивать влияние климатических, географических, экономических, стратегических, социологических, технических и других факторов, воздействующих на работу предприятий. Сформулируем общие требования к такой модели.

1. Учитывать все основные показатели работы предприятий.
2. Реально отображать состояние предприятий.
3. Быстро реагировать на изменение показателей работы.
4. Иметь способности к коррекции параметров.
5. Быть применимой при исследованиях.
6. Быть стандартной для каждого типа предприятий.
7. Быть наглядной и сравнительно простой.
8. Позволять вести обработку данных на компьютере.

Ниже приводится одна из возможных моделей, построенная на предложенном выше алгоритме принятия решений и удовлетворяющая названным требованиям.

Модель

Рассматривается одно из объединений $A(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$ предприятий $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$.

Система аксиом

А.1. Критерий функционирования объединения $K(k_1, k_2, \dots, k_u, \dots, k_n)$ зависит от заранее установленных частных критериев работы $k_1, k_2, \dots, k_n$. Каждому частному критерию k_u ставится в соответствие

некоторое число, определяющее его значимость по отношению к общему критерию функционирования $K(k_1, k_2, \dots, k_n)$.

А.2. Критерий функционирования объединения

$$K(k_1, k_2, \dots, k_n) = \sum_{u=1}^n k_u.$$

А.3. Предприятия имеют текущий показатель работы $B_s(b_1, b_2, \dots, \dots, b_u, \dots, b_n)$ с составными частями $b_1, b_2, \dots, b_n$. Каждому показателю b_u присваивается число, определяющее степень влияния данного показателя на общий показатель работы предприятия $B_s(b_1, b_2, \dots, b_n)$, который определяется как

$$B_s(b_1, b_2, \dots, b_n) = \sum_{u=1}^n b_u.$$

А.4. Величины $b_u - k_u = f_u$ и $B_s - K = f_s^0$ называются фактами, характеризующими работу соответственно предприятий и объединения. Знак факта определится знаком этих выражений.

А.5. Построение вероятностного пространства, характеризующего работу предприятий, сводится к вычислению функции

$$P(f) = \frac{|f_u|}{\sum_{u=1}^n |f_u|}.$$

А.6. Построение вероятностного пространства, характеризующего работу объединения, сводится к вычислению функции

$$P(f_s^0) = \frac{|f_s^0|}{\sum_{s=1}^n |f_s^0|}.$$

Предположим, объединение содержит пять предприятий: $q = 5$.

Частные критерии k_u следующие: k_1 — выпуск товарной продукции, k_2 — план реализации продукции, k_3 — прибыль, k_4 — производительность труда, k_5 — качество продукции, k_6 — выполнение плана номенклатуры изделий, k_7 — расход фонда заработной платы, k_8 — выполнение плана договорных поставок, k_9 — себестоимость продукции, k_{10} — расход электроэнергии, k_{11} — социальный состав рабочих и служащих, k_{12} — выполнение плана по новой технике, k_{13} — стратегическое значение предприятия, k_{14} — климатические условия, k_{15} — географическое положение.

В табл. 3.2.1 приведены текущие значения показателей b_u , C_u , критерии k_u , факты f_u . C_u определяет максимально возможное значение показателя b_u .

Таблица 3.2.1

Показатели предприятий объединения

n	C _u	k _u	α ₁		α ₂		α ₃		α ₄		α ₅	
			b _u	f _u	b _u	f _u	b _u	f _u	b _u	f _u	b _u	f _u
1	600	300	440	140	20	−280	295	−5	20	−280	475	175
2	200	100	115	15	70	−30	10	−90	140	40	180	80
3	100	50	15	−35	70	20	60	10	45	−5	95	45
4	100	50	80	30	45	−5	20	−30	15	−35	95	45
5	80	40	65	25	20	−20	55	15	30	−10	70	30
6	100	50	30	−20	60	10	85	35	25	−25	100	50
7	60	30	10	−20	5	−25	45	−15	15	−15	10	−20
8	80	40	50	10	5	−35	25	−15	70	30	60	20
9	100	50	20	−30	10	−40	75	35	75	35	10	−40
10	40	20	35	15	35	15	15	−5	35	15	10	−10
11	60	30	40	10	40	10	50	20	10	−20	25	−5
12	60	30	15	−15	20	−10	35	5	50	20	20	−10
13	60	30	55	25	5	−25	20	−10	5	−25	40	10
14	80	40	55	15	65	25	20	−20	5	−35	10	−30
15	20	10	15	5	5	−5	5	−5	15	5	5	−5
K = 870							$\sum_{u=1}^n C_u = 1740$					

Для $\lambda = t$ в табл. 3.2.2 даны расчетные показатели и вероятностные пространства (согласно аксиомам А.5 и А.6) и значения степени правоты $S(t)$ для предприятий и объединения согласно выражениям (3.2.3) и (3.2.7) в момент времени t_1 .

Аналогично можно определить значения показателя $S(t)$ для $t_2, t_3, \dots, t_v$.

Коэффициенты правоты R и R^0 позволяют определять тенденции в изменении показателя $S(t)$. Например, для α_3 в момент времени $t_4 - t_5$

$$R = \log \frac{S(t_4)}{S(t_5)} = \log 18 = 1,25.$$

Положительный коэффициент правоты $R = 1,25$ показывает тенденцию к повышению показателя S в период $t_4 - t_5$.

Таблица 3.2.2

Расчетная таблица

Показатель	Предприятие				
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
B_s	1040	475	815	555	1205
$F = \sum_{u=1}^n f_u $	410	555	315	615	575
$F^+ = \sum_{k=1}^i f_k$	290	80	120	145	455
$F^- = \sum_{l=1}^j f_l$	-120	-475	-195	-470	-120
$P(F^+)$	0,708	0,144	0,380	0,236	0,792
$P(F^-)$	0,292	0,856	0,620	0,764	0,208
Для всего объединения					
f_s^0	170	-395	-75	-315	335
$F = \sum_{s=1}^q f_s^0 = 1370$	$F^+ = 505$		$F^- = 785$		
$P(F^+) = 0,368$	$P(F^-) = 0,572$		$S(t_1) = -0,192$		

Коэффициент правоты R^0 показывает тенденцию изменения показателя S за период T_λ . Для α_3 он определится как

$$S^+(t)_{T_\lambda} = \int_0^{T_\lambda} S^+(t) dt = 0,1t + 0,07t + 0,09t = 0,26t$$

$$S^-(t)_{T_\lambda} = \int_0^{T_\lambda} S^-(t) dt = 0,21t + 0,20t + 0,21t + 0,18t + 0,01t = 0,81t$$

$$R^0 = \log \frac{0,26t}{0,81t} = -0,50.$$

В данном случае $R^0 = -0,50$, что характеризует неудовлетворительную работу предприятия α_3 за период T_λ , хотя показатель R говорит

об оптимистической перспективе в будущем. Подобный метод оценки можно использовать для отдельных предприятий, анализируя работу его цехов, участков.

3.2.5. О возможности использования модели принятия решений при оценке отношений порядка элементов имитационной модели

Предложенная модель принятия решений позволяет сопоставить различные несоизмеримые характеристики между собой и формировать показатели степени правоты, коэффициент правоты и тому подобные, которые могут служить оценкой «отношений порядка» между отдельными элементами имитационной модели. Так, в рассмотренном примере произведена сопоставимая оценка 5 предприятий и в табл. 3.2.3 зафиксированы текущие показатели степени правоты для этих предприятий. Данные показатели можно использовать для оценки «отношений порядка» между 5 предприятиями. При построении имитационной модели отрасли, приоритетность взаимодействия вышестоящего элемента (в примере — объединения) с нижестоящими может строиться исходя из значений $S(i)$. Механизм взаимоотношений может быть промоделирован при помощи каких-то логических, расчетных или иных процедур, задаваемых вышестоящим элементом (объединением).

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое многоуровневые объекты и иерархические схемы?
2. Какова многоуровневая координация моделей многоуровневых объектов?
3. Назовите модели принятия решений при несопоставимости целевых функций.
4. Что такое степень правоты и ее анализ?
5. Опишите элементарную и большую модели принятия решений.
6. Дайте оценки отношений порядка элементов имитационной модели при помощи модели принятия решений.

4

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТОВ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

В этой главе приведены некоторые практические имитационные модели, имеющие достаточно широкое распространение в ряде отраслей сферы обслуживания населения, промышленности и энергетики, использующие целевые функции и критерии, изложенные в гл. 2. Данные модели имитируют процедуры размещения и распределения ресурсов, которые в значительной степени отражают реальные процессы, осуществляемые работниками плановых служб в сфере этой деятельности. В силу того что эта деятельность формализована, она свободна от многих недостатков, например, таких, как вычислительные проблемы, субъективные оценки, некомпетентность и т.д.

В п. 4.1 приведена общая постановка и формализация задачи размещения объектов, а в п. 4.2 — ее конкретная реализация в рамках системы «Перспективное планирование развития и размещения предприятий обслуживания населения». Эта система доведена до подробной практической реализации.

Параграф 4.3 описывает другую имитационную процедуру, обеспечивающую рациональное районирование территорий и распределение различного вида ресурсов. Эта модель также доведена до практического использования.

Модели, предлагаемые в этой главе, в явном виде не содержат понятия системы, организации, элемента, входа, выхода и тому подобного и являются **эвристическими имитационными моделями**, однако они легко переводятся на язык систем. Эти модели называются моделями принятия решений и имеют широкий спектр приложений.

Рассматриваемые имитационные модели демонстрируют особую значимость постановочной части и профессиональных знаний об объекте моделирования, поэтому на этих примерах демонстрируется важность и необходимость сочетания знаний экономиста-математика и специалиста данного объекта при имитационном решении проблем.

4.1. Имитационная модель территориального размещения предприятий и их объектов

Задачи территориального размещения различных объектов имеют массовый характер. Например, предприятия торговли, общественно-го питания, бытового обслуживания, почтовые отделения и тому подобные должны размещаться на территории городов и в сельской местности таким образом, чтобы население могло получать соответствующие услуги с определенной степенью доступности предприятия. Причем чем меньше на регион обслуживания приходится таких предприятий, тем они крупнее и, следовательно, себестоимость их содержания ниже. Эти задачи массового характера стоят перед муниципальными администрациями городов, поселков, сельских районов. Аналогичного типа задачи возникают также для многих коммерческих фирм: бензозаправок, торговых точек крупных торговых фирм, отделений банков и особенно для Сбербанка; филиалов строительных, транспортных компаний; предприятий по переработке плодовоовощной продукции и т.п.

Целый ряд задач, связанных с размещением производственных мощностей для нефтегазодобывающих предприятий, предприятий РАО «ЕЭС», металлургических комплексов, транспортных узлов, с выбором типоразмеров транспортных средств, в частности, самолетов, тяжелых грузовиков и тому подобного, требуют решения задач размещения с похожими целевыми функциями и критериями их оценки. Большинство перечисленных задач предполагают наличие группы взаимосвязанных целевых функций, сочетающих одновременно решение транспортной задачи по минимизации транспортной работы, связанной с сообщением между размещенными объектами, с максимальной доступностью размещенных объектов до центров тяготения населения, баз снабжения или ремонта, хранилищ нефти, газа, ископаемых ресурсов, массовых посевов сельскохозяйственных культур и т.п. Таким образом, с одной стороны, стоит задача максимально централизовать или собрать все объекты воедино для лучшей управляемости, снижения транспортных затрат и, следовательно, себестоимости, а с другой стороны, требуется решить прямо противоположную задачу — максимизировать доступность до рынков сбыта или потребления.

Рассмотрим алгоритм имитации решения задачи размещения объектов сферы обслуживания населения, для которой имеется две взаимоувязанные целевые функции. Этот алгоритм может использоваться для решения вышеперечисленных задач размещения.

Пусть имеется регион (рис. 4.1.1) с произвольным расположением узловых пунктов расселения $\{i\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, характеризующихся людностью $L_1, L_2, \dots, L_N$, и некоторая точка стояния предприятия $A_{j''}$, обслуживающего регион. Всякому узловому пункту i соответствует некоторая зона обслуживания R_i .

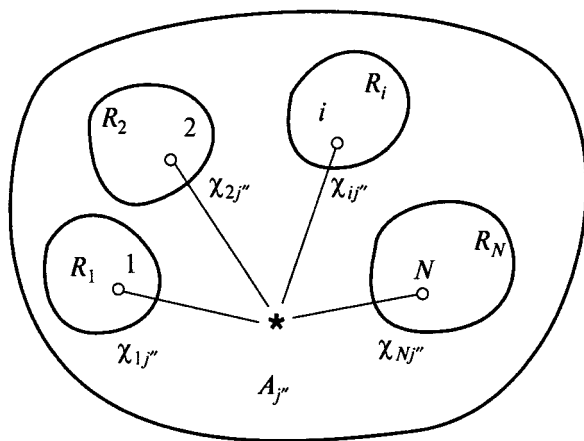


Рис. 4.1.1. Пример региона размещения

Для каждого узлового пункта можно записать время доступности предприятия (время, которое необходимо потратить среднему по всем показателям клиенту на контакт с предприятием). Обозначим это время через $t_{1j}, t_{2j}, \dots, t_{Nj}$. Поскольку каждый узловой пункт имеет определенную людность, то введен показатель, характеризующий общие затраты времени населения узлового пункта на один контакт с предприятием:

$$\chi_{ij} = L_i t_{ij} \delta_i,$$

где δ_i — некоторый весовой коэффициент.

Показатель χ_{ij} можно назвать узловой функцией доступности предприятия.

Для всех узловых пунктов региона в целом и некоторой точки стояния предприятия $A_{j''}$ можно определить региональную функцию доступности:

$$\chi_{j''} = \sum_{i=1}^N L_i t_{ij''} \delta_i,$$

характеризующую общие затраты времени региона на один контакт с предприятием. При рассмотрении r возможных точек стояния пред-

приятый $j = 1, 2, \dots, r$ возникает r значений функции $\chi_{j''}$. Фактическое число размещенных предприятий обозначим через l , $k = 1, 2, \dots, l$. Справедливый выбор места расположения предприятия (точки $A_{j''}$) с точки зрения функции доступности соответствует минимальному значению $\hat{\chi}_{j''}$, а именно:

$$\hat{\chi}_{j''} = \min_{j''=j'} \{\hat{\chi}_{j''}\} = \min_{j''=j'} \sum_{i=1}^N L_i t_{ij''} \delta_i.$$

При таком подходе в регионе следует найти точку стояния предприятия $A_{j'}$, при которой затраты времени населения региона на контакт с предприятием будут минимальными $\hat{\chi}_{j'}$. Одновременно выполняется и второй критерий — максимизация величины предприятия, так как в регионе размещено одно-единственное предприятие (максимальная концентрация обслуживания). Величина предприятия $\bar{V}_{j'}$ (мощность) должна соответствовать

$$\bar{V}_{j'} = p \sum_{i=1}^N L_i,$$

где p — норматив потребления данного вида обслуживания на душу населения.

Критерий максимизации величины предприятия выступает в виде

$$V_{j'} = \max \bigcup_{i=1}^N R_i.$$

В данном случае регион обслуживается одним предприятием. В первом приближении здесь обеспечивается максимальная концентрация работ по обслуживанию. Однако значительная протяженность регионов размещения редко позволяет обходиться одним предприятием. Поэтому следующий шаг в процедуре размещения — проверка соответствия всех составляющих $\chi_{ij'}$ функции $\hat{\chi}_{j'}$ нормативным значениям. Значение $\chi_{ij'}$ может удовлетворять или не удовлетворять узловой пункт i по времени доступности, т.е. время доступности $t_{ij'}$ может быть меньше или больше заданного нормативного времени $\bar{t}_i$ ($t_{ij'} \leq \bar{t}_i$, $t_{ij'} > \bar{t}_i$). В случае если $t_{ij'} \leq \bar{t}_i$, нормативное время выдерживается, а если $t_{ij'} > \bar{t}_i$, то норматив доступности не выполняется. Если $t_{ij'} \leq \bar{t}_i$, то считаем для узлового пункта i точку стояния предприятия $A_{ij'}$ допустимой. В противном случае, когда $t_{ij'} > \bar{t}_i$, узловой пункт с индексом i исключается из рассмотрения и называется обособленным.

После такой проверки и отделения всех обособленных узловых пунктов можно сказать, что точка $A_{j'}$ допустима для всех оставшихся

узловых пунктов. Однако это не означает, что она — самая лучшая, так как после отбрасывания обособленных узловых пунктов минимальное значение $\hat{\chi}_j$ может соответствовать другой точке стояния предприятия. Для проверки этого вновь осуществляется процедура поиска точки стояния A_j с минимальным $\hat{\chi}_j$ для всех оставшихся необособленных узловых пунктов. Вновь полученная точка является оптимальной с точки зрения необособленных узлов. При этом минимизируется критерий вида

$$\hat{\chi}_{j_1}^0 = \min_{j=j_1, i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1, j_1} t_{i^1, j_1} \delta_{i^1},$$

где индекс i_1 — первый элемент из $\{i\}$, попавший в группу с индексом j_1^0 ;
 i^1 — номер общего элемента в этой группе;
 N_1 — последний элемент в группе с индексом j_1^0 .

Мощность предприятия в связи с исключением обособленных узловых пунктов должна пропорционально уменьшаться, так как данное предприятие не обслуживает их:

$$\bar{V}_{j_1}^0 = p \left(\sum_{i^1=i_1}^{N_1} L_{i^1} \right) = p \left(\sum_{i=1}^N L_i - L_{об} \right),$$

где $L_{об}$ — суммарная людность обособленных узловых пунктов.

Таким образом, на данном этапе размещения проверяется выполнение норматива доступности для каждого узла людности, определяется новая оптимальная точка стояния предприятия (если это необходимо) и пересчитывается максимально возможная мощность предприятия.

Для оставшейся группы обособленных узловых пунктов находится точка оптимального стояния уже другого предприятия. Полностью повторяется процедура определения и исключения обособленных узловых пунктов, минимизируется значение $\hat{\chi}_j$, определяется потребная мощность предприятия.

Процедура повторяется для вновь полученных обособленных точек и т.д. В практике возможен случай, когда после какого-либо цикла размещения и определения минимального $\hat{\chi}_{j_k}^0$ все узлы оказываются обособленными. В этом случае следует исключить точку стояния предприятия, не удовлетворяющую ни один узловой пункт. После отбрасывания вновь выбирается точка стояния по минимальному $\hat{\chi}_{j_k}^0$. Процедура продолжается до нахождения узловых пунктов, которым удовлетворяет рассматриваемая точка стояния предприятия. После перебора всех точек стояния предприятий первый этап

процедуры размещения заканчивается. Оставшиеся узловые пункты, не прикрепленные к какой-либо точке стояния предприятия, являются обособленными ко всем возможным точкам стояния предприятий. Таким образом, на первом этапе процедура размещения дает решение, соответствующее критерию вида

$$a) \hat{\chi} = \min \sum_{k=1}^I \sum_{i^k=i_k}^{N_k} L_{i^k j_k} t_{i^k j_k}^k \delta_{i^k}.$$

Функцию величины k -го предприятия можно записать как

$$b) V_{j_k}^0 = \max \bigcup_{i^k=i_k}^{N_k} R_{i^k},$$

где R_{i^k} — индекс зоны людности, вошедший в группу под номером k .

Ограничения по алгоритму выступают в форме

$$c) \forall \chi_{ij} \leq \forall \bar{\chi}_i,$$

где $\bar{\chi}_i = L_{i i} \bar{t}_i$ — нормативная функция доступности.

Описанная процедура размещения может быть улучшена в отношении критерия а) и ограничения с). Действительно, при выборе точек стояния j' и j'' часто оказывается, что некоторые зоны (узловые пункты i) можно отнести и к j' , и к j'' , если ограничения с) выполняются для обеих точек стояния. При этом такие зоны i окажутся всегда прикрепленными к предприятию j' , так как выбор по этой точке осуществляется раньше, чем по точке j'' (порядковый номер точки j' меньше j''). Однако такое решение справедливо только, если $t_{ij'} \leq t_{ij''}$. Если же $t_{ij'} > t_{ij''}$, то узловой пункт i целесообразно передать точке j'' . Для реализации этой процедуры после получения всех точек стояния рассчитывается функция:

$$\chi_{ij_k}^0 = L_{i j_k} t_{ij_k}^0 \delta_i \rightarrow \min, \quad j_k^0 = \overline{1, I},$$

где j_k^0 — индекс зафиксированной точки стояния.

Таким образом, для каждого i отыскивается минимум $\chi_{ij_k}^0$ путем пересмотра времени доступности для каждой зафиксированной точки стояния.

В результате работы такой имитационной модели обеспечивается решение задачи размещения со следующими целевыми функциями:

$$d) \chi = \min \sum_{k=1}^I \sum_{i^k=i_k}^{N_k} L_{i^k j_k} t_{i^k j_k}^k \delta_{i^k};$$

$$е) V_{j_k} = \max_{i^k = i_k} \bigcup_{i^k}^{N_k} R_{i^k}, l \rightarrow \min;$$

$$ф) (\forall \bar{\chi}_i - \forall \chi_{ij}) \rightarrow \max.$$

Здесь ограничения с) выступают в виде критерия ф), так как в процессе решения задачи они могут минимизироваться.

Целевая функция рентабельности предприятия

$$U = \max\{U_\beta\},$$

где $\beta = \overline{1, \beta'}$ — возможные значения рентабельности предприятий.

Рентабельность U — необходимое условие нормального функционирования предприятия обслуживания. Уровень рентабельности задается с учетом местных условий и особенностей в зависимости от типа предприятия согласно инструктивным материалам и расчетам.

Таким образом, мы изложили на примере основную идею модели. Рассмотрим теперь обобщенную форму такой имитационной модели, позволяющую путем перенастройки определенных параметров решать различные виды задач размещения.

Математическая формулировка обобщенной модели. Рассмотрим некоторое множество R , состоящее из N подмножеств R_i , $i = 1, N$, т.е. $R_1, R_2, \dots, R_N$, причем

$$R = R_1 \cup R_2 \cup R_3 \cup \dots \cup R_N. \quad (4.1.1)$$

Для R_i справедливо (в зависимости от конкретной задачи) одно из условий:

$$R_a \cap R_b = \emptyset; \quad (4.1.2)$$

$$R_a \cap R_b \neq \emptyset. \quad (4.1.3)$$

Из подмножеств R_i требуется составить такие группы $\{G_{j_k}\}$, $k = 1, 2, \dots, f, \dots, r$, для которых выполняются условия (4.1.4—4.1.6):

$$\left\{ \begin{aligned} F(R, j, \delta) = \text{exstr} \sum_{k=1}^r \sum_{i^k = i_k}^{N_k} \rho_{i^k j} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi^k}; \end{aligned} \right. \quad (4.1.4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} G_{j_k}(R, j, \delta) = \max_{i^k = i_k} \bigcup_{i^k}^{N_k} R_{i^k}, \quad r \rightarrow \min; \end{aligned} \right. \quad (4.1.5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\text{exstr} [\forall \rho_{ij}(R) * \forall \bar{\rho}_i(R)], \\ &\text{exstr} [\forall_x \forall_j \lambda_{xi}(R) * \forall_x \forall_j \bar{\lambda}_{xi}(R)]. \end{aligned} \right. \quad (4.1.6)$$

Условие (4.1.4), являясь основным критерием оптимизации, обеспечивает экстремум суммы произведений и соответствует целевой функции обычной однокритериальной задачи линейного программирования.

Условие (4.1.5) обеспечивает получение максимально возможных размеров каждой группы G_{j_k} либо, что то же самое, позволяет разбить R на минимальное число групп r , т.е. $r \rightarrow \min$.

Выражения (4.1.6) экстремизируют граничные условия при помощи отношений (*), например, вида $=, \neq, >, <, \geq, \leq$ или любой другой логической фразы, которые в дальнейшем могут быть улучшены в определенном направлении.

Описание обобщенной модели. Пусть всякое подмножество R_i имеет характерный узловой элемент $i \in R_i$ отображающий на некотором множестве $\{P_{ij}\}$ определенные свойства R_i , относительно наперед заданного множества группировочных элементов $\{j\}$, $j = \overline{1, M}$. Элементы P_{ij} фиксируют меру связи характерного узлового элемента i с группировочным элементом j (рис. 4.1.2).

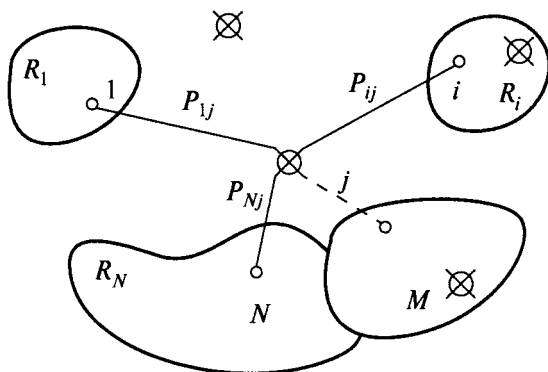


Рис. 4.1.2. Пример связи узловых и группировочных элементов

Значения $\{P_{ij}\}$ могут быть заданы матрицей размерности $(N \times M)$ с общим элементом $\{P_{ij}\}$ в виде

$$P_{ij}(R, j) = \rho_{ij} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi}, \quad x = \overline{1, y}, \quad (4.1.7)$$

где ρ_{ij} — значение основного сомножителя, характеризующее связь между R_i и j (время, расстояние, число поездок, грузооборот, информационный поток, число обращений и т.п.);

$\prod_{x=1}^y \lambda_{xi}$ — произведение дополнительных сомножителей λ_{xi} , фиксирующих у различных свойств R_i . Всякое λ_{xi} имеет также содер-

жательную интерпретацию (число жителей или работающих, выпуск продукции, число требований на обслуживание, весовой коэффициент или другие специально сконструированные показатели и т.п.);

$P_{ij}(R, j)$ — совокупный показатель, отображающий определенные свойства R_i по отношению к j .

Зададим также для каждого R_i множество эталонных условий $(\bar{\rho}_i, \{\bar{\lambda}_{xi}\})$, ограничивающих значение меры связи узлового элемента i со всяким группировочным элементом j . Ограничение $\bar{\rho}_i$ на основной сомножитель и ограничения на дополнительные сомножители $\{\bar{\lambda}_{xi}\}$ задаются в виде

$$\left(\begin{array}{l} \forall \rho_{ij} * \forall \bar{\rho}_i \\ \forall_x \forall \lambda_{xj} * \forall_x \forall \bar{\lambda}_{xj} \end{array} \right). \quad (4.1.8)$$

Возможен также случай задания ограничений в целом на функцию P_{ij} , т.е. $P_{ij} * \bar{P}_{ij}$. Символ $*$ обозначает какое-либо логическое или числовое отношение и зависит от содержательной интерпретации ρ_i или P_{ij} .

В общем случае для функции P_{ij} могут существовать также внешние параметры δ_{ij} и ограничения $\bar{\delta}_{ij}$, заданные на внешнем пространстве δ . Внешние параметры и ограничения требуют выполнения для всяких R_i, j правил, постулируемых практически любым возможным способом:

$$\delta_{ij} * \bar{\delta}_{ij}. \quad (4.1.9)$$

Например, внешним ограничением $\delta_{(i+p),j} * \bar{\delta}_{ij}$ может быть запрещение подмножеству R_{i+p} входить в состав группы G_{j_k+p} , если $k > z$, где $1 < z < M$; z — целое число, даже при выполнении условий (4.1.8).

Внешние ограничения (4.1.9) отличаются от ограничений (4.1.8) тем, что параметры δ_{ij} не могут входить в правую часть функции (4.1.7), т.е. для них необязательно выполнение дистрибутивного, коммутативного или транзитивного законов. Параметры δ_{ij} и их ограничения могут быть заданы также в вероятностной форме.

Рассмотрим пример, поясняющий возможную содержательную интерпретацию формальных построений.

Необходимо, например, решить задачу рационального размещения узлов связи на некоторой территории R (рис. 4.1.3). Территория состоит из 5 районов, т.е.

$$R = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5\}.$$

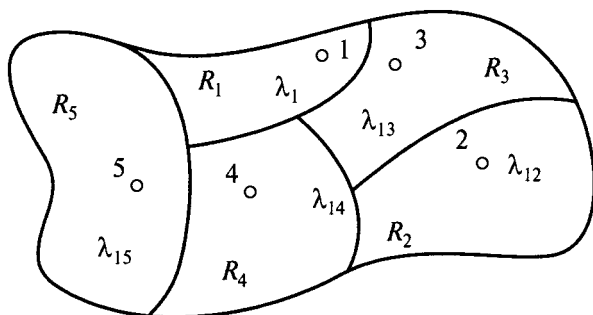


Рис. 4.1.3. Пример зонирования территории

На территории R насчитывается также 5 возможных точек размещения узлов связи (в каждом районе по одному), т.е. 5 группировочных элементов j . Точки i и j совпадают по местоположению. На рис. 4.1.3 они обозначены кружками. В районах проживает определенное число жителей λ_{1i} , $x = y = 1$, а именно: $\lambda_{11} = 10$ тыс.; $\lambda_{12} = 1$ тыс.; $\lambda_{13} = 5$ тыс.; $\lambda_{14} = 10$ тыс.; $\lambda_{15} = 8$ тыс. человек. Время доступности населением района R_i из узлового элемента i (центра района) группировочных элементов j (возможных точек стояния узлов связи) задается матрицей $\{\rho_{ij}\}$.

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 15 & 20 & 40 \\ 15 & 10 & 20 & 30 & 40 \\ 15 & 20 & 15 & 35 & 50 \\ 20 & 30 & 35 & 10 & 20 \\ 40 & 40 & 50 & 20 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ограничения (4.1.8) задаются в целом на функцию P_{ij} , равную $P_{ij} = \rho_{ij} \lambda_{1i}$. Значение P_{ij} характеризует общие потери времени населения, проживающего в районе R_i , на контакт с предприятием связи в точке j . В этом случае ограничение (4.1.8) следует интерпретировать как максимально допустимые потери времени населения района R_i на контакт с предприятием в точке j , а именно $P_{ij} \leq \bar{P}_i$.

Если $P_{ij} \leq \bar{P}_i$, то узловой пункт с индексом i не является обособленным для данного j . Это означает, что подмножество R_i может входить в группу G_j . В противном случае $P_{ij} > \bar{P}_i$, узловой пункт является обособленным для данного j , тогда R_i не может войти в группу G_j . Пусть $\{\bar{P}_i\} = (300, 25, 150, 300, 240)$. Внешние ограничения накладываются на группировочный элемент $j = 4$ и трактуются через пара-

метр $\bar{\delta}_{14}$, где $\bar{\delta}_{14}$ — правило, по которому при любых i должна быть создана группа G_{4_k} , т.е. группа на базе $j=4$. Такова возможная интерпретация введенных параметров.

Пусть индексы группировочных элементов j — номера столбцов в матрице $\{P_{ij}\}$, на базе которых осуществляется процедура разбиения множества R на группы G_{j_k} , где j — номер столбца; k — номер группы. Группы G_{j_k} образуются по следующему правилу.

Шаг 1. Для каждого j рассчитывается функция

$$F_j(R, j) = \sum_{i=1}^N \rho_{ij} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi} = \sum_{i=1}^N P_{ij}$$

и отыскивается значение $F_j = F_{j'opt}$, а именно:

$$F_{j'_1}(R, j) = \text{extr}_{j=j'_1} \sum_{i=1}^N \rho_{ij} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi} = \text{extr}_{i=1}^N P_{ij}. \quad (4.1.10)$$

Полученная функция $F_{j'_1}$ предварительно определяет номер столбца $j = j'_1$, содержащего первую группу $G_{j'_1}$. Индекс j'_1 означает, что группа по индексу j выбрана лишь в первом приближении. Группа $G_{j'_1}$ содержит пока все R_i , т.е. является наибольшей и наиболее полно отвечает условию (4.1.5).

Шаг 2. Проверяются условия (4.1.8) по каждому $R_i \in G_{j'_1}$. Для всех $R_i \in G_{j'_1}$, по которым условия (4.1.8) не выполняются, в матрице $\{P_{ij}\}$ вычеркиваются строки, соответствующие этим значениям i . Это означает, что из группы $G_{j'_1}$ исключаются все R_i , называемые обособленными, для которых не выполняются условия (4.1.8). После этого рассматривается $\{P_{ij}\}_1$, т.е. матрица с вычеркнутыми по условию (4.1.8) строками, и рассчитывается функция

$$F_{j'_1''opt}(R, j) = \text{extr}_{j=j'_1''opt} \sum_{i=1}^{N_1} \rho_{ij} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi}^{(1)}. \quad (4.1.11)$$

Выражение (4.1.11) определяет новое значение экстремума функции $F_j \in F_{j'opt}$, т.е. новое значение $G_{j'_1''}$, характеризующее первую группу. Найденное значение j'_1'' определяет окончательный номер группировочного элемента j , образующего первую группу $G_{j'_1''}$. Заметим, однако, что состав группы $G_{j'_1''}$ на этом шаге, удовлетворяя условию (4.1.5) и являясь допустимым по условию (4.1.8), не является пока оптимальным по условиям (4.1.4), (4.1.6). Завершая процедуру нахождения $G_{j'_1''}$, вычеркнем из матрицы $\{P_{ij}\}_1$ столбец с индексом j'_1'' .

Рассмотрим теперь множество $R \setminus G_{j_1''}$, состоящее из обособленных для группы $G_{j_1''}$ подмножеств R_i и матрицу $\{P_{ij}\}_2$, полученную путем вычеркивания из матрицы $\{P_{ij}\}$ столбца j_1'' и всех строк, принадлежащих матрице $\{P_{ij}\}_1$. Вычислим по $\{P_{ij}\}_2$ функцию (4.1.10), т.е. $F_{j_2''}$ и далее функцию (4.1.11), т.е. $F_{j_2''}$. Таким образом находится номер группировочного элемента, образующего вторую группу $G_{j_2''}$, которая также удовлетворяет условию (4.1.5), допустима по условию (4.1.8), но не оптимальна по условиям (4.1.4), (4.1.6).

По аналогии находим группы $G_{j_3''}, G_{j_4''}, \dots, G_{j_r''}, \dots, G_{j_r''}$ из множеств $(R \setminus G_{j_1''} \cup G_{j_2''}), \dots, \left(R \setminus \bigcup_{j_k''=j_1''}^{j''-1} G_{j_k''} \right), \dots, \left(R \setminus \bigcup_{j_k''=j_1''}^{j''-1} G_{j_k''} \right)$. Определив группы $\{G_{j_k''}\}$ таким образом, можно утверждать, что они удовлетворяют следующим условиям:

$$F_{j_k''}(R, j) = \text{extr}_{j''=j_k''} \sum_{k=1}^r \sum_{i^k=i_k}^{N_k} \rho_{i^k j} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi^k}; \quad (4.1.12)$$

$$G_{j_k''}(R, j) = \max_{i^k=i_k} \bigcup_{i^k=i_k}^{N_k} R_{i^k}; \quad (4.1.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall_i P_{ij}(R) * \forall_i \bar{P}_i(R); \\ \forall_x \forall_i \lambda_{xj}(R) * \forall_x \forall_i \bar{\lambda}_{xj}(R). \end{array} \right\} \quad (4.1.14)$$

Здесь имеет место оптимизация по двум критериям (4.1.12) и (4.1.13) при ограничениях (4.1.14). Критерий (4.1.12) выполняется явно вследствие выражений (4.1.10), (4.1.11). Критерий (4.1.13) обеспечивается пошаговой процедурой следующим образом: вначале из множества R выбирается максимально возможная по величине группа $G_{j_1''}$, удовлетворяющая условиям (4.1.14), затем из обособленных подмножеств $R_i \subset (R \setminus G_{j_1''})$ выбирается также максимально возможная по величине группа $G_{j_2''}$ и т.д. По аналогии выбираются все группы $G_{j_k''}$. Следовательно, все группы $G_{j_k''}$ — максимально большие по величине с учетом условий (4.1.14).

Шаг 3. Описанная процедура может быть улучшена в отношении условий (4.1.12) и (4.1.14). При выборе групп, например $G_{j_{k-1}''}$ и $G_{j_k''}$, часто оказывается, что некоторые множества R'_i можно отнести и к группе $G_{j_{k-1}''}$, и к группе $G_{j_k''}$, если условия (4.1.14) выполняются для обоих группировочных элементов j_{k-1}'' и j_k'' . При этом множества R'_i всегда окажутся в группе $G_{j_{k-1}''}$. Однако далеко не всегда множества R'_i лучше включать в группу $G_{j_{k-1}''}$. Так, например, на рис. 4.1.4 показан

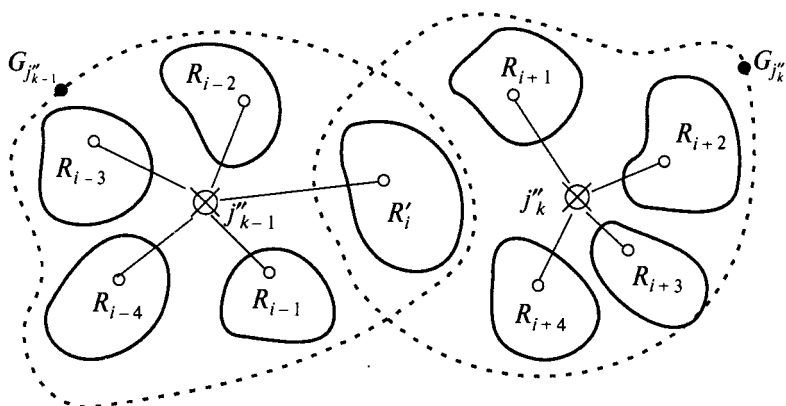


Рис. 4.1.4. Пример улучшения процедуры размещения

случай, когда множество R'_i можно отнести к любой из групп $G_{j''_{k-1}}$ или $G_{j''_k}$, так как условия (4.1.14) выполняются для j''_{k-1} и j''_k .

Если более подробно проанализировать содержательный смысл условий (4.1.14), то оказывается, что решение существенно улучшается при отнесении R'_i к группе $G_{j''_k}$, а не к $G_{j''_{k-1}}$ (как дает процедура). Например, если p_{ij} — расстояние (время), а функция (4.1.12) минимизируется, то при прочих эквивалентных условиях в случае $\rho_{ij''_k} < \rho_{ij''_{k-1}}$ при выполнении одновременных условий $\rho_{ij''_k} \leq \bar{\rho}_i$ и $\rho_{ij''_{k-1}} \leq \bar{p}_i$ предпочтительнее R'_i отнести к группе $G_{j''_k}$. При этом значения (4.1.12) и (4.1.14) улучшаются.

Для реализации процедуры улучшения и окончательного определения состава групп G_{j_k} вычисляется функция для каждого i и j_k

$$F_{ij_k}(R, j) = \rho_{ij''_k} \prod_{x=1}^y \lambda_{xi} \rightarrow \text{extr}. \quad (4.1.15)$$

По экстремальному значению F_{ij_k} для каждого группировочного элемента j''_k , полученного в результате 2-го и 3-го шагов, окончательно формируем группы G_{j_k} . Таким образом, в группу G_{j_k} входят только те узловые элементы i , для которых F_{ij_k} имеет экстремальное значение. Естественно, формирование групп производится только вокруг уже полученных точек $j''_1, j''_2, \dots, j''_k, \dots, j''_r$. Поскольку условия (4.1.14) по всем R_i выполняются, хотя бы для одной из этих точек, дополнительной проверки условий (4.1.14) при этом не требуется. Таким образом, предложенный алгоритм решает задачи размещения по трем критериям:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(R, j) = \text{exstr} \sum_{k=1}^r \sum_{i^k=i_k}^{N_k} \rho_{i^k j} \prod_{x=1}^y \lambda_{x i^k}; \end{array} \right. \quad (4.1.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{j_k}(R, j) = \max_{i^k=i_k} \bigcup_{i^k=i_k}^{N_k} R_{i^k}; \quad r \rightarrow \min; \end{array} \right. \quad (4.1.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \text{exstr}[\forall_i \rho_{ij}(R) * \forall_i \bar{\rho}_i(R)]; \\ \text{exstr}[\forall_x \forall_i \lambda_{xi}(R) * \forall_x \forall_i \bar{\lambda}_{xi}(R)]. \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (4.1.18)$$

Условия (4.1.14) здесь выступают в виде критерия (4.1.18), так как в процессе решения задачи они могут быть улучшены в экстремальном направлении процедурой улучшения согласно функции (4.1.15).

Решим теперь задачу рационального размещения узлов связи. Это требуется сделать так, чтобы обеспечить: а) минимальные потери времени населения на контакт с узлом связи; б) максимально возможную концентрацию услуг связи (наименьшее число узлов связи); в) минимизацию нормативного времени, устанавливаемого на контакт населения с узлом связи. В этом случае система целевых функций примет вид

$$\left. \begin{array}{l} \text{а)} \quad F(R, j) = \max \sum_{k=1}^r \sum_{i^k=i_k}^{N_k} \rho_{i^k j} \lambda_{1 i^k}; \\ \text{б)} \quad G_{j_k}(R, j) = \max_{i^k=i_k} \bigcup_{i^k=i_k}^{N_k} R_{i^k}; \\ \text{в)} \quad (\forall_i \bar{\rho}_i \lambda_{1 i} - \forall_i \rho_{ij} \lambda_{1 i}) \rightarrow \max. \end{array} \right\} \quad (4.1.19)$$

Проведем решение задачи размещения по шагам.

Шаг 1. Найдем $F_{j, \text{opt}}$ согласно выражениям (4.1.10) и (4.1.19а). Предварительно определим $\{P_{ij}\}$ и $F_j(R, j)$:

$$\{P_{ij}\} = \{\rho_{ij}\} \times \lambda_{1 i},$$

$$\{P_{ij}\} = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 15 & 20 & 40 \\ 15 & 10 & 20 & 30 & 40 \\ 15 & 20 & 15 & 35 & 50 \\ 20 & 30 & 35 & 10 & 20 \\ 40 & 40 & 50 & 20 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & 150 & 150 & 200 & 400 \\ 15 & 10 & 20 & 30 & 40 \\ 75 & 100 & 75 & 175 & 250 \\ 200 & 300 & 350 & 100 & 200 \\ 320 & 320 & 400 & 160 & 40 \end{bmatrix} \quad (4.1.20)$$

Принимая во внимание выражение (4.1.20), получаем $F_{j^{opt}}(R, j) = 665$, $j^{opt} = 4$.

Шаг 2. Проверяем условия (4.1.19в). Для этого напишем рядом с выражением (4.1.20) условие (4.1.19в) и найдем $F_{j_1^{opt}}(R, j)$.

$$\{P_{ij}\} = \begin{bmatrix} 100 & 150 & 150 & 200 & 400 \\ 15 & 10 & 20 & 30 & 40 \\ 75 & 100 & 75 & 175 & 250 \\ 200 & 300 & 350 & 100 & 200 \\ 320 & 320 & 400 & 160 & 40 \end{bmatrix}; \quad \{\bar{P}_i\} = \begin{bmatrix} 300 \\ 25 \\ 150 \\ 300 \\ 240 \end{bmatrix}; \quad (4.1.21)$$

$$\begin{array}{l} F_{j_1^{opt}} \left| \begin{array}{ccccc} 710 & 880 & 995 & \mathbf{665} & 930 \end{array} \right| \rightarrow j_1^{opt} = 4_1 \\ F_{j_1''^{opt}} \left| \begin{array}{ccccc} 620 & 770 & 900 & \mathbf{460} & 690 \end{array} \right| \rightarrow j_1''^{opt} = 4_1 \\ F_{j_2^{opt}} \left| \begin{array}{ccccc} 190 & 110 & \mathbf{95} & 205 & 205 \end{array} \right| \rightarrow j_2^{opt} = 3_2 \\ F_{j_2''^{opt}} \left| \begin{array}{ccccc} 190 & 110 & \mathbf{95} & 205 & 240 \end{array} \right| \rightarrow j_2''^{opt} = 3_2 \end{array}$$

Таким образом, предварительно получены две группы:

$$G_{j_1'}(R, j) \text{ и } G_{j_2'}(R, j), \quad G_{j_1'}(R, j) = R_1 \cup R_4 \cup R_5;$$

$$G_{j_2'}(R, j) = R_2 \cup R_3.$$

Шаг 3. Определим значения функции (4.1.15) для точек $j_1'' = 4_1$ и $j_2'' = 3_2$, и найдем экстремальное значение (выделено жирным):

$$F_{14_1} = 200; \quad F_{13_2} = \mathbf{150};$$

$$F_{24_1} = 30; \quad F_{23_2} = \mathbf{20};$$

$$F_{34_1} = 175; \quad F_{33_2} = \mathbf{75};$$

$$F_{44_1} = \mathbf{100}; \quad F_{43_2} = 350;$$

$$F_{54_1} = \mathbf{160}; \quad F_{53_2} = 400.$$

В результате проделанных операций получаем окончательное разбиение R на две группы:

$$G_{j_1}(R, f) = R_4 \cup R_5; \quad G_{j_2}(R, f) = R_1 \cup R_2 \cup R_3. \quad (4.1.22)$$

Внешнее ограничение $\bar{\delta}_4$ выполнилось автоматически, так как при $j = 4$ образовалась группа G_{j_1} .

Для наглядности сопоставим эффективность решения задачи после 2-го и 3-го шагов. Так, после 2-го шага имеем $F_{j_k''}(R, j) = 555$, число

групп $r=2$, $\{\bar{P}_i\}_{исх}=(300\ 25\ 150\ 300\ 240)$, $\{\bar{P}_i\}_{opt}=(200\ 20\ 75\ 100\ 160)$, где $\{\bar{P}_i\}_{исх}$ и $\{\bar{P}_i\}_{opt}$ — соответственно исходное и оптимальное значения ограничений.

После 3-го шага имеем $F(R, j) = 515$, число групп $r=2$, $\{\bar{P}_i\}_{opt}=(150\ 20\ 75\ 100\ 160)$. Отсюда видно, что эффективность решения после 3-го шага выше, чем после 2-го, по отношению к функции $F(R, j)$ на 8,2%.

4.2. Система имитационных моделей размещений для сферы обслуживания населения и иных приложений

Цель создания системы «Перспективное планирование развития и размещения предприятий обслуживания населения» — совершенствование организации перспективного планирования размещения предприятий на основе принципа оптимальности и в соответствии с требованиями, предъявляемыми существующими методиками и пожеланиями заказчика.

Система решает следующие основные задачи:

- рассчитывает проекты планов размещения сети предприятий сферы обслуживания населения для городов, административных районов республик, краев и областей на 5–10 лет;

- вычисляет потребные объемы и дефициты соответствующих услуг по специализированным предприятиям и их подразделениям, по зонам обслуживания на территории республик, краев и областей на 5–10 лет;

- рассчитывает различные показатели, характеризующие эффективность обслуживания по проектируемому оптимальному плану;

- вычисляет сводные показатели, характеризующие схему размещения;

- в случае необходимости корректирует планы и проекты планов размещения сети предприятий обслуживания в соответствии с изменившимися условиями.

Система обеспечивает заданную экономическую эффективность сети предприятий обслуживания всех типов путем использования оптимизационной модели размещения, применения экспертных оценок и возможности диалога эксперта и ЭВМ.

Задачи системы «Перспективное планирование развития и размещения предприятий обслуживания населения» определены исходя из практической необходимости и возможности разработки схем радио-

нального размещения. Необходимость разработки схем рационального размещения предприятий и их подразделений на ЭВМ определена большой трудоемкостью и продолжительностью расчетов схем и повторных их перерасчетов при корректировках, сложностью учета всех факторов размещения, невозможностью осуществления многовариантных расчетов и, как следствие, низкой достоверностью получаемых схем размещения. Расчет схем размещения выполняется НМЦ «Парус»¹ по договорам с заинтересованными организациями или лицами.

Схемы размещения на компьютере составляются таким образом, чтобы они имели силу и вид плана и утверждались всеми необходимыми инстанциями. Вместе с тем до окончательного решения вопроса о статусе схемы система может выдавать решения, являющиеся технико-экономическими обоснованиями. Таким образом, состав задач системы выбран с учетом возможностей разработки схем рационального размещения предприятий обслуживания в любом режиме, который будет принят заказчиком.

Система подразделяется на три комплекса задач (табл. 4.2.1) и позволяет решать задачи размещения для всех типов предприятий сферы обслуживания населения.

Таблица 4.2.1

Перечень комплексов задач системы

Комплекс задач и задача	Шифр комплексов и задач	Выходная форма	Шифр выходных форм
1	2	3	4
1. Комплекс задач по размещению предприятий обслуживания в сельской местности	1200	Матрица времен доступности	120000
1.1. План размещения сельских домов бытовых услуг (СДБУ), комплексных приемных пунктов (КПП) и пунктов остановки передвижных предприятий (ПП) по административному району, республике, краю или области	1201	План размещения предприятий обслуживания и пунктов остановки передвижных предприятий	120101
		Исходные данные	120102

¹ Адрес НМЦ «Парус»: 103862, Москва, Леонтьевский пер., 5, тел. 290-63-31, факс 290-19-69.

Окончание табл. 4.2.1

1	2	3	4
2. Комплекс задач по размещению специализированных предприятий в республиках, краях и областях	1210	Матрица доступности (по расстоянию)	121100
2.1. План производства работ и услуг специализированными предприятиями с указанием места стояния предприятия в пределах республики, края или области.		План производства работ услуг специализированных предприятий	121101
		Исходные данные	121102
3. Комплекс задач по размещению предприятий сферы обслуживания в городах	1250	Матрица времен доступности	125000
3.1. План оказания услуг населению по виду услуг в городе по зонам обслуживания с указанием мест размещения предприятий	1251	План оказания услуг населению в городе по виду услуг:	
		статическая доступность I типа	125101
		статическая доступность II типа	125102
		статическая доступность III типа	125103
		динамическая доступность	125104
		свод всех типов доступности	125105
		Исходные данные	125106
3.2. Свод информации по видам услуг для точек стояния, по административным районам города, в целом по городу	1271	Итоговые данные по точке стояния	127101
		Итоговые данные по административному району города	127102
		Итоговые данные по городу	127103

Решение всех задач обеспечивается применением типового имитационного алгоритма оптимального размещения. Все задачи каждого комплекса взаимосвязаны через один основной алгоритм.

Комплекс 1200 состоит из задачи, обеспечивающей получение трех выходных форм в следующем порядке:

форма 120000 — матрица времен доступности;

форма 120102 — исходные данные;

форма 120101 — план размещения предприятий обслуживания и пунктов остановки передвижных предприятий по административному району, краю или области.

Комплекс 1210 состоит из задач, обеспечивающих получение планов производства услуг специализированными предприятиями. Для решения данной задачи используются три выходные формы, при необходимости некоторые формы могут быть исключены из расчетов.

Комплекс 1250 состоит из 21 задачи, причем 20 из них обеспечивают расчет плана оказания услуг населению по каждому из 20 видов, а задача 1271 обеспечивает свод информации по видам услуг для точек стояния, административных районов и в целом по городу. Последовательность решения задач в комплексе определяется заданием на расчет. Одна задача решается путем выдачи шести выходных форм.

Для решения задач размещения используется значительное число различных показателей и информации, которые условно можно разделить на три основные группы: экономико-географические показатели, показатели конкретной системы обслуживания и экспертные оценки.

К экономико-географическим показателям относят названия населенных пунктов, статическую и динамическую людность населенных пунктов или зон обслуживания, время доступности зон обслуживания, а также расстояния между ними, функциональные типы зон обслуживания.

Основные показатели системы обслуживания следующие: наличие (отсутствие) предприятий обслуживания в населенном пункте или зоне обслуживания, фактическая мощность существующих предприятий, нормативы потребления услуг на душу населения, нормативы выработки на одного работающего по видам услуг, типы предприятий, предлагаемые к размещению, рациональные и фактические коэффициенты сменности, нормативы времен доступности предприятий по различным видам услуг, нормативные расстояния между подразделениями специализированных предприятий.

Экспертные оценки позволяют учитывать трудноформализуемые факторы, влияющие на размещение предприятий. К ним относятся: приоритетные коэффициенты населенных пунктов и зон обслуживания, характеристики выбора возможных точек стояния предприятий, оценочные показатели зон обслуживания. Перечисленные показатели рассчитываются и подготавливаются в соответствии с методикой рационального размещения и представляются в специальных входных формах.

4.2.1. Комплекс задач по размещению предприятий сферы обслуживания в сельской местности (1200)

Рассматриваемый комплекс задач в настоящем виде содержит одну задачу 1201 и три формы 120000, 120101, 120102. Основной формой по задаче 1201 является форма 120101, вид которой приведен в табл. 4.2.2. Решение собственно задачи размещения представлено в данной форме в гр. 1–3. В остальных графах даны сервисные показатели. Так, гр. 4 содержит норматив функции доступности $\bar{x}_i$ каждого узла людности L_i

$$\bar{x}_i = L_i \bar{t}_i,$$

где $\bar{t}_i$ — нормативное время доступности данного узла.

Графа 5 — значение функции доступности — вычисляется следующим образом:

$$x_{ij} = L_i t_{ij} k_i,$$

где t_{ij} — время передвижения от пункта i до пункта j ;

k_i — приоритетность i -го пункта для размещения предприятия.

При правильном решении задачи значение гр. 5 всегда меньше (или равно) соответствующего значения гр. 4

$$\bar{x}_i \leq x_{ij}.$$

В гр. 6 заносится фактическая мощность предприятия $V_{ijk\Phi}$, которая используется при расчете дефицита мощности, и фактическая мощность по зоне обслуживания $V_{jk\Phi}$.

В гр. 7 вычисляются потребная мощность предприятия зоны обслуживания V_{jk} и объемы услуг или потребные мощности, необходимые для обслуживания каждого отдельного узла людности V_{ijk} , тяготеющего к точке стояния предприятия j_k :

$$V_{jk} = \sum_{i=i_k}^{N_k} V_{ijk}, \quad V_{ijk} = \rho_i L_i.$$

В гр. 8 дан дефицит мощности D_{ijk} по каждому узлу людности, тяготеющему к определенной точке стояния, и дефицит мощности D_{jk} по зоне обслуживания, привязанной к точке стояния предприятия, обслуживающего данную зону:

$$D_{ijk} = V_{ijk} - V_{ijk\Phi};$$

$$D_{jk} = \sum_{i=i_k}^{N_k} D_{ijk}.$$

В гр. 9 заносится тип предприятия по каждой зоне обслуживания в соответствии с величиной потребной мощности предприятия, обслуживающего данную зону. По данному комплексу задач принято три типа предприятия: ПП, КПП, СДБУ. Заказчик может устанавливать типы предприятий по желанию.

Тип предприятия выбирается в соответствии с установленными интервалами потребной мощности (в руб.):

Тип предприятия	Нижняя граница интервала	Верхняя граница интервала
ПП	0	V^1
КПП	V^1	V^2
СДБУ	V^2	V^3

В графе 10 содержится число работающих по зоне обслуживания — приемщиков $\mathcal{C}_{pj_k}$ и рабочих $\mathcal{C}_{pj_k}$:

$$\mathcal{C}_{pj_k} = \frac{V_{j_k}}{B_{p.p}},$$

где $B_{p.p}$ — расчетная выработка на одного рабочего,

Величина $\mathcal{C}_{pj_k}$ может принимать два значения: 0 и 1. Для предприятий типа ПП $\mathcal{C}_{pj_k} = 0$, для остальных типов предприятий $\mathcal{C}_{pj_k} = 1$.

В конце ведомости (табл. 4.2.2) печатаются сводные показатели по району размещения.

Общая людность района.....	11 732
Общие затраты времени, чел.·мин	240 973
Затраты времени на одного жителя, мин.....	20,5
Общий потребный объем услуг, руб. в год	258 104
Общий фактический объем услуг, руб. в год.....	189 507
Общий дефицит объема услуг, руб. в год.....	68 597
Общее число рабочих.....	123
Общее число предприятий	6
Средняя мощность предприятия, руб. в год.....	43 017,3
Фактическая выработка на одного рабочего, руб. в год.....	1540,7
Плановая выработка на одного рабочего, руб. в год	2098,4
Общее число приемщиков.....	6
Выработка приемщика, руб. в год.....	10 400
Средневзвешенный норматив потребления услуг на душу, руб. в год.....	22
Среднеарифметический норматив потребления услуг на душу, руб. в год...	22

План размещения предприятий обслуживания и передвижных

2001 01 (год и вариант решения)
01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 — шифр исходных данных

Название узла людности	Людность узла	Название точки стояния	Функция доступности, чел.·мин	
			Норматив	Значение
1	2	3	4	5
001 Зона 1	648	001 Зона 1	35 640	9 720
	648			9 720
002 Зона 2	537	003 Зона 3	34 905	33 831
003 Зона 3	298		19 370	4 470
	835			38 301
010 Зона 10	220		17 600	17 160
011 Зона 11	6999	011 Зона 11	104 985	104 985
012 Зона 12	207		16 560	12 006
	7426			134 151
013 Зона 13	862	013 Зона 13	38 790	12 930
015 Зона 15	179		14 320	3 580
026 Зона 26	179		14 320	9 666
	1220			26 176
021 Зона 21	220	023 Зона 23	13 640	11 880
023 Зона 23	283		18 395	4 245
	503			16 125
024 Зона 24	858	024 Зона 24	38 610	12 870
	858			12 870
025 Зона 25	242	025 Зона 25	19 360	3 630
	242			3 630

Таблица 4.2.2

предприятий в сельской местности (бытовое обслуживание)

Форма 120101

Лист 1

Мощность предприятия, руб. в год		Дефицит мощности, руб. в год	Тип предприятия	Число работающих
Фактическая	Потребная			
6	7	8	9	10
0	14 256	14 256	КПП	1 + 6,8
0	14 256	14 256		
0	11 814	11 814		
4 131	6 556	2 425	КПП	1 + 8,7
4 131	18 370	14 239		
0	4 840	4 840		
150 000	153 978	3 978	СДБУ	1 + 78,0
0	4 554	4 554		
150 000	163 372	13 372		
17 500	18 964	1 464	КПП	1 + 12,8
0	3 938	3 938		
0	3 938	3 938		
17 500	26 840	9 340	КПП	1 + 5,2
0	4 840	4 840		
0	6 226	6 226		
0	11 066	1 066	КПП	1 + 9,0
17 876	18 876	1 000		
17 876	18 876	1 000		
0	5 324	5 324	ПП	0 + 2,5
0	5 324	5 324		

Сводные показатели рассчитываются по следующим формулам:

Показатель	Формула расчета
Общая людность района	$L = \sum_{i=1}^N L_i$
Общие затраты времени	$T = \sum_{i=1, j}^N x_{ij}$
Затраты времени на одного жителя	$t = T/L$
Общий потребный объем услуг	$V = \sum_{k=1}^I V_{j_k}$
Общий фактический объем услуг	$V_{\phi} = \sum_{k=1}^I V_{j_k \phi}$
Общее число рабочих	$q_p = \sum_{k=1}^I q_{p/k}$
Общее число предприятий (ПР)	Сумма всех предприятий без учета ПП
Средняя мощность предприятия	$V_{cp} = V/ПР$
Фактическая выработка на одного работающего	$B_{общ} = V/(q_p + q_n)$
Плановая выработка на одного работающего $B_{p, n}$	Исходные данные
Среднеарифметический норматив потребления услуг на душу	$\tilde{\rho} = \frac{V}{L}$
Средневзвешенный норматив потребления услуг на душу	$\bar{\rho} = \sum_{i=1}^N \rho_i / N$
Общий дефицит объема услуг	$D = V - V_{\phi}$
Общее число приемщиков	$q_n = \sum_{k=1}^I q_{n/k}$
Выработка приемщика B_n	Исходные данные

Формы 120000 и 120102 обеспечивают распечатку всех исходных данных, необходимых для решения задачи 1201.

4.2.2. Комплекс задач по размещению специализированных предприятий сферы обслуживания в республиках, краях и областях (1210)

Данный комплекс задач также ориентирован на типовой алгоритм размещения, а по типу сервисных показателей близок к комплексу 1200. Комплекс содержит 20 задач (1211–1230). Каждая задача реали-

Таблица 4.2.3

**План оказания услуг населению по ремонту прочей бытовой техники
в городе (фрагмент)**

(Шифр программы)

2001 01 (год и вариант решения)

Форма 127801

01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01

Лист 1

Индекс зоны, точки стояния предприятия	001
--	-----

Норматив потребления услуг
в год, руб./чел.

общий по городу	данной точки
1,55	2,16

Индекс тяготеющей зоны обслуживания	Тип функциональной зоны	Людность, тыс. чел.		Расчет на планируемый год			Фактически на 2001 г.			Дефицит на планируемый год		
		статическая	динамическая	Объем услуг, тыс. руб.	Потребная площадь, м ²	Число рабочих мест	Объем услуг, тыс. руб.	Потребная площадь, м ²	Число рабочих мест	Объем услуг, тыс. руб.	Потребная площадь, м ²	Число рабочих мест
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
001	Промыш- ленная, транспорт- ная (зона 1)	0,0	26,0	11,4	40	2	0,0	0	0	11,4	40	2
006	Селитебная, центральное обслужива- ние (зона 6)	8,0	1,0	0,4	10	0	0,0	0	0	0,4	10	0
007	Селитебная (зона 7)	8,0	1,0	0,4	10	0	0,0	0	0	0,4	10	0
	В с е г о	16,0	28,0	12,2	60	2	0,0	0	0	12,2	60	2

зует схему размещения специализированных предприятий по определенному виду услуг.

При решении задач используются формы 121100–123002, которые в основном соответствуют форме 120101. Имеются лишь отличия в сервисных показателях по графам 9 и 10 (см. табл. 4.2.2).

В графу 9 заносятся названия типов предприятий по каждой зоне обслуживания в соответствии с потребной мощностью предприятия. В графе 10 рассчитано число работающих по зоне обслуживания. Для этого использована формула:

$$Ч_{рj_k} = V_{рj_k} / B_{рр},$$

где $Ч_{рj_k}$ — число работающих в зоне обслуживания j_k для услуги $р$;
 $V_{рj_k}$ — потребный объем реализации по услуге $р$ для зоны j_k ;
 $B_{рр}$ — выработка на одного работающего по услуге $р$.

В других формах по данному комплексу задач по аналогии с формами 120000 и 120102 даются исходные данные для решения задачи размещения.

4.2.3. Комплекс задач по размещению предприятий сферы обслуживания в городах (1250)

Комплекс задач позволяет составлять схемы размещения по видам услуг так же, как и комплекс задач 1210. Отличие способов решения задач данного комплекса от задач комплекса 1210 заключается в том, что по каждому виду услуг решение осуществляется разбиением норматива потребления услуг по типам доступности. Задача размещения решается отдельно по каждому типу доступности. Полученные результаты сводятся в единую ведомость (формы 125105–127005).

Формы свода по видам услуг идентичны друг другу. Таким образом, отличие методики решения задач данного комплекса от методики решения задач комплекса 1210 заключается в наличии дополнительных форм свода. Вид формы свода представлен в табл. 4.2.3.

Формы свода предназначены для сведения схем размещения по типам доступности в единую таблицу и получения дополнительных сервисных показателей. Основная задача данной формы состоит в том, чтобы зафиксировать зоны обслуживания, тяготеющие к определенной точке стояния предприятия при совмещении схем размещения для различных типов доступности. Выбор тяготеющих зон осуществляется по выражению:

$$M_{\beta_1}^{j_k} \cup M_{\beta_2}^{j_k} \cup M_{\beta_3}^{j_k} \cup M_{\beta_{\text{дин}}}^{j_k} = M_{\beta}^{j_k},$$

где $M_{\beta_1}^{j_k} \dots M_{\beta_{\text{дин}}}^{j_k}$ — массивы зон по каждому типу доступности $\beta_1 \dots \beta_{\text{дин}}$, тяготеющих к точке стояния предприятия j_k ; $j_k = \overline{1, I}$.

В графе 2 (табл. 4.2.3) фиксируется функциональный тип зоны обслуживания.

В графы 3 и 4 заносятся статическая и динамическая людность каждой тяготеющей зоны обслуживания и итоговая статическая и динамическая людность зоны, тяготеющей к точке стояния j_k

$$L_{\text{ст}j_k} = \sum_{i=l_k}^{N_k} L_{\text{ст}ij_k}; \quad L_{\text{дин}j_k} = \sum_{i=l_k}^{N_k} L_{\text{дин}ij_k},$$

где $L_{\text{ст}j_k}$ и $L_{\text{дин}j_k}$ — общие статическая и динамическая людность зоны, тяготеющей к точке стояния j_k ;

$L_{\text{ст}ij_k}$ и $L_{\text{дин}ij_k}$ — статическая и динамическая людность зоны обслуживания i , тяготеющей к точке стояния j_k .

Графа 5 рассчитывается по формуле:

$$V_{j_k} = \sum_{\beta=1}^3 V_{\beta j_k} + V_{\beta_{\text{дин}j_k}};$$

где $V_{\beta j_k}$ — потребный годовой объем услуг по точке стояния j_k и типу доступности β .

Расчет потребной площади по точке стояния предприятия осуществляется по-разному (гр. 6), в зависимости от вида услуги.

В подсистеме применен следующий локальный классификатор видов услуг (бытовых)¹.

	Шифр (значение ρ)
Ремонт обуви	02
Пошив обуви	03
Ремонт одежды	04
Пошив одежды	05
Ремонт трикотажных изделий	06
Пошив трикотажных изделий	07
Ремонт прочей бытовой техники	08
Ремонт радиотелевизионной аппаратуры (РТА)	10
Ремонт крупной бытовой техники	11
Ремонт часов и кинофотоаппаратуры	12

¹ Классификатор может быть задан по желанию заказчика.

	Шифр (значение ρ)
Ремонт транспортных средств	15
Ремонт мебели	19
Изготовление мебели	20
Химчистка и крашение	21
Услуги прачечных	22
Ремонт и строительство жилищ	24
Услуги фотографий и фотокинолабораторий	26
Услуги бань, душей	27
Услуги парикмахерских	28
Прокат	29

Для услуг, у которых ρ принимает значения 02, 03, 04, 05, 06, 07 и 28, потребность в площади рассчитывается по выражению:

$$\rho_{jk} = c_{\rho}^{jk}(S_{1\rho} + S_{2\rho}) + S_{3\rho},$$

где c_{ρ}^{jk} — число рабочих мест по услуге ρ , приходящихся на предприятие jk ;

$S_{1\rho}$, $S_{2\rho}$, $S_{3\rho}$ — нормативы соответственно производственной, подсобной площади и площади приемных салонов по услуге ρ (СНиП).

Для расчета площади приемных салонов принято $2,5 \text{ м}^2$ на одно рабочее место, если имеется до 10 рабочих мест, и $1,5 \text{ м}^2$ на каждое последующее.

Для услуг, которые имеют значение ρ , равное 08, 10, 11, 12, 15, 19, 20, 24, потребная площадь вычисляется аналогично, но для приемных салонов принято $2,2 \text{ м}^2$ на одно рабочее место, если имеется до 5 рабочих мест, и $1,5 \text{ м}^2$ на каждое последующее.

Для $\rho = 26$ площадь определяется по объему услуг:

Фотографии с объемом услуг и продукции, тыс. руб.	Норматив площади, м^2
5–10	50
10–25	75
25–50	90
50–100	112
100–200	162
200–300	400
300–400	600
400–600	946

Для $\rho = 21$

$$S_{\rho jk} = V_{\rho jk} k_{\rho} + 6n,$$

где $k_p = k_{21}$ — коэффициент перевода, равный 3,13 м² на 1 тыс. руб. объема услуг в год;
 n — число приемщиков;
 коэффициент 6 обозначает нормативную площадь на одного приемщика.

Для $\rho = 22$

$$S_{\rho j_k} = V_{\rho j_k} k_p,$$

где $k_p = k_{22} = 9,98$ м² на 1 тыс. руб. объема услуг в год.

Для $\rho = 29$ и $\rho = 27$

$$S_{\rho j_k} = c_{\rho}^{j_k} S_n,$$

где S_n — норматив площади на одно рабочее место.

Графа 7 — число рабочих мест $c_{\rho}^{j_k}$, вычисляемое по формуле:

$$c_{\rho}^{j_k} = V_{\rho j_k} / (B_{\rho\rho} k_{\text{смп}}),$$

где $k_{\text{смп}}$ — нормативный коэффициент сменности по услуге ρ .

Графы 8–10 заполняются из исходных данных. Графы 11, 12, 13 вычисляются по следующим формулам:

гр. 11 = гр. 5 — гр. 8;

гр. 12 = гр. 6 — гр. 9;

гр. 13 = гр. 7 — гр. 10.

Над таблицей записывают общий норматив потребления услуг β_{ρ} и норматив $\beta_{\rho j_k}$ потребления услуги ρ по точке стояния предприятия j_k

$$\beta_{\rho j_k} = \frac{L_{\text{ст}j_k} \beta_{\rho_1} + L_{\text{ст}j_k} \beta_{\rho_2} + L_{\text{ст}j_k} \beta_{\rho_3} + L_{\text{дин}} \beta_{\text{дин}}}{L_{\text{ст}j_k}}.$$

В данном комплексе задач присутствует задача 1271, обеспечивающая сведение в единую ведомость показателей обслуживания по всем видам услуг. При решении задачи выдается 3 формы (127101–127103), фиксирующие итоговые данные соответственно по каждой точке стояния, каждому административному району города и в целом по городу. Вид формы приведен в табл. 4.2.4.

Опишем алгоритм получения расчетных граф.

Графа 3 вычисляется по выражениям:

$$V_{\rho j_k} = \sum_{i=i_k}^{N_k} V_{\rho i j_k}; \quad V_{\rho \bar{j}_k} = \sum_{i=i_k}^{N_k} V_{\rho i \bar{j}_k}; \quad V_{\rho \bar{j}_k} = \sum_{i=i_k}^{N_k} V_{\rho i \bar{j}_k},$$

Итоговые данные (фрагмент) по точке

(шифр программы)
(год и вариант решения)

Виды услуг	Шифр вида ус- луг	Расчет на планируемый год		
		Объем услуг, тыс. руб.	Потреб- ная пло- щадь, м ²	Число рабочих мест
1	2	3	4	5
Ремонт обуви	02	95,9	239,0	16
Ремонт одежды	04	82,5	209,0	14
Пошив одежды	05	408,6	736,0	61
Ремонт трикотажных изделий	06	19,0	86,0	4
Пошив трикотажных изделий	07	85,1	175,0	14
Ремонт прочей бытовой техники	08	10,8	44,0	2
Ремонт РТА	10	186,4	252,0	13
Ремонт сложных бытовых машин	11	95,7	259,0	11
Ремонт часов и кинофотоаппаратуры	12	94,2	196,0	12
Ремонт мебели	19	34,4	280,0	6
Химчистка и крашение	21	98,2	323,0	11
Услуги прачечных	22	207,2	2056,0	14
Услуги парикмахерских	28	180,5	339,0	29
Прокат	29	114,9	493,0	9
В с е г о по точке стояния	00	1617,5	5448,0	201

где V_{pj_k} , $V_{p\bar{j}_k}$, $V_{p\bar{\bar{j}}_k}$ — потребные объемы услуги p соответственно по точке стояния j_k , административному району $\bar{j}_k$ и городу в целом $\bar{\bar{j}}_k$;

$$\bar{j}_k = \bigcup_{k'}^{k''} j_k, \quad \bar{\bar{j}}_k = \bigcup_1^I \bar{j}_k,$$

где символы k' , k'' определяют границы принадлежности точек стояния j_k административному району.

Графы 4—11 определяются, как и гр. 3, только в приведенных выражениях символ V заменен на символы S , c , V_Φ , S_Φ , c_Φ , D_V , D_S , D_c .

Таблица 4.2.4

стояния на планируемый год (зона б)

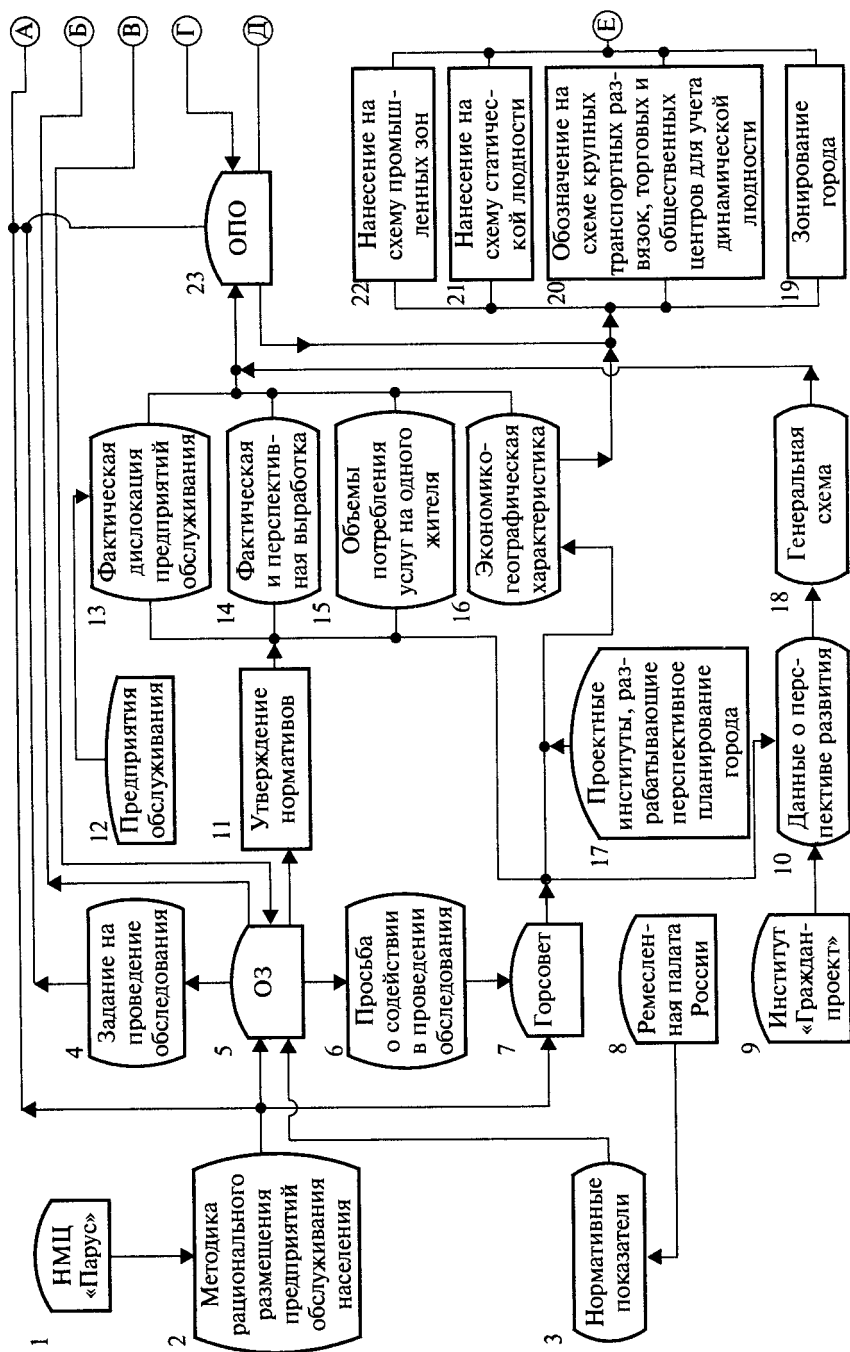
Форма 120101

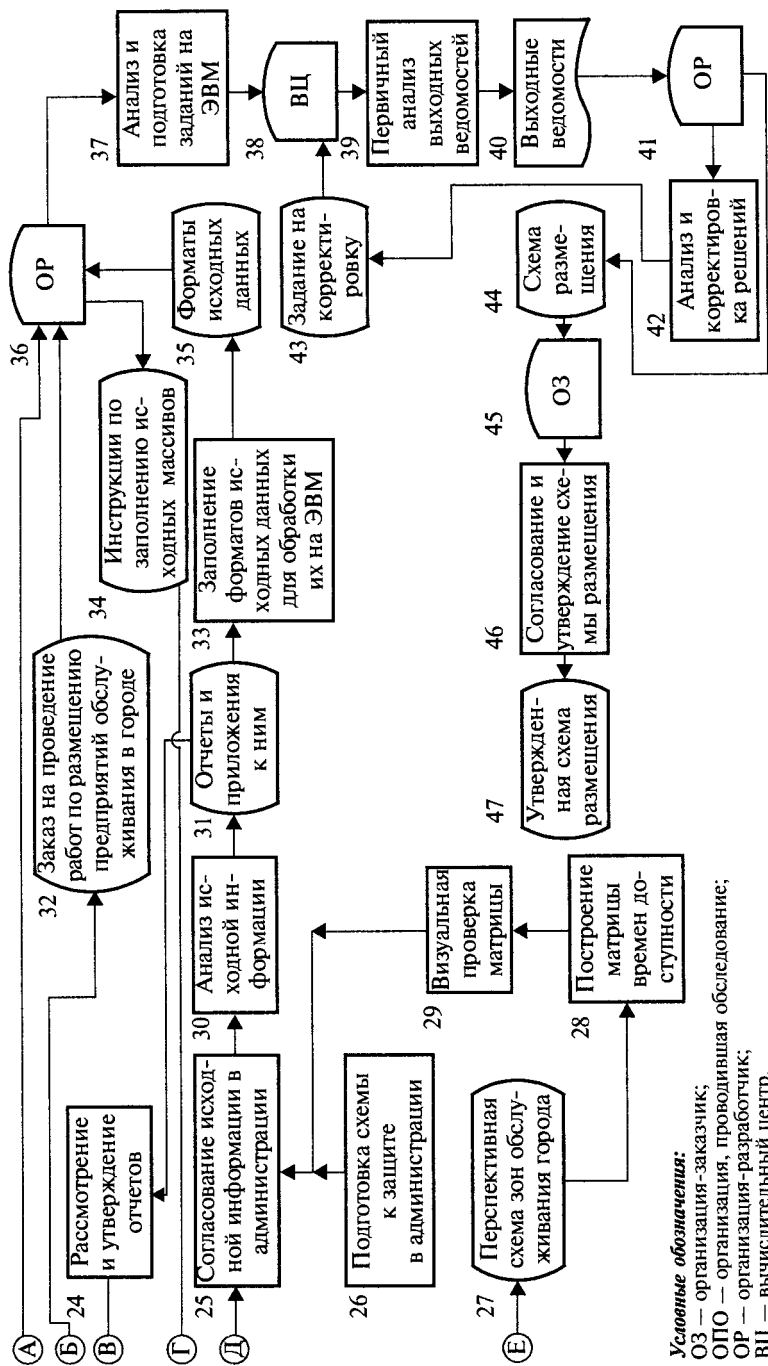
Лист 6

Фактически за 2001 г.			Дефицит на планируемый год		
Объем услуг, тыс. руб.	Общая площадь, м ²	Число рабочих мест	Объем ус- луг, тыс. руб.	Общая площадь, м ²	Число рабочих мест
6	7	8	9	10	11
15,0	81	8	80,9	158	8
0	0	0	82,5	209	14
69,6	101	14	339,0	635	47
4,1	5	3	14,9	81	1
81,2	108	5	3,9	67	9
0	0	0	10,8	44	2
0	0	0	186,4	252	13
0	0	0	95,7	259	11
5,4	16	2	88,8	180	10
0	0	0	34,4	280	6
11,9	12	1	86,3	311	10
299,7	575	0	-92,5	1481	14
89,3	188	12	91,2	151	17
23,1	106	1	91,8	387	8
584,3	1111	38	1033,2	4337	163

4.2.4. Источники входной и выходной информации

Информация, необходимая для решения задач системы, собирается из двух источников: методики рационального размещения предприятий обслуживания и отчета об обследовании территории размещения. Методика рационального размещения — источник нормативно-справочной информации подсистемы, она содержит весь необходимый методический материал по обследованию территории. Дополнения и изменения методики или разработка новой методики осуществляются по требованию заказчика. Отчет об обследовании территории составляется организацией, проводившей обследование





в соответствии с методикой рационального размещения предприятий обслуживания, и утверждается заказчиком. Порядок и этапность обследования территории размещения приведены в схеме технологического процесса (рис. 4.2.1).

Информация, содержащаяся в отчете об обследовании, поступает от организации, ответственной за разработку схемы размещения. Периодичность поступления этой информации регламентируется заказчиком и организацией-разработчиком, а также договорами с субподрядными организациями (если таковые участвуют в разработке схемы размещения).

Выходная информация, выдаваемая ВЦ, представляет собой альбомы выходных форм в соответствии с перечнем выходных форм. Альбом форм направляется в адрес организации — разработчика схемы размещения. Согласование выходных форм с заказчиком выполняется организацией-разработчиком¹.

Корректировка ошибок, допущенных ВЦ и обнаруженных организацией-разработчиком, осуществляется ВЦ по требованию организации-разработчика. Все ошибки, возникающие из-за неточностей, допущенных в отчете об обследовании, исправляются за счет организации, проводившей обследование.

В системе «Перспективное планирование развития и размещения предприятий обслуживания населения» используются как общероссийские так и локальные классификаторы, разработанные специально для решения задач данной системы.

Общероссийский классификатор «Система обозначений объектов административно-территориального деления, а также населенных пунктов» имеет:

код республики — 2 знака;

код областей, краев и автономных республик — 2 знака;

код признака административного района — 1 знак;

код административного района — 2 знака.

Приведенная система кодирования используется при составлении базы исходных данных для задач размещения. По этой системе кодирования заполняется шифр региона во входных документах. Например:

1104 — Красноярский край;

1104000 — город Красноярск;

1104222 — Каратузский район Красноярского края.

¹ Если у организации-разработчика имеется собственный ВЦ или если организация-разработчик сама является ВЦ, порядок рассылки и согласования документов может быть изменен.

Разработаны локальные классификаторы:

1) справочник «Массивы входной информации для решения задач размещения предприятий службы быта» (17 массивов):

шифр массива информации — 2 знака;

наименование массива — 30 знаков;

2) справочник «Сокращенные наименования групп услуг, по которым проводится размещение предприятий» (20 групп):

код группы услуг — 2 знака;

наименование группы услуг — 21 знак;

3) справочник «Наименование зон города по их социальной и экономической характеристике»:

код наименования — 2 знака;

наименование социальной и экономической характеристики — 10 знаков.

Для системы разработана следующая кодировка задач и выходных форм:

шифр системы — 2 знака;

шифр задачи — 2 знака;

шифр формы — 2 знака.

На каждый комплекс задач выделяется серия значащих цифр:

комплекс задач по размещению предприятий в сельской местности — выделен интервал (00–09);

комплекс задач по размещению специализированных предприятий — выделен интервал (10–49);

комплекс задач по размещению предприятий в городах — выделен интервал (50–99).

Для системы разработана следующая кодировка входной информации:

шифр массива информации — 2 знака;

шифр варианта решения — 2 знака;

шифр столбца матрицы — 3 знака;

шифр блока (информации) — 2 знака.

Данное шифрование входной информации используется также при ведении массивов входной информации.

4.2.5. Технические средства системы

Для решения задач системы «Перспективное планирование развития и размещения предприятий обслуживания» используется типовой персональный компьютер (PII-500МГц / 128 Мб ОЗУ / HDD ≥ 5 Гб).

Объем информации по размещению предприятий и затраты времени на ее обработку приведены в табл. 4.2.5 и 4.2.6. Объем информа-

ции по всем трем комплексам задач размещения рассчитывается из условия, что число узлов (зон) людности $N = 200$.

Таблица 4.2.5

Трудозатраты (в часах) по размещению (ориентировочные)

Комплекс расчетов и этап работы	Размещение по одному региону		
	в сельской местности	специализированных предприятий	в городе по 20-ти видам услуг
Сбор информации	30	50	780
Прием, регистрация, контроль и анализ исходных данных	0,4	0,8	10
Перенос исходных данных с форматов на машинные носители, подготовка к вводу в компьютер	5	8	25
Запись исходных данных	$\frac{1,3}{10^*}$	$\frac{3,8}{30}$	$\frac{10}{80}$
Выполнение расчетов на компьютере	$\frac{0,02}{0,13}$	$\frac{0,03}{0,26}$	$\frac{0,25}{2}$
Контроль и анализ выходных форм, оформление альбомов выходных форм	5	10	30
Согласование, корректировка и сдача проекта плана	20	30	100
И т о г о	61,72	102,63	955,25
Затраты машинного времени	10,13	30,26	82

* В знаменателях указано необходимое количество машинного времени в часах.

4.2.6. Технологический процесс сбора данных

Технологический процесс обработки данных в системе состоит из следующих этапов:

- 1) прием и регистрация форматов с исходными данными;
- 2) контроль и анализ поступивших исходных данных;
- 3) перенос исходных данных с форматов на машинные носители;
- 4) контроль исходных данных;

- 5) ввод исходных данных, формирование массивов;
- 6) расчет схем размещения;
- 7) контроль и анализ выходных форм;
- 8) оформление альбомов выходных форм по размещению предприятий для конкретного региона;
- 9) регистрация и отправка заказчику альбомов выходных форм.

На этапе приема и регистрации форматов с исходными данными необходимо:

- 1) принять поступившие по почте или доставленные курьером форматы с исходными данными и задание на расчет, зарегистрировать в журнале входящей корреспонденции сопроводительное письмо, проверив наличие прилагаемой документации;
- 2) передать сопроводительное письмо и поступившие с ним форматы и задание на расчет в службу эксплуатации задач.

На этапе контроля и анализа поступивших исходных данных необходимо:

- 1) проверить комплектность полученной документации по форматам и массивам;
- 2) проверить правильность заполнения каждого формата;
- 3) зарегистрировать в специальном журнале регистрации информационных массивов системы полученные исходные данные по конкретному региону для решения конкретного комплекса задач.

На этапе переноса исходных данных с форматов на машинные носители необходимо:

- 1) передать комплект форматов и задание на расчет в отдел подготовки данных;
- 2) перенести данные с форматов исходных данных на машинные носители.

На этапе контроля исходных данных необходимо осуществить машинный и визуальный контроль введенных данных.

На этапе ввода исходных данных и формирования массивов необходимо:

- 1) осуществить ввод и запись исходных данных на магнитные носители согласно имеющимся инструкциям и заданию на расчет;
- 2) записать в журнал регистрации расположение массивов исходных данных на магнитных носителях.

На этапе расчета схем размещения и получения выходных форм следует осуществить:

- 1) решение задачи размещения на основе полностью откорректированной входной информации в соответствии с заданием на расчет;
- 2) проверку распечатки управляющих команд на соответствие заданию на расчет.

Следующий этап — контроль и анализ выходных форм.

На этапе оформления альбомов выходных форм по размещению предприятий конкретного региона необходимо сделать это в соответствии с положениями существующей инструкции.

На этапе регистрации и отправки заказчику альбомов выходных форм регистрируются и через канцелярию отправляются два экземпляра альбома форм заказчику.

Разработчик планов размещения предприятий (НМЦ «Парус») составляет задание на расчет по каждой задаче для конкретного региона. В задании обязательно должны быть указаны все возможные варианты решения и общие параметры. В задании на расчет называется регион, в котором необходимо разместить предприятия, и указывается год, на который нужно произвести расчет. При этом сообщается, выполнялся ли ранее расчет размещения предприятий по данному региону и когда. По каждому массиву исходных данных для каждой услуги необходимо указать номер варианта массива.

4.2.7. Порядок передачи документации заказчику

Переплетенные альбомы выверенных (прошедших контроль) форм размещения предприятий направляют по почте за подписью руководителя организации, выполнявшей расчеты на ЭВМ, в адрес заказчика. Альбом форм по размещению предприятий сферы обслуживания в сельской местности направляют на имя руководителя администрации района, который после рассмотрения и согласования представляет предлагаемый вариант размещения предприятий обслуживания на рассмотрение совета администрации. После утверждения размещения предприятий обслуживания результаты расчета на ЭВМ используются при разработке планов развития данного района.

Альбом форм по размещению специализированных предприятий направляют на имя заказчика данной схемы. Согласование осуществляется заказчиком с привлечением разработчика на уровне администрации края, области или республики.

Альбом форм по размещению городских предприятий сферы обслуживания направляют на имя заказчика — городской администрации. Согласование и утверждение выполняются аналогично согласованию и утверждению плана размещения специализированных предприятий.

В других случаях альбом форм размещения городских предприятий сферы обслуживания направляется на имя руководителя город-

ской сферы обслуживания, согласовывается с городской администрацией и утверждается архитектором города.

Рассчитанные на ЭВМ варианты размещения предприятий обслуживания используются при разработке планов развития данного региона.

4.2.8. Ориентировочная оценка экономической эффективности

Экономический эффект от внедрения системы достигается путем разработки рационального варианта развития сферы обслуживания в регионе. Расчет на ЭВМ позволяет более точно определить потребность в услугах по зонам обслуживания при использовании научно обоснованных нормативов потребления, а также необходимое число предприятий, их размещение по зонам и обеспечение необходимыми ресурсами.

Усредненные данные показывают, что размещение предприятий на перспективу на базе применения системы по сравнению с традиционными методами решения задач размещения дает расчетное снижение себестоимости обслуживания на 20–30%.

Экономический эффект (в тыс. руб.), полученный за счет оптимального размещения сети обслуживания, рассчитывают по формуле:

$$\mathcal{E}_{\text{разм}} = C(\Delta C/100),$$

где C — себестоимость данного вида обслуживания, тыс. руб.;

ΔC — снижение себестоимости, %. Ориентировочно себестоимость обслуживания составляет 60–80% от объемов реализации соответствующего вида обслуживания.

Для типовых регионов экономическая эффективность характеризуется следующими данными:

	C , тыс. руб.	ΔC , %	$\mathcal{E}_{\text{разм}}$, тыс. руб.
Город	630 000	20	126 000
Республика, край или область	222 000	20	44 000
Административный район республики, края или области	3450	20	690

Типовыми регионами являются: город с населением около 1 млн. чел. (матрица 150×150), республика, край, область средних размеров (матрица 100×100), административный район с населением 50 тыс. чел. (матрица 60×60). Затраты на решение задач приведены в табл. 4.2.6.

Таблица 4.2.6

Затраты времени на решение задач

Комплекс задач и этап работы	Время на выполнение работ, чел.-дней	Затраты на выполнение работ, руб.
Размещение предприятий в сельской местности	61,72	22 200
Размещение специализированных предприятий	102,63	36 900
Размещение предприятий обслуживания в городе	955,25	156 000

4.2.9. Примеры решения задач размещения на компьютере**4.2.9.1. Размещение предприятий бытового обслуживания в сельской местности**

Размещение предприятий бытового обслуживания в сельской местности сводится к выбору точек стояния СДБУ, КПП и пунктов остановки ПП. Основными критериями оптимизации схемы размещения выбраны: минимизация затрат времени населения на контакт с предприятием (в пределах нормативов доступности), минимизация числа предприятий и заданная рентабельность обслуживания.

Составление схем оптимального размещения с применением ЭВМ начинается с обследования территории по специальной методике и заканчивается составлением отчета об обследовании. В отчете об обследовании содержатся экономико-географическая характеристика территории, фактическая и перспективная численность населения, показатели развития бытового обслуживания, описание транспортных коммуникаций и другая информация. Далее на базе обследования проводится анализ системы расселения населения по региону размещения и зонирование данной территории. Зоны, как правило, образуются вокруг перспективных населенных пунктов с численностью населения от 200 чел. и выше. Более мелкие поселки, деревни, хутора и усадьбы, не являющиеся перспективными или развивающимися, подтягивают к ближайшему более крупному перспективному населенному пункту или группируют в отдельную зону, если имеется несколько таких пунктов в пределах пешеходной доступности.

Размеры зон выбирают исходя из пешеходно-транспортной доступности с радиусом 3–5 км и норматива времени доступности 15–40 мин. Конкретное время доступности для данного населенного пункта определяют по специальной номограмме в зависимости от числа жителей, проживающих в данной зоне. После зонирования территории строят матрицу времен доступности между всеми зонами данного региона, обеспечивающую расчет различных функциональных характеристик обслуживания.

Анализ завершается определением общего желаемого уровня бытового обслуживания на перспективный год. Под уровнем обслуживания понимается потребление основных видов бытовых услуг на одного жителя, характеристики форм обслуживания, производительность труда в перспективе, прогноз объемов капиталовложений и размеров площадей, выделяемых для предприятий службы быта, число работников бытового обслуживания на 1000 жителей и другие показатели. Все показатели уровня обслуживания на перспективу и экономико-географическая характеристика рассматриваются и утверждаются администрацией района.

В соответствии с проделанным анализом после утверждения всей исходной информации она используется для решения задачи на ЭВМ. Данные заносят в специальные бланки (форматы) в строгой последовательности и в соответствии с инструкцией о подготовке исходных данных. Примеры заполнения основных форматов приведены в табл. 4.2.7–4.2.10. Основной исходной информацией являются: название узлов людности — формат 2, людность узла — формат 3, матрица доступности — формат 4, нормативы доступности — формат 6. Остальная информация — нормативы потребления услуг на душу населения; весовые коэффициенты; типы предприятий, предлагаемые к размещению; фактическая мощность существующих предприятий и некоторые другие — дается в специальном задании на расчет.

После подготовки исходной информации она проверяется, корректируется и переносится на машинные носители. Последние также проверяются и в случае наличия ошибок корректируются.

Подготовленная информация вводится в ЭВМ согласно заданию на расчет, и решается задача размещения. Решение задачи на ЭВМ заканчивается выдачей следующих машинных ведомостей: 120000 — матрица времен доступности (табл. 4.2.11); 120101 — план размещения СДБУ, КПП и пунктов остановки ПП (см. табл. 4.2.2); 120102 — исходные данные (табл. 4.2.12). Ведомость 120000 — распечатка матрицы времен доступности, введенной в ЭВМ. В ведомости 120102 представлена основная исходная информация, участвующая в реше-

нии задачи. Собственно проект плана размещения содержится в ведомости 120101.

Полученные выходные ведомости легко читаются и обеспечивают принятие решения по оптимальному размещению предприятий. Отметим лишь некоторые особенности восприятия выходных ведомостей. Так, в ведомости 120102 есть столбцы, полные нулевой информации. Однако это не означает, что данная информация отсутствует. Информация по данным показателям одинакова для всех рассматриваемых зон (узлов людности). Она содержится в специальных управляющих данных и распечатывается отдельно. Исключение составляют лишь два столбца — тип функциональной зоны и динамическая людность узла, которые при решении задач размещения в сельской местности не используются.

В выходной ведомости 120101 представлены все необходимые показатели плана размещения. Так, в графе «Название узла людности» печатаются код и название узлов людности, а также осуществляется их группировка в зоны обслуживания. Зоны обслуживания отделяются друг от друга большим интервалом. Графа «Людность узла» содержит число проживающего населения в каждом узле и в целом по зоне обслуживания. В графе «Название точки стояния» печатаются код и название того узла людности, где должно быть расположено предприятие, обслуживающее данную зону. Остальные графы легко читаются и не имеют особенностей. Внизу ведомости печатаются сводные показатели, характеризующие данный регион.

Таблица 4.2.7

Пример задания названий узлов людности, формат 2

Название массива			Шифр региона 105. Год заповнення 2000					
Шифр массива	Номер варианта	Номер блока						
02	01	01	Таскино	Уджей	Качулька	Н. Курята	В. Курята	
02	01	02	Таята	Сагайское	Ст. Копь	Сосновка	Ключи	
02	01	03	Каратуз	Лебедевка	Черемушка	Н. Кужебар	Шалагино	
02	01	04	С. Кужебар	Алексеевка	В. Суэток	Моторское	В. Кужебар	
02	01	05	В. Буланка	Таловка	Н. Буланка	Ширыштык	Черниговка	
02	01	06	Молино					

Таблица 4.2.8

Пример задания людности по зонам, формат 3

Название массива. Размерность массива			Шифр региона 105. Год заполнения 2000										
Шифр массива	Номер варианта	Номер блока											
03	01	01	00648,0	00537,0	00298,0	00253,0	00069,0	00114,0	00778,0	00338,0	00163,0	00220,0	
03	01	02	06999,0	00207,0	00862,0	00500,0	00179,0	00043,0	00135,0	00449,0	01250,0	01964,0	
03	01	03	00220,0	00200,0	00283,0	00858,0	00242,0	00179,0					

После получения машинных ведомостей их выверяют для выявления машинных ошибок и сбоев. Далее ведомости анализируют с точки зрения учета специфических факторов, не участвующих в расчете. При необходимости их корректируют. Скорректированные и проанализированные проекты планов размещения предприятий обслуживания передают на утверждение администрации района.

В соответствии с решением администрации определяются сроки ввода в действие конкретных объектов, задания на выделение площадей, оценивается льготность аренды с учетом себестоимости обслуживания, организуется конкурс на каждую точку стояния предприятия.

Описанный выше пример расчета — обобщенный условный пример, построенный на базе фактической исходной информации.

4.2.9.2. Размещение предприятий бытового обслуживания в городах

Для размещения предприятий бытового обслуживания в городах целесообразно применять ЭВМ при численности жителей города более 300 тыс. чел. Решение задачи размещения, как и в предыдущем случае, начинается с обследования города.

Обследование сводится к составлению экономико-географической характеристики города на текущий момент и перспективу. В со-

Пример задания матрицы времен

Название массива				Матрица доступности				Шифр региона			
Размерность массива				мин							
Шифр массива	Номер варианта	Номер столбца	Номер блока	Матрица времен доступности (дана в сокращенном виде)							
01	01	001	01	015	100	999	999	999	999	086	999
01	01	002	01	100	015	063	999	999	999	075	999
01	01	003	01	999	063	015	100	116	999	999	100
01	01	004	01	999	999	100	015	050	097	999	146
01	01	005	01	999	999	116	050	015	111	999	130
01	01	006	01	999	999	999	097	111	015	999	201
01	01	007	01	086	075	999	999	999	999	015	999
01	01	008	01	999	999	100	146	130	201	999	015
01	01	009	01	999	999	999	135	119	999	999	122
01	01	010	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	011	01	108	097	116	176	160	231	058	070
01	01	012	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	013	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	014	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	015	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	016	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	017	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	018	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	019	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	020	01	999	999	999	999	999	999	999	999
01	01	021	02	015	095	054	999	089	999	999	999
01	01	022	02	095	015	114	063	999	999	999	999
01	01	023	02	054	114	015	999	086	999	999	999
01	01	024	02	999	063	999	015	095	999	999	999
01	01	025	02	089	999	086	095	015	999	999	999
01	01	026	02	999	999	999	999	999	015	999	999

Пример задания нормативной функции

Название массива			Норматив доступности		Шифр региона 105	
Размерность массива			мин			
Шифр массива	Номер варианта	Номер блока	Значения			
04	01	01	00055	00065	00065	00065
04	01	02	00015	00080	00045	00065
04	01	03	00062	00080	00065	00045

План размещения СДБУ, КПП и пунктов остановки ПП в Каратузском

1	15	100	999	999	999	999	86	999	999	999	108	999
2	100	15	63	999	999	999	75	999	999	999	97	999
3	999	63	15	100	116	999	999	100	999	999	116	999
4	999	999	100	15	50	97	999	146	135	999	179	999
5	999	999	116	50	15	111	999	130	119	999	160	999
6	999	999	999	97	111	15	999	201	999	999	231	999
7	86	75	999	999	999	999	15	999	999	999	58	999
8	999	999	100	146	130	201	999	15	122	999	70	999
9	999	999	999	135	119	999	999	122	15	999	152	999
10	999	999	999	999	999	999	999	999	999	15	78	50
11	108	97	116	176	160	231	58	70	152	78	15	58
12	999	999	999	999	999	999	999	999	999	50	58	15
13	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	81	81
14	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	95	999
15	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	86	999
16	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	108	999
17	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	125	999
18	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	127	999
19	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	116	999
20	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	160	999
21	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
22	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
23	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
24	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
25	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
26	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Таблица 4.2.10

по зонам (формат б)

Шифр региона 105		Год заполнения 2000				
функции						
00081	00081	00055	00065	00080	00080	
00080	00080	00080	00065	00035	00020	
00080	00080					

Таблица 4.2.11

районе Красноярского края (матрица времен доступности)

Форма 120000

Лист 1

999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
81	95	86	108	125	127	116	160	999	999	999	999	999	999
81	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
15	999	20	999	999	86	100	999	999	999	999	999	999	54
999	15	999	999	70	999	999	105	999	999	999	999	999	999
20	999	15	999	999	92	95	999	999	999	999	999	999	999
999	999	999	15	999	999	114	999	999	999	999	999	999	999
999	70	999	999	15	999	999	75	999	999	999	999	999	999
86	999	92	999	999	15	999	999	999	999	999	999	999	999
100	999	95	114	999	999	15	999	75	54	95	81	108	999
999	105	999	999	75	999	999	15	999	999	999	999	999	999
999	999	999	999	999	999	75	999	15	95	54	999	89	999
999	999	999	999	999	999	54	999	95	15	114	63	999	999
999	999	999	999	999	999	95	999	54	114	15	999	86	999
999	999	999	999	999	999	81	999	999	93	999	15	95	999
999	999	999	999	999	999	108	999	89	999	86	95	15	999
54	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	15
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

План размещения СДБУ, КПП и пунктов остановки ПП в Каратузском

Шифр программы

2001 01 (год и вариант решения)

01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01

Название узла людности	Людность узла, чел.	Норматив доступности, мин	Приоритетный коэффициент	Существующие предприятия	Норматив выработки, руб.
001 Зона 1	448,0	55	0,000	0	0,00
002 Зона 2	537,0	65	0,000	0	0,00
003 Зона 3	298,0	65	0,000	1	0,00
004 Зона 4	253,0	65	0,000	0	0,00
005 Зона 5	69,0	81	0,000	0	0,00
006 Зона 6	114,0	81	0,000	0	0,00
007 Зона 7	778,0	55	0,000	0	0,00
008 Зона 8	338,0	65	0,000	0	0,00
009 Зона 9	163,0	80	0,000	0	0,00
010 Зона 10	220,0	80	0,000	0	0,00
011 Зона 11	6999,0	15	0,000	1	0,00
012 Зона 12	207,0	80	0,000	0	0,00
013 Зона 13	862,0	45	0,000	1	0,00
014 Зона 14	500,0	65	0,000	0	0,00
015 Зона 15	179,0	80	0,000	0	0,00
016 Зона 16	43,0	80	0,000	0	0,00
017 Зона 17	135,0	85	0,000	0	0,00
018 Зона 18	449,0	65	0,000	0	0,00
019 Зона 19	1250,0	35	0,000	0	0,00
020 Зона 20	1964,0	20	0,000	1	0,00
021 Зона 21	220,0	62	0,000	0	0,00
022 Зона 22	200,0	80	0,000	0	0,00
023 Зона 23	283,0	63	0,000	0	0,00
024 Зона 24	858,0	45	0,000	1	0,00
025 Зона 25	242,0	80	0,000	0	0,00
026 Зона 26	179,0	80	0,000	0	0,00

Таблица 4.2.12

районе Красноярского края (исходные данные)

Форма 120102

Лист 1

Норматив потребления услуг, руб.	Фактическая мощность предприятия, руб.	Указатель точки стояния предприятия	Указатель узла людности	Динамическая людность узла	Тип функциональной зоны
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	4 131	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	150 000	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	17 500	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	28 320	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	17 876	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000
0,00	0	0	0	0,0	0000000000

став экономико-географической характеристики включаются следующие основные разделы:

- население и территория;
- промышленность;
- транспорт и перемещение населения;
- учебные заведения;
- культурно-бытовые учреждения.

В разделе «Население и территория» подробно анализируется система расселения населения по административным районам, микрорайонам и кварталам. Основные документы для исследования системы расселения — проекты детальных планировок (ПДП), по которым осуществляется застройка и реконструкция городов. Цель проработки ПДП — определение численности проживающего населения по различным зонам города с дифференциацией по кварталам и отдельным группам жилых домов. Численность населения в сложившейся застройке определяется путем подсчета числа жилых домов определенной серии, этажности в рассматриваемом квартале или жилой группе с учетом проектной численности жителей в каждом типе жилого дома. Другой способ определения численности жителей заключается в нахождении через ПДП общей жилой площади по данному кварталу или группе домов и затем делении ее на среднюю величину площади, приходящуюся на одного жителя. Этот способ менее точен, чем первый. Численность жителей по реконструируемым или новым жилым районам и микрорайонам вычисляется такими же способами, если на эти районы имеются ПДП. При отсутствии ПДП численность жителей реконструируемых или новых районов определяется ориентировочно по экспертным оценкам.

Раздел «Население и территория» должен также содержать материалы о структуре занятости населения, демографической структуре, национальных особенностях, а также краткое описание городского ландшафта и его особенностей, характеристику функциональных зон, оценку стоимости земли, перспективы развития городской застройки и т.п.

Раздел «Промышленность» содержит полный перечень промышленных предприятий и организаций, находящихся на территории города с числом работающих от 100 чел. и выше; параметры предприятий (число работающих, в том числе в наиболее многочисленную смену, число рабочих смен, число проходных, среднее число рабочих, проходящих через каждую проходную, местонахождение проходных), краткая специализация предприятий и пр. По возможности необходимо также собрать данные о распределении мест проживания рабочих предприятия. Конечная цель описания промышленности

города — определение численности населения, тяготеющего к определенным местам работы, на перспективу.

В разделе «Транспорт и перемещение населения» описываются все виды пассажирского транспорта, имеющиеся в городе основные транспортные магистрали, величины пассажиропотоков; определяется число перемещений населения на общественном транспорте и пешком между транспортными районами; изучаются перспективы развития транспортной системы и число перемещений в перспективе. Основная цель данного раздела — составление матрицы времен доступности между различными районами данного города на перспективу.

В разделе «Учебные заведения» представлены характеристики высших и средних специальных учебных заведений, включающие число учащихся, в том числе в первую смену, число смен, наличие общежитий, их вместимость, специализацию учебного заведения и пр.

Раздел «Культурно-бытовые учреждения» содержит подробное описание предприятий и организаций культуры, торговли, бытового обслуживания, просвещения, здравоохранения, а также характеристики детских дошкольных учреждений, спортивных комплексов и зон отдыха. Для каждого предприятия или организации определяются вместимость, периодичность, сменность или сезонность работы, место размещения на территории города.

Экономико-географическая характеристика города представляется на утверждение в его администрацию, после чего передается разработчикам схемы размещения предприятий бытового обслуживания. Используя данные экономико-географической характеристики, подготавливают исходную информацию для решения задачи в такой последовательности. Вначале производится зонирование территории города, затем приводятся характеристики зон (функциональная специализация, число проживающего и приезжающего в зону населения), далее вычисляется матрица времен доступности между всеми зонами и наконец фиксируются мощности существующих предприятий бытового обслуживания (объем реализации, производственная площадь, число рабочих мест) по каждой зоне и каждому виду бытовых услуг.

Важнейшая исходная информация — показатели развития бытового обслуживания на расчетную перспективу. К ним относятся уровень потребления бытовых услуг по видам на душу населения, рост производительности труда работников бытового обслуживания, удельные затраты мощностей на производство единицы продукции и услуг, типы предприятий, предлагаемых к размещению. Имея в

Таблица 4.2.13

**План оказания услуг населению по ремонту прочей бытовой техники
в г. Уфе (исходные данные)**

Форма 125806

Лист 1

Название узла людности	Людность узла, тыс. чел.	Норматив доступности, мин	Приоритетный коэффициент	Существующие предприятия	Норматив выработки, тыс. руб.	Норматив потребления услуг, тыс. руб.	Фактическая мощность предприятия, тыс. руб.	Указатель точки стояния предприятия	Указатель узла людности	Динамическая людность узла, тыс. чел.	Тип функциональной зоны
001 Зона 1	0,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	26,0	1000000100
002 Зона 2	3,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	18,0	1000000000
003 Зона 3	20,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	4,0	0100100010
004 Зона 4	4,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	3,0	0100000000
005 Зона 5	22,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	2,0	0100000000
006 Зона 6	8,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	1,0	0100000010
007 Зона 7	8,0	0	0,000	0	0,00	0,00	0	0	0	1,0	0100000000

наличии всю указанную информацию, можно приступить к размещению предприятий бытового обслуживания, используя ЭВМ. В табл. 4.2.13 приведен пример формы с исходными данными.

После ввода исходной информации в ЭВМ начинается процесс решения задачи. Весь процесс решения состоит из пяти этапов.

Этап 1. Размещение предприятий по различным типам доступности.

Для обеспечения этой процедуры норматив потребления бытовых услуг расщепляется по каждому виду на три составляющие: норматив потребления услуги населением вблизи мест жилья с доступностью 10 мин (статический 10-минутный, С 10), норматив потребления услуги населением с доступностью от местожительства 20 мин (статический 20-минутный, С 20) и норматив потребления услуги населением вблизи мест работы или учебы с доступностью 10 мин (динамический 10-минутный, Д 10). Каждая составляющая норматива потребления характеризуется перечнем бытовых услуг, относящихся к данному виду. Например, для пошива и ремонта одежды вблизи мест жилья (с доступностью 10 мин) можно создавать пред-

приятия с услугами более частого спроса — мелкий ремонт и обновление одежды, утюжка, подгонка по фигуре купленных вещей, дошив сравнительно простой одежды из полуфабрикатов и т.п. Для предприятий с доступностью 20 мин требуется другой набор услуг. Здесь прежде всего должен быть организован пошив особо модной и оригинальной одежды по индивидуальным заказам с учетом всех запросов населения, предложены сопутствующие услуги. Для обслуживания вблизи мест работы и учебы, видимо, целесообразно создавать предприятия по мелкому ремонту одежды и приему заказов на пошив сравнительно простых видов одежды, не требующих длительных процедур снятия мерки, и т.п. Каждый вид услуг имеет свою специфику и поэтому должен рассматриваться отдельно.

Расщепив таким образом норматив потребления услуги на три составляющие, рассчитывают схемы оптимального размещения предприятий по каждому типу доступности. В табл. 4.2.14–4.2.16 представлены фрагменты размещения предприятий по ремонту бытовой техники в г. Уфе для трех типов доступности С 10, С 20, Д 10.

Этап 2. Наложение схем размещения предприятий с разными типами доступности друг на друга.

На данном этапе совмещают полученные схемы размещения в одну и вычисляют сводные параметры обслуживания (см. табл. 4.2.3, где показан пример свода по зоне 1).

Этап 3. Свод различных видов обслуживания по отдельным зонам.

После завершения этапа 2 для всех видов бытовых услуг, по которым производится размещение предприятий, осуществляется свод всех видов обслуживания для каждой зоны (см., например, табл. 4.2.4). Такой свод показывает потребности и дефициты по всем видам обслуживания по каждой зоне города. На базе сводных показателей по зоне выбирают способ организации обслуживания и тип предприятия для данной зоны.

Этап 4. Свод различных видов обслуживания по административным районам города.

Поскольку существует административное деление городов на районы и управление городским хозяйством осуществляется порайонно, целесообразно зоны, принадлежащие одному району, свести вместе и рассчитать общие потребности и дефициты сферы обслуживания по районам. Свод показателей потребления услуг на перспективу по районам является, по существу, перспективным планом оказания услуг в районе.

План оказания услуг населению по ремонту

Шифр программы

2001 01 (год и вариант решения)

01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01

Название узла людности	Людность узла, тыс. чел.	Название точки стояния	Норматив функ- ции доступно- сти, тыс. чел.- мин.	Значение функ- ции доступно- сти, тыс. чел.- мин.
001 Зона 1	0		0	0
006 Зона 6	8		80	56
007 Зона 7	8		80	56
	16	006 Зона 6		112
002 Зона 2	3		30	21
	3	002 Зона 2		21
003 Зона 3	20		200	140
004 Зона 4	4		40	36
	24	003 Зона 3	176	176
005 Зона 5	22		220	154
	22	005 Зона 5		154

Общая людность района, тыс. чел. 65

Общие потери времени, тыс. чел.-мин 463

Потери времени на одного жителя, мин 7

Общий потребный объем услуг, тыс. руб. 15

Общий фактический объем услуг, тыс. руб. 00

Общий дефицит объема услуг, тыс. руб. 15

Общее число рабочих 5

Таблица 4.2.14

бытовой техники в г. Уфе, С 10 (фрагмент)

Форма 125801

Лист 1

Мощность предприятия, тыс. руб.		Дефицит мощности, тыс. руб.	Тип предприятия	Число работающих
фактическая	потребная			
0	0	0		
0	2	2		
0	2	2		
0	4	4	ПП	0 + 1,3
0	0	0		
0	0	0	ПП	0 + 0,0
0	5	5		
0	1	1		
0	6	6	ПП	0 + 2,0
0	5	5		
0	5	5	ПП	0 + 1,6

Общее число предприятий4

Средняя мощность предприятия, тыс. руб.3,75

Фактическая выработка на одного работающего, тыс. руб.0

Плановая выработка на одного рабочего, тыс. руб.3,0

Средневзвешенный норматив потребления услуг на душу, руб.0,27

Среднеарифметический норматив потребления услуг на душу, руб. ..0,27

План оказания услуг населению по ремонту бытовой

Шифр программы

2001 01 (год и вариант решения)

01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01

Название узла людности	Людность узла, тыс. чел.	Название точки стояния	Норматив функции доступности, тыс. чел.-мин	Значение функции доступности, тыс. чел.-мин
001 Зона 1	26		260	182
006 Зона 6	1		10	8
007 Зона 7	1		10	8
	28	001 Зона 1		198
002 Зона 2	18		180	126
	18	002 Зона 2		126
003 Зона 3	4		40	28
004 Зона 4	3		30	27
	7	003 Зона 3		55
005 Зона 5	2		20	14
	2	005 Зона 5		14

Общая людность района, тыс. чел.	55
Общие потери времени, тыс. чел.-мин	393
Потери времени на одного жителя, мин	7
Общий потребный объем услуг, тыс. руб.	24,2
Общий фактический объем услуг, тыс. руб.	0
Общий дефицит объема услуг, тыс. руб.	24,2
Общее число рабочих	7

Таблица 4.2.15

техники в г. Уфе, Д 10 (фрагмент)

Форма 125804

Лист 1

Мощность предприятия, тыс. руб.		Дефицит мощности, тыс. руб.	Тип предприятия	Число работающих
фактическая	потребная			
0	11,44	11,44		
0	0	0		
0	0	0		
0	12,32	12,32	ПП	0 + 3,6
0	7,92	7,92		
0	7,92	7,92	ПП	0 + 2,3
0	0	0		
0	0	0		
0	3,08	3,08	ПП	0 + 0,9
0	0,88	0,88		
0	0,88	0,88	ПП	0 + 0,2

Общее число предприятий4

Средняя мощность предприятия, тыс. руб.5

Фактическая выработка на одного работающего, тыс. руб.0

Плановая выработка на одного рабочего, тыс. руб.3,45

Средневзвешенный норматив потребления услуг на душу, руб.0,44

Среднеарифметический норматив потребления услуг на душу, руб.....0,44

План оказания услуг населению по ремонту бытовой

Шифр программы
 2001 01 (год и вариант решения)
 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01 01

Название узла людности	Людность уз- ла, тыс. чел.	Название точ- ки стояния	Норматив функ- ции доступности, тыс. чел.-мин	Значение функ- ции доступности, тыс. чел.-мин
001 Зона 1	0		0	0
002 Зона 2	3		60	46
003 Зона 3	20		400	140
004 Зона 4	4		80	36
005 Зона 5	22		440	396
006 Зона 6	8		160	120
007 Зона 7	8		160	120
	65	003 Зона 3		858

Общая людность района, тыс. чел. 65
 Общие потери времени, тыс. чел.-мин 858
 Потери времени на одного жителя, мин 13
 Общий потребный объем услуг, тыс. руб. 72,8
 Общий фактический объем услуг, тыс. руб. 0
 Общий дефицит объема услуг, тыс. руб. 72,8
 Общее число рабочих 23

Таблица 4.2.16

техники в г. Уфе, С 20 (фрагмент)

Форма 125802
Лист 1

Мощность предприятия, тыс. руб.		Дефицит мощности, тыс. руб.	Тип предприятия	Число работающих
фактическая	потребная			
0	0	0		
0	3,36	3,36		
0	22,24	22,24		
0	4,48	4,48		
0	24,64	24,64		
0	8,96	8,96		
0	8,96	8,96		
0	72,8	72,8	Мастерская	0 + 23,0

Общее число предприятий 1
 Средняя мощность предприятия, тыс. руб. 72
 Фактическая выработка на одного работающего, тыс. руб. 0
 Плановая выработка на одного рабочего, тыс. руб. 3,17
 Средневзвешенный норматив потребления услуг на душу, руб. 1,12
 Среднеарифметический норматив потребления услуг на душу, руб. 1,12

Этап 5. Сводный план оказания услуг по городу.

Этот документ получается в результате свода районных планов оказания услуг.

Алгоритм размещения последовательно выполняет расчеты по всем пяти этапам работы в автоматическом режиме. После завершения всех расчетных процедур осуществляется экспертный анализ полученных планов оказания услуг по зонам, районам и в целом по городу. При положительном заключении экспертизы, проводимой основными функциональными отделами мэрии (архитектурно-планировочным, отделами сводного планирования, капитального строительства, сфер обслуживания, транспорта и т.п.), перспективный план выносится на обсуждение администрации города.

Решение администрации по перспективному развитию обслуживания должно содержать порайонные планы оказания услуг населению. Выявленные рациональные места расположения предприятий обслуживания населения должны представляться на конкурс для организации там соответствующего вида обслуживания. При этом условия конкурса формируются таким образом, чтобы предприниматели или юридические лица открывали соответствующие предприятия с показателями, близкими к полученным по схеме размещения. Для этого администрация знакомит конкурсантов с этими показателями, устанавливает соответствующие льготы по арендной плате и т.п.

Перечень показателей для города, фиксирующий тенденции и планы развития сферы обслуживания, приведен в табл. 4.2.17.

Таблица 4.2.17

Сводные (типовые) показатели развития сферы обслуживания для города

№ п/п	Показатель	Исходный год	Перспектива на расчетный срок	Процент роста
1	2	3	4	5
1	Объем услуг на душу, руб./чел.			
2	Общий объем услуг, млн. руб.			
3	Производительность труда, руб.			
4	Число рабочих мест, шт.			
5	Число работающих			
6	Общая площадь, м ²			
7	Объем услуг с 1 м ² площади, руб.			
8	Темп роста объема услуг по отношению к темпу роста числа работающих			

Окончание табл. 4.2.17

1	2	3	4	5
9	Средние потери времени для получения услуги на одного жителя (без учета времени стояния в очереди), мин			
10	Затраты на 1 руб. объема услуг, руб.			
11	Число мест обслуживания, ед.			

Полученные схемы размещения предприятий обслуживания по зонам города и планы оказания бытовых услуг выявляют интересные закономерности функционирования города. Так, например, часто выявляется неравномерное потребление услуг по различным зонам города в связи с тем, что численность статического и динамического населения различна по зонам города. В некоторых районах города уровень потребления услуг в расчете на одного проживающего может быть в 2 раза больше, чем в целом по городу.

4.3. Имитационные модели районирования, оценки территорий, распределения капиталовложений и иных ресурсов

В градостроительной практике и деятельности региональных администраций часто возникает потребность в районировании или зонировании населенных мест — городов, районов, областей и т.п. Критериями деления территории могут выступать цена земли, расстояние или доступность административного, транспортного или иного центра, наличие ресурса, например рабочей силы или крупного производственного объекта и т.п. Одна из наиболее часто встречающихся проблем — определение величины арендной платы за муниципальные здания и сооружения при сдаче их в аренду организациям или предпринимателям. При развитии той или иной территории у ее администрации возникает необходимость распределения бюджетных средств на нужды и, в частности, на развитие городских центров, парков, административных зданий, торговли, бытового обслуживания и т.п.

Все перечисленные проблемы относятся к так называемым распределительным задачам и имеют примерно одинаковую экономико-математическую постановку. Целевые функции для задач такого типа были описаны в п. 2.2.

Рассмотрим конкретную реализацию такой имитационной распределительной модели, способной настраиваться на различные

критерии распределения. В качестве примера решим задачу оптимального распределения капиталовложений в сферу бытового обслуживания населения региона. Здесь величина капиталовложений для зоны, объекта — главный критериальный показатель. Он может превратиться в цену земли или величину арендной платы для постановки других задач.

Итак, суть особенностей планирования капиталовложений в службе быта заключается прежде всего в необходимости учитывать показатели не только экономической, но и социальной эффективности. Здесь помимо быстрой окупаемости вложений, снижения себестоимости работ и услуг в расчет должны приниматься экономия времени заказчика, его удовлетворенность имеющимися видами и формами оказания услуг, показатели качества обслуживания. Капиталовложения должны распределяться таким образом, чтобы обеспечить постоянное приближение фактического уровня обслуживания к заданному стандарту обслуживания, сократить разрыв в уровне обслуживания различных территорий, опережающими темпами развивать наиболее нужные потребителям услуги, повышать качество обслуживания. Все это должно осуществляться при максимальной экономической эффективности. Ограничение капиталовложений еще более усложняет задачу их планирования, превращая в сложную социально-экономическую и экономико-математическую проблему. Рассмотрим наиболее важные вопросы оптимального распределения капиталовложений.

Социальная и экономическая стороны эффективности капиталовложений в некоторых случаях вступают в противоречие, затрудняя выбор оптимального варианта распределения капиталовложений. Например, с экономической точки зрения или с точки зрения простого увеличения объемов реализации услуг выгоднее больше вкладывать в менее фондоемкие отраслевые группы службы быта (парикмахерские, фотографии, ремонт и изготовление мебели, пошив и ремонт одежды, обуви, трикотажа и т.д.), обеспечивающие более быструю отдачу капиталовложений, высокий уровень экономической эффективности. Но потребности не ограничены этими видами услуг. С позиции потребителя, т.е. с позиции социальной эффективности, мы должны развивать и такие в 1,5–3 раза более фондоемкие отрасли, как химчистка, стирка, ремонт жилищ, прокат и другие, несмотря на меньшую экономическую эффективность капиталовложений для этих отраслевых групп.

Существует и другая сторона явления. Если в расчет брать только экономическую эффективность, то в погоне за большим экономическим эффектом можно спроектировать такие предприятия, которые

не полностью удовлетворяют потребителей по структуре, формам оказания услуг, затратам времени на их посещение, качеству обслуживания и пр. Так, например, для химчистки одежды имеются типовые проекты предприятий со сроком окупаемости капиталовложений (показатель экономической эффективности) 2 года (проект 408-14-10), 4,4 года (проект 284-3-22), 11,7 года (проект 408-14-16). Если учитывать только показатель экономической эффективности, то всегда следовало бы выбирать только объект со сроком окупаемости капиталовложений 2 года. При этом потребитель лишается прачечной и химчистки самообслуживания, срочной химчистки и стирки, мелкого ремонта одежды и т.д., которые имеются в проекте со сроком окупаемости 4,4 года. Практика показывает, что во многих случаях неудовлетворительное обслуживание объясняется именно стремлением выбрать объект, ориентированный только на экономический эффект.

В настоящее время в службе быта практически все методики определения потребностей и распределения капиталовложений основаны на измерении показателей экономической эффективности как показателей приведенных затрат. Однако существующий порядок планирования капиталовложений в силу несовершенства имеющихся методик ориентируется в основном на интуицию и личный опыт предпринимателей со всеми вытекающими отсюда положительными и отрицательными последствиями. Конечно, такой подход к управлению капиталовложениями в отрасли, оказывающей более 900 видов услуг при огромном числе предприятий, в настоящее время нас не удовлетворяет. Администрация территории не в состоянии учесть все необходимые факторы и объективно распределить капиталовложения.

Многочисленные исследования по планированию капиталовложений показывают, что необходима такая методика оценки эффективности капиталовложений и способов их распределения, которая обеспечит комплексную социально-экономическую оценку, отражающую специфические условия функционирования отрасли. В этой связи рассмотрим способы оценки социальной и экономической эффективности капиталовложений.

В основе измерения социальной эффективности капиталовложений в бытовом обслуживании заложено измерение соответствия фактического уровня потребления услуг нормативному. Под фактическим уровнем понимается количество услуг в рублях, приходящихся на одного человека в данный момент. Нормативный уровень потребления характеризует желаемое для данной территории количество услуг, приходящееся на одного человека. Полное соответствие означает равенство фактического уровня нормативному.

Пример. Фактический уровень оказания услуг по пошиву одежды по индивидуальным заказам в 2001 г. был 3,45 руб. на человека (обозначим его через B_1), а услуг по ремонту радиотелевизионной аппаратуры — 0,84 руб. на человека (обозначим его через B_2). Нормативный уровень на 2005 г. соответственно равен 4,34 руб. на человека (обозначим его через H_1) и 1,66 руб. на человека (обозначим его через H_2). В таком случае дефициты для обеих услуг примерно одинаковы и равны:

$$H_1 - B_1 = 4,34 - 3,45 = 0,89 \text{ руб.};$$

$$H_2 - B_2 = 1,66 - 0,84 = 0,82 \text{ руб.}$$

Однако B_2 на 50% меньше норматива H_2 , а B_1 меньше норматива H_1 всего на 20%. Следовательно, для услуг по пошиву одежды и ремонту радиотелеаппаратуры наблюдается различная степень приближения к нормативу, несмотря на то, что дефициты по обеим услугам почти одинаковы. В настоящее время показатель дефицитности, а не степень приближения фактического уровня обслуживания к нормативному является ведущим показателем при распределении капиталовложений. Это приводит к тому, что при распределении капиталовложений по показателю дефицитности пошив одежды и ремонт радиотелеаппаратуры имеют примерно одинаковое положение, и трудно сказать, что нужно обеспечить вложениями в первую очередь, а что — во вторую. Если учесть степень приближения фактического уровня к нормативному, то сразу становится ясно, что услуги по ремонту радиотелеаппаратуры в 2,5 раза больше отстают от норматива, чем пошив одежды ($50\% : 20\% = 2,5$). Отсюда получается, что мы должны обеспечить капиталовложениями ремонт радиотелеаппаратуры в первую очередь.

Для измерения степени приближения фактического уровня к нормативному разработан показатель, названный **показателем социальной эффективности** капиталовложений:

$$W_i = \frac{H_i - (B_i + \Delta P_i)}{H_i} 100,$$

где i — индекс вида услуги;

ΔP_i — прирост объема услуг i -го вида на душу населения в результате оргтехмероприятий без затрат капиталовложений.

Вычисление W_i по разным видам услуг позволяет сравнивать их с точки зрения отклонения фактического уровня обслуживания от нормативного, т.е. позволяет сказать, какие услуги нуждаются в развитии больше, а какие меньше. Можно сказать, что этот показатель

определяет первоочередность или приоритетность вложений в конкретные виды услуг для конкретной территории (республики, края, района, области). Очевидно, услуги с большими значениями W_i должны обеспечиваться капиталовложениями в первую очередь.

Пример. Посмотрим на примере, какие услуги нуждаются в капиталовложениях в первую очередь (табл. 4.3.1).

Таблица 4.3.1

Определение очередности капиталовложений

Вид услуг	Фактический уровень (B) на одного человека, руб.	Нормативный уровень (H) на одного человека, руб.	Показатель W_i , %	Первоочередность капиталовложений (приоритет)
Пошив обуви	0,65	0,84	22,60	5
Ремонт одежды	0,37	0,67	44,70	3
Пошив одежды	3,45	4,34	20,50	6
Ремонт бытовой техники	0,63	1,03	38,80	4
Ремонт радиотелеаппаратуры	0,84	1,66	49,40	2
Ремонт и строительство жилищ	0,53	2,33	77,20	1

В первую очередь (из рассматриваемых услуг) нужно направить капиталовложения на ремонт и строительство жилищ (приоритет 1), ремонт радиотелеаппаратуры (приоритет 2), ремонт одежды (приоритет 3) и т.д. Наименьшим приоритетом обладают услуги пошива одежды (приоритет 6) и обуви (приоритет 5). Здесь рассмотрены некоторые услуги. На практике рассматривается весь перечень видов бытовых услуг.

Показатель W_i можно рассчитать и в целом по всем видам услуг для некоторого региона, тогда он принимает форму обобщенного показателя социальной эффективности капиталовложений для определенного региона. Обобщенный показатель рассчитывается путем суммирования показателей W_i по всем видам услуг, т.е.

$$W_{об} = 100 \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{n} = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{H_i - (B_i + \Delta P_i)}{H_i},$$

где n — число видов услуг, вошедших в обобщенный показатель.

Имея показатель $W_{об}$ для различных территорий, можно по аналогии определить первоочередность капиталовложений в ту или

иную территорию. Предложенные показатели социальной эффективности капиталовложений в качестве главной социальной цели имеют достижение пропорционального развития видов бытовых услуг или стремление к равенству фактического потребления услуг по отношению к их нормативам, т.е.

$$\frac{H_1 - B_1}{H_1} = \frac{H_2 - B_2}{H_2} = \dots = \frac{H_n - B_n}{H_n},$$

где H и B — нормативный и фактический уровни потребления услуг на одного человека, руб.

Такая интерпретация социальной цели распределения капиталовложений направлена на обеспечение установленного нормативами определенного стандарта обслуживания в каждом виде услуг и для каждой территории. Ориентация на данную социальную цель позволит в конечном счете обеспечить управление капиталовложениями в соответствии с заданным стандартом бытового обслуживания.

Управляя капиталовложениями на основе показателей социальной эффективности, не нужно забывать и экономическую сторону, имеющую важное значение, особенно в тех случаях, когда имеется несколько видов услуг с одинаковыми или близкими значениями показателей социальной эффективности. В бытовом обслуживании имеются экономически более или менее эффективные с точки зрения отдачи с рубля вложений отраслевые группы услуг. Например, для определенного региона наименьшие затраты на рубль объема реализации имеют услуги парикмахерских (0,77), ремонт и изготовление мебели (0,80), услуги трикотажных мастерских (0,88), пошив и ремонт обуви (0,89). Наибольшие затраты имеют прокат (3,89), химчистка и крашение одежды (1,45), ремонт бытовой техники (1,35), ремонт радиотелеаппаратуры (1,33), ремонт и строительство жилья (1,24).

Отсюда следует, что при одинаковых или близких показателях W_j , например, в двух отраслевых группах бытового обслуживания капиталовложения следует направлять в первую очередь в ту отраслевую группу, у которой меньше затраты на рубль объема реализации.

Для эффективного распределения капиталовложений в отрасли надо также учитывать фактическое наличие основных фондов, степень их использования по отраслевым группам и территориям.

На основе сказанного выше разработана детальная имитационная модель и методика оценки социально-экономической эффективности капиталовложений, определения потребности в капиталовложениях и их распределения между отраслями и территориями. Модель

решает три главные задачи: распределение лимита капиталовложений между отраслевыми группами, распределение лимита по территориям, определение общей потребности в капиталовложениях.

4.3.1. Алгоритмы оптимального планирования капиталовложений

Разработаны две группы алгоритмов планирования капиталовложений. Первая группа обеспечивает планирование вложений по видам бытовых услуг в заданном регионе (республика, край, область, административный район, город и т.п.) и обозначена ALG. Вторая группа алгоритмов распределяет капиталовложения между зонами заданного региона. Например, между республиками, краями (областями), административными районами и городами краев (областей). Эта группа называется PLAN.

Для каждой группы алгоритмов разработаны базовые алгоритмы планирования и распределения капиталовложений, модификация которых позволяет получить различные варианты планирования. Базовые алгоритмы называются также ALG и PLAN. Рассмотрим предложенные алгоритмы и их модификации.

Алгоритмы ALG. Выходная форма алгоритмов ALG представлена в табл. 4.3.2 и содержит следующие показатели и графы.

В заглавии выходной формы дана общая численность населения региона, в том числе городского и сельского; лимит капиталовложений на расчетный период; шаг приоритета в %; номер графы, по которой определяется приоритетность услуг внутри интервалов.

Головка таблицы выходной формы соответствует головке в табл. 4.3.2.

Графа 7 — $K_{\text{общ}}$ (общие затраты фондов в рублях на рубль объема услуг);

графа 8 — $K_{\text{пф}}$ (затраты на основные производственные фонды и оборотные средства в рублях на рубль объема реализации услуг);

графа 9 — $K_{\text{уд}}$ (затраты капиталовложений в рублях на рубль объема реализации услуг).

Используем следующие названия территорий. Под регионом будем понимать территорию, для которой планируются капиталовложения. Составляющие элементы региона — районы или зоны.

Введем следующие условные обозначения:

i — индекс услуги; $i=1, 2, \dots, n$;

j — индекс зоны при $j=1, 2, \dots, M$ и индекс региона при $j=0$;

M — число зон региона (республики, края, области);

План распределения капиталовложений

.....район, сортировка по столбцу

Лимит капиталовложений на 2005 г.

83 533,0 тыс. руб.

Шаг приоритета 50%

Номер вида услуги	Виды услуг	Уровень потребления бытовых услуг на душу, руб./чел.		Абсолютный социальный эффект, %
		фактический 2000 г.	плановый 2005 г.	
1	2	3	4	5
01	Ремонт обуви	0,71	1,80	58,87
18	Сельскохозяйственные услуги	0,57	3,70	84,08
12	Ремонт трикотажных изделий	0,04	0,20	77,67
17	Транспортные услуги	0,01	0,21	95,96
11	Пошив трикотажных изделий	0,64	1,50	52,47
13	Ремонт и строительство жилищ	0,22	1,0	75,37
05	Ремонт бытовых машин	0,99	3,80	69,12
16	Прокат	0,36	1,10	65,14
10	Услуги прачечных	0,21	0,80	66,40
09	Химчистка и крашение	0,61	2,00	61,87
	Итого	4,36	16,11	706,95
02	Пошив обуви	2,71	5,29	46,21
20	Прочие виды услуг	1,53	2,86	44,87
19	Ритуальные услуги	0,68	1,10	37,24
14	Услуги фотографий и фотокинолабораторий	1,58	2,60	36,26
15	Услуги парикмахерских	2,50	3,60	29,13
07	Ремонт мебели	0,39	0,66	39,21
08	Изготовление мебели	0,36	0,68	45,20
06	Ремонт РТА	1,06	2,10	28,04
03	Ремонт одежды	0,66	1,30	47,31
04	Пошив одежды	6,28	9,80	33,36
	Итого	17,75	29,99	386,83
	Всего	22,11	46,10	1093,78

Таблица 4.3.2

по видам бытовых услуг (пример)

Численность на 2005 г.

Всего 3827,2 тыс. чел.

В том числе: городского 2856,6 тыс. чел.;

сельского 970,6 тыс. чел.

Форма 113

Приоритет услуги	$K_{\text{общ}}$, руб./ руб.	$K_{\text{пф}}$, руб./ руб.	$K_{\text{уд}}$, руб./ руб.	Дефицит объема услуг, тыс. руб.	Потребность в капиталовложе- ниях, тыс. руб.
6	7	8	9	10	11
9	0,51	0,22	0,54	4 190,5	2 802,2
2	0,50	0,10	0,60	11 972,6	8 600,0
3	1,03	0,48	0,60	619,3	440,7
1	0,70	0,30	0,60	772,2	540,8
10	1,03	0,48	0,60	3 280,4	2 502,3
4	1,38	0,78	0,70	2 978,1	2 454,5
5	1,25	0,65	0,82	10 749,0	10 186,7
7	4,49	4,27	0,91	2 825,4	3 255,0
6	1,18	0,68	1,05	2 240,5	2 631,7
8	1,18	0,68	1,07	5 332,6	6 459,0
	1,18	0,71	0,75	44 960,6	39 873,2
12	0,51	0,22	0,54	9 874,0	7 006,5
14	0,80	0,30	0,60	5 087,7	4 279,6
16	0,60	0,20	0,60	1 619,7	1 468,7
17	0,72	0,33	0,60	3 909,9	3 384,9
19	0,73	0,19	0,63	4 204,6	4 769,6
15	1,30	0,61	0,72	1 031,8	1 102,5
13	1,30	0,61	0,72	1 235,6	1 240,3
20	1,47	0,98	0,75	3 993,1	2 949,7
11	1,54	0,66	1,23	2 454,5	2 106,4
18	1,46	0,66	1,23	13 472,0	12 856,5
	1,04	0,47	0,84	46 882,9	41 165,0
	1,09	0,55	0,81	91 843,5	81 038,2

$Ч_1$ — численность населения «всего по региону» на исходный год, взятая из формы ф.6(И);

$Ч_2$ — численность населения «всего по региону» на расчетный плановый год, взятая из формы ф.6(П);

П — расчетный, плановый год;

И — исходный год;

$C_{\text{орг}}$ — прирост производительности труда в регионе вследствие организационно-технических мероприятий;

ОПФ — основные производственные фонды;

V_1 — объем реализации исходного года по услуге в целом по региону из ф.1(И);

$I(И)_{ij=0}$ — объем реализации i -й услуги по региону в исходном году, задаваемый в ф.1(И);

$I(П)_{ij=0}$ — объем реализации i -й услуги по региону в планируемом году;

$ф.3(И)_{ij}$ — уровень потребления i -й услуги на душу населения в исходном году по j -му району, взятый из формы ф.3;

$ф.3(П)_j$ — уровень потребления i -й услуги на душу населения для расчетного планового года по j -му району, взятый из формы ф.3;

ΔP_i — дефицит потребления услуг на душу населения, покрываемый проведением организационных мероприятий;

L — лимит капиталовложений по региону в целом;

ф.1(И), ф.1(П) — условные обозначения показателей, содержащихся во входной форме 1 (или входной форме с другим номером), буквы «И» и «П» соответствуют значениям исходного и планового годов соответственно.

Опишем расчеты граф машинной ведомости выходной формы. Условимся графы машинной ведомости обозначать сокращенно гр. № (ф.3), где № — номер графы или номер входной формы, из которой взят показатель, если он берется из входной формы без преобразований. Если номер входной формы не указан, то данная графа получена расчетным путем:

1. гр. 3_{*i*} — данные берутся из ф. 1;

2. гр. 4_{*i*} — данные берутся из ф. 3;

3. гр. 5_{*i*} = $\frac{\text{гр. 4}_i - \text{гр. 3}_i - \Delta P_i}{\text{гр. 4}_i}$;

$\Delta P_i = \left(\frac{\text{гр. 24}_i(\text{ф.7}) V_i}{100} + \frac{1}{\text{гр. 21}_i(\text{ф.7})} - \frac{1}{\text{гр. 22}_i(\text{ф.7})} \times \text{ОПФ}_i(\text{ф.1}) \right) / Ч_1$;

4. гр. 7_{*i*} = гр. 21_{*i*}(ф.7) + гр. 20_{*i*}(ф.7) + гр. 19_{*i*}(ф.7);

5. гр. 8_{*i*} = гр. 21_{*i*}(ф.7) + гр. 20_{*i*}(ф.7);

6. гр. 9_{*i*} = гр. 1_{*i*}(ф.7);

$$7. \text{ гр. } 10_i = \text{ гр. } 4_i \cdot \text{ Ч}_2 - (\text{ гр. } 3_i + \Delta P_i) \text{ Ч}_1;$$

$$8. \text{ гр. } 11_i = \text{ гр. } 2_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 10_i [\text{ гр. } 4_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 7_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 11_i (\text{ ф. } 7) \times \\ \times \text{ гр. } 13_i (\text{ ф. } 7) + \text{ гр. } 8_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 12_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 16_i (\text{ ф. } 7)] + \text{ гр. } 3_i (\text{ ф. } 7) \times \\ \times \text{ гр. } 10_i [\text{ гр. } 5_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 7_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 11_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 14_i (\text{ ф. } 7) + \\ + \text{ гр. } 9_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 12_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 17_i (\text{ ф. } 7)] + [1 - \text{ гр. } 2_i (\text{ ф. } 7) - \\ - \text{ гр. } 3_i (\text{ ф. } 7)] \cdot \text{ гр. } 10_i \cdot [\text{ гр. } 6_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 7_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 15_i (\text{ ф. } 7) + \\ + \text{ гр. } 10_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 12_i (\text{ ф. } 7) \cdot \text{ гр. } 18_i (\text{ ф. } 7)].$$

Общие итоги и итоги по интервалам получаются следующим образом. Итоги по гр. 3, 4, 10, 11 находятся суммированием соответствующих граф по видам услуг. Графы 5–9 находятся так:

$$\text{гр. } 5 = \sum_{i=1}^n \text{ гр. } 5_i = \frac{\sum_{i=1}^n \text{ гр. } 4_i - \sum_{i=1}^n \text{ гр. } 3_i - \sum_{i=1}^n \Delta P_i}{\sum_{i=1}^n \text{ гр. } 4_i};$$

гр. 6 = итогов нет;

$$\text{гр. } 7 = \sum_{i=1}^n \frac{\text{ гр. } 4_i \cdot \text{ гр. } 7_i}{\sum_{i=1}^n \text{ гр. } 4_i};$$

$$\text{гр. } 8 = \sum_{i=1}^n \frac{\text{ гр. } 4_i \cdot \text{ гр. } 8_i}{\sum_{i=1}^n \text{ гр. } 4_i};$$

$$\text{гр. } 9 = \sum_{i=1}^n \frac{\text{ гр. } 4_i \cdot \text{ гр. } 9_i}{\sum_{i=1}^n \text{ гр. } 4_i}.$$

При превышении установленного лимита капиталовложений алгоритм выдает справку о величине превышения и значения показателей плана капиталовложений, ограниченного лимитом. Справка дается по тем же графам и рассчитывается таким образом:

$$\text{гр. } 4_{\text{спр}} = \frac{\text{ гр. } 10_{\text{спр}} + \left(\text{ гр. } 3_{\text{спр}} + \sum_{i=1}^n \Delta P_i \right) \text{ Ч}_1}{\text{ Ч}_2};$$

$$\text{гр. } 5_{\text{спр}} = \sum_1^i \text{ гр. } 5_i + \sum_{i+2}^n \left(\frac{\Delta P_{i+2}}{\text{ гр. } 3_{i+1} + \Delta P_{i+2}} \right) + \text{ гр. } 5_{i+1} \frac{L - \sum_1^i \text{ гр. } 11}{\text{ гр. } 11_{i+1}};$$

$$\text{гр. } 10_{\text{спр}} = \sum_{i=1}^n \text{гр. } 10 + \text{гр. } 10_{i+1} \frac{L - \sum_{i=1}^n \text{гр. } 1}{\text{гр. } 11_{i+1}};$$

гр. 3, 7–9 — равны данным в строке «всего»;

$i + 1$ — услуга, на которой кончается лимит капиталовложений (обеспечивается ими частично);

$i + 2$ — первая услуга, которая совсем не обеспечивается капиталовложениями;

i — последняя услуга, которая полностью обеспечивается капиталовложениями.

Работа алгоритма начинается с ввода в ЭВМ исходных данных по входным ф. 1, 3, 6, 7. Далее рассчитываются показатели абсолютной социальной эффективности капиталовложений $\mathcal{E}_i$ по каждому виду услуг. После сопоставления значений $\mathcal{E}_i$ они ранжируются по убыванию значений. В результате образуется ряд показателей с убывающими значениями $\mathcal{E}_i$. Полученный ряд разбивается на интервалы приоритетности по показателю абсолютной социальной эффективности капиталовложений. Принято деление показателей на интервалы с шагом 15, 30, 50 и 100%. Виды услуг, попавшие в один интервал приоритетности, считаются равноприоритетными. Чем больше шаг приоритета, тем больше видов услуг оказывается равноприоритетными по отношению друг к другу. При установке интервала приоритета с шагом 100% все виды услуг оказываются равноприоритетными с точки зрения социальной эффективности вложений. Шаг по интервалу приоритетности назначается в зависимости от величины установленного лимита вложений.

После распределения услуг по интервалам приоритетности алгоритмом осуществляется их ранжирование внутри каждого интервала. Обычно ранжирование услуг внутри интервала производится по удельным затратам ресурсов (гр. 7–9). Вид показателя внутренней ранжировки задает эксперт. Внутренняя ранжировка обеспечивает упорядочение услуг по возрастанию показателей удельных затрат ресурсов, т.е. по убыванию экономической эффективности от вложения в данный вид услуг.

На этом ранжировка заканчивается, и каждому виду услуг присваивается приоритет (гр. 5).

Далее алгоритм рассчитывает дефициты объемов услуг (гр. 10), потребность в капиталовложениях (гр. 1) по отдельным видам и в целом для данного региона. После этого потребная величина капиталовложений по видам услуг суммируется с накоплением до тех пор, по-

ка не будет исчерпан установленный лимит. При превышении лимита выдается справка о его величине.

В настоящее время создано пять модификаций алгоритма, которые отличаются друг от друга способами задания исходных данных и некоторыми дополнениями базового алгоритма.

Особую специфику имеет лишь алгоритм ALGR, обеспечивающий распределение капиталовложений по видам услуг для зон ($j = \bar{1}, n$), входящих в регион ($j = 0$). По содержанию этот алгоритм аналогичен ALG1, но отличается тем, что ф. 1 и 3 задаются для зон, по которым производится расчет, и в связи с этим получают выходные формы плана для данной конкретной зоны. Причем, если в исходной информации нет ф. 7 (или какого-нибудь ее столбца) для зоны, по которой рассматривается план, то необходимая информация берется из ф. 7 для региона в целом, т.е. для $j = 0$. Форма 7 для региона должна быть всегда.

Алгоритмы PLAN. Алгоритмы данного типа отличаются от вышеописанных тем, что вычисляют показатели социальной эффективности не по видам услуг, а по зонам рассматриваемого региона, т.е. обобщенные показатели $\Xi_{об}$. Алгоритм обеспечивает получение выходной формы (например, такой, как табл. 4.3.3). Форма состоит из двух частей. Первая часть содержит названия всех участвующих в расчете зон, вторая часть — продолжение первой. На каждом листе формы печатается ее заголовок «План распределения капитальных вложений в сфере бытовых услуг по регионам».

Слева от заголовка расположены:

год решения задачи;

лимит капиталовложений на расчетный год, тыс. руб.;

коды вариантов форм входной информации, участвующих в расчетах;

один вариант ф. 1 — на исходный год;

два варианта ф. 3 — на исходный и перспективный годы;

два варианта ф. 6 — на исходный и перспективный годы;

один вариант ф. 7 — на перспективный год;

номер графы, по которой производилась сортировка внутри интервала приоритета.

Справа от заголовка написаны:

название организации-разработчика;

номер листа (по порядку);

номер формы (часть формы);

шаг интервала гр. 5 (значение социальной эффективности, %), соответствующий шкале, по которой бытовые услуги формируются в группы с определенным приоритетом.

План распределения капиталовложений в сферу

Лимит капитальных вложений на _____ г.

44 253 тыс. руб.

Вариант 01020101 Сортировка по графе 20

№ п/п	Наименование региона	Уровень потребления бытовых услуг на одного жителя, руб.		Значение соци- альной эффек- тивности (приоритет ре- гиона), %
		на 2000 г.	на планируе- мый год	
1	2	3	4	5
1	Рыбинский	10,89	16,35	73,94
2	Абанский	7,79	19,38	76,67
3	Богучанский	8,25	19,42	81,88
	Итого	9,15	18,06	232,49
4	Идринский	23,46	27,06	55,23
5	Каратузский	9,48	21,85	58,72
6	Таймырский н.о.	25,26	29,80	55,82
7	Бирилюсовский	13,22	60,12	56,02
8	Шарыповский	8,80	14,80	60,12
9	Кежемский	10,48	15,08	55,68
10	Н. Ингашский	8,92	15,75	60,25
11	г. Лесосибирск	15,16	21,05	68,79
12	Мотыгинский	13,14	17,15	57,41
13	г. Угарский	22,53	27,50	62,22
	Итого	21,96	31,55	843,16
14	Сухобузимский	16,25	21,30	43,09
15	Балахтинский	18,39	27,93	48,87
16	Курагинский	16,00	27,35	50,75
17	Козульский	13,98	18,90	41,96
18	Боготольский	14,23	17,78	52,67
19	Майский	15,55	19,80	46,89
20	Новоселовский	14,00	17,75	44,86
21	Дзержинский	12,74	19,10	52,16
22	Ирбейский	13,43	19,41	43,41
23	Тасеевский	12,82	18,15	42,12
24	Емельяновский	10,47	17,86	50,61

Таблица 4.3.3

бытовых услуг по регионам на _____ год

НМЦ «Парус»

Номер листа _____

Форма 2 (первая часть)

Шаг интервала графы 5 — 15%

Фондоемкость по активной части ОПФ, руб./руб.		Норматив удельных капиталовложений, руб./руб.	Численность населения региона, тыс. чел.	Потребность в капиталовложениях, тыс. руб.	
фактическая	нормативная			по оптимальному плану	при равномерном распределении
6	7	8	9	10	11
0,15	0,15	0,91	76,50	624,60	969,27
0,16	0,17	0,86	36,30	353,23	459,93
0,22	0,19	0,89	60,40	713,21	765,28
0,17	0,17	0,89	173,20	1691,04	2194,47
0,13	0,13	0,78	24,50	164,37	310,42
0,17	0,14	0,80	16,30	123,09	206,52
0,15	0,14	0,86	56,90	487,75	720,93
0,15	0,14	0,90	21,90	133,99	277,48
0,18	0,17	0,92	16,20	68,23	295,26
0,16	0,16	0,94	14,00	52,34	177,38
0,21	0,18	0,95	72,60	434,00	919,85
0,19	0,17	0,96	91,70	876,26	1161,85
0,19	0,18	0,94	28,40	131,37	359,83
0,16	0,15	0,99	17,90	102,05	226,80
0,14	0,13	0,77	591,05	6184,56	7488,67
0,12	0,13	0,81	21,30	50,80	269,87
0,15	0,14	0,81	26,50	172,59	335,76
0,16	0,15	0,79	47,95	328,18	607,53
0,16	0,15	0,81	22,50	78,75	285,08
0,14	0,14	0,87	54,90	264,35	695,59
0,17	0,16	0,82	20,10	45,97	254,67
0,14	0,14	0,87	15,90	32,18	201,46
0,15	0,15	0,86	19,20	67,64	243,27
0,23	0,21	0,85	19,10	49,41	242,00
0,21	0,19	0,87	18,75	70,05	237,57
0,24	0,22	0,831	67,20	315,64	851,43

№ п/п	Наименование региона	Уровень потребления бытовых услуг на одного жителя, руб.		Значение соци- альной эффек- тивности (приоритет ре- гиона), %
		на 2000 г.	на планируе- мый год	
1	2	3	4	5
25	г. Древнехолмск	26,53	29,22	42,07
	Итого	22,77	28,79	805,77
26	Ермаковский	23,76	26,98	36,40
27	Ужурский	22,89	24,55	38,16
28	Казачинский	16,88	20,48	33,42
29	Саянский	19,22	24,60	39,86
30	Б. Муртинский	20,55	26,39	30,50
31	Б. Улуйский	23,48	30,65	32,65
32	г. Красногорск	25,07	28,50	33,82
33	Партизанский	14,07	17,28	34,87
34	Пировский	18,08	21,70	34,79
35	Иланский	17,61	21,80	38,93
36	г. Нореевск	40,04	43,25	27,23
	Итого	26,86	30,18	442,34
37	Краснотуранский	29,56	28,78	21,29
	Итого	29,56	28,78	21,29
	Всего по региону	23,73	26,00	2345,04

	Наименование региона	Производительность труда, тыс. руб./год		Потребное число рабочих	
		фактическая	нормативная	фактическое	нормативное
12	13	14	15	16	17
1	Рыбинский	1,51	4,21	364,00	297,00
2	Абанский	1,55	4,39	182,00	160,00
3	Богучанский	2,00	4,23	179,00	277,00
	Итого	1,64	4,26	725,00	734,00
4	Идринский	2,36	4,66	184,00	142,00
5	Каратузский	2,16	4,88	86,00	73,00
6	Таймырский н.о.	3,83	4,73	284,00	359,00
7	Бирилюсовский	2,37	4,00	106,00	102,00
8	Шарыповский	1,34	4,05	117,00	59,00
9	Кежемский	1,41	3,94	104,00	54,00

Продолжение табл. 4.3.3. Форма 2 (первая часть)

Фондоёмкость по активной части ОПФ, руб./руб.		Норматив удельных капиталовложений, руб./руб.	Численность населения региона, тыс. чел.	Потребность в капиталовложениях, тыс. руб.	
фактическая	нормативная			по оптимальному плану	при равномерном распределении
6	7	8	9	10	11
0,20	0,17	0,95	37,90	173,33	480,20
0,15	0,15	0,791	1377,80	8794,05	17456,90
0,10	0,11	0,72	19,00	16,20	240,00
0,13	0,12	0,80	42,90	37,25	543,55
0,17	0,17	0,79	14,50	16,05	183,72
0,17	0,16	0,83	13,90	31,69	176,12
0,15	0,15	0,84	23,10	46,59	292,68
0,18	0,17	0,84	10,70	21,15	135,57
0,18	0,17	0,82	890,90	4140,13	11287,84
0,19	0,18	0,88	14,50	17,26	183,72
0,23	0,21	0,85	10,50	10,42	133,04
0,18	0,17	0,88	35,30	82,19	447,26
0,19	0,16	0,87	193,00	178,37	2445,34
0,18	0,16	0,83	1336,30	4823,32	16931,11
0,15	0,14	0,69	14,35	2,05	181,82
0,15	0,14	0,69	14,35	2,05	181,82
0,16	0,15	0,81	3492,70	21494,99	44252,94

Продолжение табл. 4.3.3. Форма 2 (вторая часть)

Общий потребный объем услуг, тыс. руб.	Прирост объема услуг, тыс. руб.	$K_{\text{общ}}$	$K_{\text{нф}}$
18	19	20	21
1250,77	700,83	1,12	0,51
703,49	422,27	1,14	0,56
1172,97	814,09	1,17	0,54
3127,23	1937,19	1,14	0,53
662,97	228,96	0,92	0,39
356,15	170,35	0,96	0,43
1695,61	606,91	1,09	0,50
406,46	155,28	1,12	0,50
239,76	83,12	1,16	0,53
211,12	64,40	1,18	0,53

	Наименование региона	Производительность труда, тыс. руб./год		Потребное число рабочих	
		фактическая	нормативная	фактическое	нормативное
12	13	14	15	16	17
10	Н. Ингашский	2,26	4,04	288,00	283,00
11	г. Лесосибирск	2,33	4,23	417,00	456,00
12	Мотыгинский	1,66	4,14	202,00	118,00
13	г. Угарский	2,46	4,25	151,00	116,00
	Итого	3,32	4,72	2986,00	3948,00
14	Сухобузимский	2,71	3,88	139,00	117,00
15	Балахтинский	3,11	4,50	161,00	165,00
16	Курагинский	2,94	4,71	292,00	278,00
17	Козульский	3,13	4,35	101,00	98,00
18	Боготольский	2,16	4,41	305,00	222,00
19	Майский	2,50	4,36	133,00	91,00
20	Новоселовский	2,13	4,13	36951,00	68,00
21	Дзержинский	2,12	437,00	131,00	84,00
22	Ирбейский	2,32	4,26	130,00	87,00
23	Тасеевский	1,60	4,10	156,00	83,00
24	Емельяновский	2,87	4,10	275,00	293,00
25	г. Древнехолмск	3,72	4,32	246,00	256,00
	Итого	3,88	4,88	7080,00	8134,00
26	Ермаковский	3,86	5,52	139,00	93,00
27	Ужурский	3,56	4,21	284,00	250,00
28	Казачинский	2,72	4,60	101,00	65,00
29	Саянский	2,13	4,24	142,00	81,00
30	Б. Муртинский	3,23	4,38	162,00	139,00
31	Б. Улуйский	2,59	4,18	116,00	78,00
32	г. Красногорск	2,80	4,55	6834,00	5581,00
33	Партизанский	1,95	4,45	113,00	56,00
34	Пировский	2,18	4,06	102,00	56,00
35	Иланский	2,61	4,29	250,00	179,00
36	г. Нореевск	4,40	4,71	1827,00	1771,00
	Итого	3,10	4,56	10,68	8848,00
37	Краснотуранский	4,20	4,99	119,00	83,00
	Итого	3,47	4,99	119,00	83,00
	Всего по региону	3,34	4,70	21584,00	21747,00

Окончание табл. 4.3.3. Форма 2 (вторая часть)

Общий потребный объем услуг, тыс. руб.	Прирост объема услуг, тыс. руб.	$K_{\text{общ}}$	$K_{\text{пф}}$
18	19	20	21
1143,45	493,18	1,19	0,57
1930,28	957,01	1,20	0,56
487,06	153,30	1,20	0,55
492,25	120,50	1,27	0,60
18646,59	8738,63	0,93	0,41
453,69	76,69	0,96	0,40
740,14	239,94	0,98	0,43
1311,13	453,83	1,00	0,46
425,25	109,30	1,03	0,47
976,12	315,85	1,04	0,47
397,98	65,21	1,04	0,47
282,22	44,22	1,05	0,46
366,72	88,99	1,11	0,52
370,73	68,55	1,13	0,52
340,31	90,32	1,13	0,52
1200,19	411,88	1,14	0,54
1107,43	192,15	1,19	0,57
39672,81	12188,13	0,98	0,45
512,62	-24,36	0,82	0,35
1053,19	41,46	0,97	0,42
296,96	21,82	0,98	0,44
341,94	40,19	1,04	0,46
609,61	85,58	1,05	0,47
327,95	27,41	1,11	0,51
25390,58	6262,20	1,11	0,55
250,56	29,66	1,13	0,52
227,85	5,47	1,14	0,52
769,54	117,97	1,16	0,54
8347,23	307,21	1,22	0,63
40325,41	7243,01	1,12	0,56
412,99	-86,57	0,83	0,35
412,99	0,00	0,83	0,35
102184,75	30106,95	1,03	0,49

Головка таблицы выходной формы соответствует указанной в табл. 4.3.3:

гр. 20 — $K_{\text{общ}}$ (общие затраты фондов на 1 руб. объема реализации услуг);

гр. 21 — $K_{\text{пф}}$ (затраты ОПФ и ОС на 1 руб. объема реализации услуг).

Дополним систему условных обозначений:

i_k — множество индексов, вошедших в интервал k , $k = 1, 2, \dots, k^1$;

j — индекс зоны, которая последней полностью удовлетворяется капиталовложениями;

$j+1$ — индекс зоны, которая частично удовлетворяется капиталовложениями;

$j+2$ — индекс зоны, которая совсем не обеспечивается капиталовложениями;

n_1 — число видов услуг, вошедших в рассмотрение, при значениях в гр. 4 $\neq 0$;

L_j — потребность в капиталовложениях j -й зоны;

$C_{\text{орг}ij}$ — прирост производительности труда вследствие организационно-технических мероприятий по i -й услуге в j -й зоне;

Ч_p — число работающих;

$V_{ij}(\text{И})$ — объем реализации исходного года по i -й услуге в j -й зоне;

ΔP_{ij} — дефицит потребления услуг на одного жителя, покрываемый путем организационных мероприятий, по i -й услуге в j -й зоне.

Опишем расчет граф машинной ведомости выходной формы базового алгоритма PLAN, для упрощения обозначений будем опускать индекс j , но считать, что каждый символ его имеет:

гр. 3 = $V_i(\text{И})/\text{Ч}_1$;

гр. 4 — данные берутся из формы 3 по плановому году;

$$\text{гр. 5} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{гр. 4}_i - (\text{гр. 3}_i + \Delta P_i) \text{Ч}_1 / \text{Ч}_2}{\text{гр. 3}_i} 100 / n_1;$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{ij} = & \text{Ч}_{pi}(\Phi.1) \left[\frac{[\text{гр. 22}_i(\Phi.7) - \text{гр. 21}_i(\Phi.7)] \cdot \text{ОПФ}_i(\Phi.1) \cdot 1000}{\text{Ч}_{pi}(\Phi.1) \cdot \text{гр. 22}_i(\Phi.7) \cdot \text{гр. 23}_i(\Phi.7)} + \right. \\ & + \frac{C_{\text{орг}i} V_i}{\text{Ч}_{pi}(\Phi.1)} / 100 \left. \right] / (\text{Ч}_1(\Phi.6) \cdot 1000) = \left[C_{\text{орг}i}(\Phi.7) \frac{V_i}{100} + \right. \\ & + \text{ОПФ}_i(\Phi.1) \left(\frac{1}{\text{гр. 21}_i(\Phi.7)} - \frac{1}{\text{гр. 22}_i(\Phi.7)} \right) \left. \right] / \text{Ч}_1(\Phi.6); \end{aligned}$$

$$\text{гр. 6} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\Phi.3_i(\text{И}) \cdot \text{гр. 22}_i(\Phi.7)}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{И})} \right];$$

$$\text{гр. 7} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi.3_i(\text{П}) \cdot \text{гр. 21}_i(\Phi.7)}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})}}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})};$$

$$\text{гр. 8} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi.3_i(\text{П}) \cdot \text{гр. 1}_i(\Phi.7)}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})}}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})};$$

гр. 9 — численность ф. 6(П);

$$\text{гр. 10} = \left[\sum_{i=1}^n \text{гр. 4}_i \cdot \text{Ч}_2 - \sum_{i=1}^n (\text{гр. 3}_i + \Delta P_i) \cdot \text{Ч}_1 \right] \text{гр. 8}_i;$$

$$\text{гр. 11} = \frac{L \cdot \text{гр. 9}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 9}_j} \cdot \text{гр. 9}_j(\text{П});$$

$$\text{гр. 14} = \frac{\Phi.3(\text{И}) \cdot \Phi.6(\text{И})}{\text{гр. 16}};$$

$$\text{гр. 15} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi.3_i(\text{П}) \cdot \text{гр. 24}_i(\Phi.7)}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})}}{\sum_{i=1}^n \Phi.3_i(\text{П})};$$

гр. 16 — берется из ф.1 или ф.4;

$$\text{гр. 17} = \frac{\text{гр. 4} \cdot \text{гр. 9}}{\text{гр. 15}};$$

$$\text{гр. 18} = \text{гр. 4} \cdot \text{гр. 9};$$

$$\text{гр. 19} = \text{гр. 18} - \text{гр. 3} \cdot \text{Ч}_1;$$

$$\text{гр. 20} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi.3(\text{П}) [\text{гр. 19}_i(\Phi.7) + \text{гр. 20}_i(\Phi.7) + \text{гр. 21}_i(\Phi.7)]}{\sum_{i=1}^n \Phi.3(\text{П})}}{\sum_{i=1}^n \Phi.3(\text{П})};$$

$$\text{гр. 21} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi.3(\text{П}) [\text{гр. 20}_i(\Phi.7) + \text{гр. 21}_i(\Phi.7)]}{\sum_{i=1}^n \Phi.3(\text{П})}}{\sum_{i=1}^n \Phi.3(\text{П})}.$$

Общие итоги и итоги по интервалам находятся так. Итог по гр. 5, 9, 10, 11, 16, 17, 18 вычисляется суммированием соответствующих граф. Для гр. 19 это справедливо при $j = 0$.

Далее:

$$\text{гр. 3} = \frac{\sum_{j=1}^M (\text{гр. 18}_j - \text{гр. 19}_j)}{\sum_{j=1}^M \text{ч}_{1j}};$$

$$\text{гр. 4} = \frac{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{ч}_{2j}}.$$

Для расчета гр. 3 и 4 по интервалам из ф. 6 берется суммарная численность населения зон, вошедших в интервал:

$$\text{гр. 6} = \frac{\sum_{j=1}^M \text{гр. 6}_j (\text{гр. 18}_j - \text{гр. 19}_j)}{\sum_{j=1}^M \text{ч}_{1j}};$$

$$\text{гр. 7} = \sum_{j=1}^M \frac{\text{гр. 7}_j \cdot \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j};$$

$$\text{гр. 8} = \sum_{j=1}^M \frac{\text{гр. 8}_j \cdot \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j};$$

$$\text{гр. 14} = \frac{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j - \sum_{j=1}^M \text{гр. 19}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 16}_j} \quad \text{при } \text{гр. 19}_j \geq 0;$$

$$\text{гр. 15} = \frac{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 17}_j};$$

$$\text{гр. 20} = \sum_{j=1}^M \frac{\text{гр. 20}_j \cdot \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j};$$

$$\text{гр. 21} = \sum_{j=1}^M \frac{\text{гр. 21}_j \cdot \text{гр. 18}_j}{\sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j}.$$

Для итогов по интегралам берется численность населения по региону в целом.

Общий итог:

$$\text{гр. 18} = \sum_{j=1}^M \text{гр. 18}_j; \text{ гр. 19} = \sum_{j=1}^M \text{гр. 19}_j.$$

Рассмотрим модификации алгоритмов PLAN.

PLAN 0 — расчет гр. 10 выходной ф. 1 (потребность в капиталовложениях по оптимальному плану для j -й зоны осуществляется по формуле, используемой в задаче «Распределение капиталовложений по видам услуг»);

PLAN 1 — предусматривается наличие ф. 7 для каждой зоны. Если такая форма или какая-либо из ее граф отсутствует, то недостающая информация может быть взята из сводной ф. 7;

PLAN 2 — в отличие от базового алгоритма, показатель «Объем потребления бытовых услуг на душу» на исходный год задается по ф. 3, а не рассчитывается;

PLAN 3 — в этом варианте расчет гр. 10 выходной формы осуществляется по формуле

$$\begin{aligned} \text{гр.10}_{ij} = & \sum_{i=1,j}^M [(\text{ф.3})_{ij}(\Pi) \cdot \text{Ч}_2 - \text{гр.1}(\text{ф.1})_{ij} - \Delta P_{ij} \cdot \text{Ч}_1] [\text{гр.2}(\text{ф.7})_{ij} \times \\ & \times \text{гр.4}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.7}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.11}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.13}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.12}(\text{ф.7})_{ij} \times \\ & \times \text{гр.16}(\text{ф.7})_{ij}] + [\text{гр.3}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.5}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.7}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.11}(\text{ф.7})_{ij} \times \\ & \times \text{гр.14}(\text{ф.7})_{ij} + \text{гр.9}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.12}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.17}(\text{ф.7})_{ij} + \\ & + (1 - \text{гр.2}(\text{ф.7})_{ij} - \text{гр.3}(\text{ф.7})_{ij}) (\text{гр.6}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.7}(\text{ф.7})_{ij} \times \\ & \times \text{гр.11}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.15}(\text{ф.7})_{ij}) + \text{гр.10}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.12}(\text{ф.7})_{ij} \text{ гр.18}(\text{ф.7})_{ij}]. \end{aligned}$$

В PLAN 3 изменяется также расчет гр. 8 выходной ф.1:

$$\text{гр. 8} = \frac{\text{гр. 10}_{ij}}{\text{гр. 21}_{ij} - \text{гр. 19}_{ij}}.$$

Данная модификация предусматривает введение дополнительных граф выходной ф. 1:

гр. 19 — прирост объема услуг вследствие оргтехмероприятий без затрат капиталовложений, тыс. руб.

$$\text{гр. 19} = \Delta P_j \cdot Ч_2, j = 1, \dots, M;$$

гр. 20 — прирост объема услуг на душу вследствие оргтехмероприятий без затрат капиталовложений, тыс. руб.

$$\text{гр. 20} = \Delta P_j, j = 1, \dots, M.$$

В связи с тем что в выходную ф. 1 введены дополнительные графы, в данном варианте головка выходной формы (лист 2) изменена;

гр. 19 — прирост объема услуг вследствие оргтехмероприятий без затрат капиталовложений, тыс. руб.;

гр. 20 — прирост объема услуг на душу вследствие оргтехмероприятий без затрат капиталовложений, тыс. руб.;

гр. 21 — общий прирост объема услуг, тыс. руб.;

гр. 22 и 23 — бывшие гр. 19 и 20.

Работа алгоритмов PLAN аналогична работе алгоритмов ALG, рассмотренной ранее.

4.3.2. Обследование территории и сбор исходной информации

Территория обследуется для сбора исходной информации, необходимой для разработки оптимального проекта плана распределения капиталовложений между видами бытовых услуг и административными районами данной территории (республики, края, области). Проиллюстрируем работу по обследованию и сбору информации на условном примере.

Работа проводится в соответствии с техническим заданием. Полученная в процессе обследования информация систематизируется во входных формах. Проведем обследование на условном регионе, состоящем из районов и городов территориального подчинения.

Форма 1 (табл. 4.3.4) — уровень потребления фондов. Она составлена по всем районам и городам территории по 20 основным видам бытовых услуг. Реквизиты данной формы — объем реализации, оборотные средства и фонд заработной платы получены по данным

статистических отчетов. Данные по основным фондам и капиталовложениям запрашивают в администрации или получают опросным путем. Площадь определена по каждому району на данный период. Форма 1 содержит сводное значение всех показателей.

Форма 3 — уровень потребления услуг на душу населения, составлена по всем районам и городам по 20 видам бытовых услуг. Она составляется на основе прогноза потребления бытовых услуг населением на последний год планируемого периода.

Форма 4 — уровень себестоимости и численность работающих по видам услуг. Форма также составляется по всем районам территории. Каждая цифра формы (реквизит) вычисляется как сумма информации по районному комбинату бытовых услуг и филиалу (цеху) производственного объединения, выполняющего данный вид работ в этом районе. Информация этой формы также содержится в выходной машинной ведомости.

Форма 5 (табл. 4.3.5) — планируемый объем бытовых услуг составляется по 20 видам бытовых услуг на последний год планируемого периода. Для составления формы используются прогнозные данные по суммарному объему бытовых услуг и по отдельным видам в целом по территории.

Форма 6 — численность жителей, заполняемая в администрации (облплане). Данная форма представляет перспективные показатели численности жителей территории по районам и городам.

Форма 7 (табл. 4.3.6) — свод условно-постоянной информации для расчета потребности в капиталовложениях по видам услуг, используемой при распределении капиталовложений. Содержание данной формы получено расчетным путем.

В данной форме приняты следующие обозначения:

$k_{уд}$ (гр. 1) — средние удельные капиталовложения по i -му виду услуг;

D_1 (гр. 2) — доля дефицита производства услуг, реализуемая путем строительства новых предприятий;

D_2 (гр. 3) — доля дефицита производства услуг, реализуемая путем реконструкции действующих предприятий;

k_{11} (гр. 4) — норматив удельных капиталовложений на новое строительство (строймонтаж);

k_{12} (гр. 5) — норматив удельных капиталовложений на реконструкцию существующих предприятий (строймонтаж);

k_{13} (гр. 6) — норматив удельных капиталовложений на техническое перевооружение предприятий (строймонтаж);

k_1 (гр. 7) — поправочный коэффициент стоимости строительно-монтажных работ для определенного территориального пояса;

Уровень потребления

0003214 (шифр программы)

2001_____ (год и вариант решения)

Код	Отраслевая группа услуг	Объем реализа- ции, тыс. руб.	Основные производст- венные фонды, тыс. руб.			Обо- ротные средст- ва, тыс. руб.
			Все- го	В том числе		
				актив- ная часть	стои- мость зданий	
1	В целом по отрасли	72356,0	0,0	20078,0	0,0	0,0
2	Ремонт обуви	2261,0	0,0	355,0	0,0	0,0
3	Пошив обуви	9524,0	0,0	1497,0	0,0	0,0
4	Ремонт одежды	2142,0	0,0	1090,0	0,0	0,0
5	Пошив одежды	20343,0	0,0	10356,0	0,0	0,0
6	Ремонт трикотажных изделий	126,0	0,0	34,0	0,0	0,0
7	Пошив трикотажных изделий	2264,0	0,0	606,0	0,0	0,0
8	Ремонт бытовых машин	3451,0	0,0	1129,0	0,0	0,0
10	Ремонт РТА	37410,0	0,0	922,0	0,0	0,0
15	Ремонт транспортных средств	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
19	Ремонт мебели	700,0	0,0	292,0	0,0	0,0
20	Изготовление мебели	1252,0	0,0	521,0	0,0	0,0
21	Химчистка и крашение	1800,0	0,0	700,0	0,0	0,0
22	Услуги прачечных	599,0	0,0	234,0	0,0	0,0
24	Ремонт и строительство жи- лищ	875,0	0,0	1503,0	0,0	0,0
26	Услуги фотографий и фотоки- нолабораторий	5264,0	0,0	839,0	0,0	0,0
27	Услуги бань и душей	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	Услуги парикмахерских	8450,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	Прокат	1328,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	Транспортные услуги	15,0	0,0	0,0	0,0	0,0
31	Сельскохозяйственные услуги	1895,0	0,0	0,0	0,0	0,0
32	Ритуальные услуги	2413,0	0,0	0,0	0,0	0,0
33	Прочие виды услуг	3913,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	Ито го (контроль)	72356,0	0,0	20078,0	0,0	0,0

Форма 1

Контрольный пример 1104

Наименование региона

Фонд заработ- ной пла- ты, тыс. руб.	Капиталовложе- ния, тыс. руб.		Общая площадь, м ²				Себе- стои- мость услуг, тыс. руб.	Число ра- ботающих
	Всего	В том чис- ле на обору- дование	Всего	В том числе				
				произ- водст- венная	прием- ных са- лонов	общая аренд- ная		
51763,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	78399,0	25780,0
1494,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2387,0	737,0
3078,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8536,0	1485,0
2080,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2785,0	943,0
22106,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	26250,0	12202,0
1290,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	148,0	69,0
1516,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2213,0	801,0
3210,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3523,0	1013,0
1188,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3380,0	823,0
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
394,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	858,0	162,0
983,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1651,0	457,0
1168,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2119,0	549,0
215,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	549,0	98,0
981,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1266,0	382,0
2745,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4873,0	1297,0
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6437,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8763,0	3137,0
293,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	967,0	161,0
17,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	15,0	9,0
162,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	37,0	64,0
956,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2066,0	574,0
2611,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6013,0	817,0
51763,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	78399,0	25780,0

Таблица 4.3.5

Объем бытовых услуг на планируемый год

Форма 5

Контрольный пример

Наименование республики, края, области

Наименование района (города)

Код	Вид услуг	Всего	Город	Село
00	Всего	105600	75230	30370
01	Ремонт обуви	3700	3300	400
02	Пошив обуви	11560	5560	6000
03	Ремонт одежды	3250	2850	400
04	Пошив одежды	29400	20720	8680
05	Ремонт бытовых машин	10500	9000	1500
06	Ремонт РТА	5300	4580	720
07	Ремонт мебели	1670	920	750
08	Изготовление мебели	1700	380	1320
09	Химчистка и крашение	3800	3420	380
10	Услуги прачечных	1200	1082	118
11	Пошив трикотажных изделий	3000	2100	900
12	Ремонт трикотажных изделий	240	218	22
13	Ремонт и строительство жилищ	2000	1400	600
14	Услуги фотографий и фотокинолабораторий	7500	5950	1550
15	Услуги парикмахерских	11000	10200	800
16	Прокат	2700	2600	100
17	Транспортные услуги	150	40	110
18	Сельскохозяйственные услуги	2680	—	2680
19	Ритуальные услуги	2950	2150	800
20	Прочие виды услуг	6000	3340	3260

k_{21} (гр. 8) — норматив удельных капиталовложений на оборудование (основные фонды) для нового строительства;

k_{22} (гр. 9) — норматив удельных капиталовложений на реконструкцию предприятий (приобретение оборудования);

k_{23} (гр. 10) — норматив удельных капиталовложений на техническое перевооружение предприятий (приобретения оборудования);

k_2 (гр. 11) — поправочный коэффициент на стоимость строительно-монтажных работ для определенного климатического пояса;

k_3 (гр. 12) — поправочный коэффициент на стоимость оборудования по территориальным зонам;

a (гр. 13–18) — дополнительные коэффициенты;

$k_{фзп}$ (гр. 19) — норматив затрат ФЗП на 1 руб. объема реализации услуг;

$k_{ос}$ (гр. 20) — норматив затрат оборотных средств на 1 руб. объема реализации услуг;

$k_{н. опф}$ (гр. 21) — норматив затрат активной части ОПФ на 1 руб. объема реализации услуг;

$k_{ф. опф}$ (гр. 22) — фактический уровень затрат активной части ОПФ на 1 руб. объема реализации услуг;

$C_{орг}$ (гр. 23) — прирост производительности труда из-за организационно-технических предприятий;

производительность труда (графа 24) — планируемая производительность труда на плановый период.

Форма 8 — расчет лимита капиталовложений. Получена путем анализа и прогнозирования капиталовложений на бытовое обслуживание в рассматриваемой территории (табл. 4.3.7).

Анализ таблицы показывает, что темпы роста капиталовложений за 7 лет изменялись в широких пределах от 1 до 39% в год. Вместе с тем за 1998–2000 г. темпы роста значительно стабилизировались и составили 2–5% в год.

Лимиты капиталовложений рассматриваются с учетом стабилизации темпов их роста по четырем вариантам темпа роста: 3, 4, 5 и 6%. В качестве расчетных лимитов капиталовложений для данного примера на 2005 г. берутся итоговые значения лимита из ф. 8 на 2005 г. (табл. 4.3.8).

Структура капиталовложений, которая использовалась при расчете потребных их величин, бралась в соответствии с фактически существующей структурой капиталовложений и ее динамикой (табл. 4.3.9).

Условно-постоянная информация для расчета потребности

Код	Вид услуг	$k_{уд}$	D_1	D_2	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_1	k_{21}
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	Всего	—	—	—	—	—	—	—	—
1	Ремонт обуви	0,54	0,2	0,4	0,53	0,39	0,05	1,19	0,23
2	Пошив обуви	0,54	0,2	0,4	0,53	0,39	0,05	1,19	0,23
3	Ремонт одежды	1,23	0,2	0,4	0,69	0,51	0,05	1,19	0,25
4	Пошив одежды	1,23	0,2	0,4	0,69	0,51	0,05	1,19	0,25
5	Ремонт бытовых машин	0,82	0,2	0,4	0,82	0,61	0,077	1,19	0,35
6	Ремонт РТА	0,75	0,2	0,4	0,72	0,52	0,07	1,19	0,35
7	Ремонт мебели	0,72	0,2	0,4	0,86	0,65	0,05	1,19	0,25
8	Изготовление мебели	0,72	0,2	0,4	0,86	0,65	0,05	1,19	0,25
9	Химчистка и крашение	1,07	0,2	0,4	0,90	0,65	0,11	1,19	0,56
10	Услуги прачечных	1,05	0,2	0,4	0,83	0,54	0,12	1,19	0,59
11	Пошив трикотажных изделий	0,6	0,2	0,4	0,62	0,45	0,05	1,19	0,27
12	Ремонт трикотажных изделий	0,6	0,2	0,4	0,62	0,45	0,05	1,19	0,27
13	Ремонт и строительство жилищ	0,7	0,2	0,4	0,78	0,60	0,05	1,19	0,25
14	Услуги фотографий и фотокинолабораторий	0,6	0,2	0,4	0,68	0,51	0,04	1,19	0,22
15	Услуги парикмахерских	0,63	0,2	0,4	0,84	0,63	0,04	1,19	0,22
16	Прокат	0,91	0,2	0,4	1,24	0,97	0,04	1,19	0,22
17	Транспортные услуги	0,6	0,2	0,4	0,68	0,51	0,04	1,19	0,22
18	Сельскохозяйственные услуги	0,6	0,2	0,4	0,68	0,51	0,04	1,19	0,22
19	Ритуальные услуги	0,6	0,2	0,4	0,68	0,51	0,04	1,19	0,22
20	Прочие услуги	0,6	0,2	0,4	0,68	0,51	0,04	1,19	0,22

* Показатели a_{12} , a_{13} , a_{21} , a_{22} , a_{23} аналогичны показателю a_{11} и расположены в гр. 13–18.

Таблица 4.3.6

в капиталовложениях по видам услуг на 2005 г.

Форма 7

k_{22}	k_{23}	k_2	k_3	a_{11}^*	$k_{фзп}$	$k_{ос}$	$k_{п. опф}$	$k_{ф. опф}$	$C_{орг}$	Производительность труда
9	10	11	12	13	19	20	21	22	23	24
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,23	0,23	1,08	1,05	1,0	0,29	0,06	0,06	0,06	5,0	5055
0,23	0,23	1,08	1,05	1,0	0,29	0,16	0,06	0,06	5,0	7567
0,25	0,25	1,08	1,05	1,0	0,88	0,50	0,16	0,16	4,0	3218
0,25	0,25	1,08	1,05	1,0	0,80	0,50	0,16	0,16	4,0	3543
0,35	0,35	1,08	1,05	1,0	0,60	0,35	0,25	0,30	7,0	5695
0,35	0,35	1,08	1,05	1,0	0,49	0,50	0,29	0,48	9,0	7870
0,25	0,25	1,08	1,05	1,0	0,69	0,16	0,44	0,45	2,0	2700
0,25	0,25	1,08	1,05	1,0	0,69	0,16	0,44	0,45	2,0	2700
0,56	0,56	1,08	1,05	1,0	0,50	0,18	0,40	0,50	4,0	5460
0,59	0,59	1,08	1,05	1,0	0,50	0,18	0,16	0,50	3,0	2500
0,27	0,27	1,08	1,05	1,0	0,55	0,30	0,16	0,18	2,0	2974
0,27	0,27	1,08	1,05	1,0	0,55	0,30	0,16	0,18	2,0	2647
0,25	0,25	1,08	1,05	1,0	0,60	0,49	0,29	0,29	11,0	1500
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,39	0,18	0,15	0,15	5,0	7258
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,54	0,10	0,09	0,09	2,0	4000
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,22	4,26	0,01	0,01	6,0	3500
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,40	0,10	0,20	0,20	3,0	3500
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,40	0,05	0,05	0,05	3,0	3000
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,40	0,15	0,05	0,05	2,0	3000
0,22	0,22	1,08	1,05	1,0	0,50	0,20	0,10	0,10	3,0	3000

Таблица 4.3.7

Темпы изменений капиталовложений (контрольный пример)

Год	Капиталовложе- ния, тыс. руб.	Прирост капиталов- ложений, тыс. руб.	Темпы изменения капита- ловложений, число раз
1993	2725	—	—
1994	2755	30	1,01
1995	3839	1084	1,39
1997	4299	450	1,11
1998	4493	194	1,04
1999	4658	165	1,04
2000	4832	74	1,02

Таблица 4.3.8

Расчет лимита капиталовложений (контрольный пример)

Показатель	Темпы роста, %	2005 г.
Итоговое значение лимита на планируемые периоды, тыс. руб.	3	44 253
	4	46 297
	5	48 448
	6	53 230

Таблица 4.3.9

Динамика фактической структуры капиталовложений (доли от единицы)

Показатель	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2005 г. (рекомендуемая)
Реконструкция действующих предприятий	0,08	0,05	0,08	0,07	0,12
Техническое перевооружение действующих предприятий	0,02	0,04	0,65	0,37	0,4
Строительство новых предприятий	0,77	0,78	0,67	0,44	0,37
Расширение действующих предприятий	0,07	0,07	0,16	0,09	0,08
Поддержание действующих мощностей	0,06	0,06	0,03	0,03	0,03

4.3.3. Анализ решения задачи оптимального распределения капиталовложений

Варианты решений. В расчетах рассматриваются варианты решений, отличающиеся друг от друга величинами лимита капиталовложений, значением интервала приоритета объекта по показателю социальной эффективности, видом показателя экономической эффективности. По величинам лимита капиталовложений было рассчитано четыре варианта решений (табл. 4.3.10).

Лимиты рассчитываются согласно табл. 4.3.7, 4.3.8 и ф. 8 в соответствии с выражением

$$L = L_{\text{общ}} k_{\text{пдм}} k_p,$$

где L — лимит, подлежащий распределению;

$L_{\text{общ}}$ — общий лимит вложений в бытовое обслуживание;

$k_{\text{пдм}}$ — коэффициент, учитывающий затраты лимита на поддержку действующих мощностей, принятый для данной территории равным 0,97;

k_p — коэффициент, учитывающий резерв капиталовложений, распределяемый вне оптимального плана.

Для каждого лимита капиталовложений рассматриваются четыре варианта значений интервала приоритета объектов по показателю социальной эффективности — 15; 30; 50, и 100%.

Таблица 4.3.10

Лимиты капиталовложений (контрольный пример)

Форма 8

Код варианта по лимиту капиталовложений	Лимит по годам, тыс. руб.
	2005
1	44 253
2	46 297
3	48 448
4	53 230

Варианты обозначены индексами 1, 2, 3, 4.

При распределении капиталовложений рассматриваются два типа задач: распределение вложений между видами услуг (код задачи 1) и между административными районами или городами (код задачи 2).

Таким образом, всего анализируются 4 вида лимитов, 5 видов интервалов приоритета для двух типов задач. Каждый вариант имеет трехзначный код: код задачи, код лимита, код интервала. Например, вариант расчета 123 означает, что рассматривается распределение капиталовложений между видами услуг, для лимита капиталовложений до 2005 г., равного 46 297 тыс. руб., с интервалом приоритета объектов по показателю социальной эффективности 50%.

Анализ решения задачи 1 показывает, что по некоторым видам бытовых услуг перспективные объемы их потребления на душу мало отличаются от базовых, а по некоторым видам услуг даже меньше базовых. В табл. 4.3.11 приведены прогнозируемые показатели потребления услуг на одного жителя, полученные по прогнозу (ф. 5), путем экспертного анализа (ф. 3) и принятые для окончательных расчетов. В связи с имеющимся расхождением в уровнях потребления услуг на душу по различным источникам целесообразно проекты планов рассчитывать по всем исходным данным и лишь потом выбирать оптимальный вариант. Это значительно упрощает выбор лучшего варианта и ускоряет принятие плана.

Таблица 4.3.11

**Сравнительная характеристика потребления услуг на душу населения
по различным исходным данным**

Код	Вид услуг	Исходный год	По ф. 5	По ф. 3	Принятое значение	По ф. 5	По ф. 3	Принятое значение
			2005 г.	2005 г.	2005 г.	2010 г.	2010 г.	2010 г.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Ремонт обуви	0,70	1,1	0,85	1,10	1,4	1,10	1,80
2	Пошив обуви	2,70	3,3	4,97	4,97	3,6	5,29	5,29
3	Ремонт одежды	0,66	0,9	0,80	0,90	1,1	1,12	1,30
4	Пошив одежды	6,25	8,4	6,98	8,40	9,8	8,32	9,80
5	Ремонт бытовых машин	0,99	3,0	2,31	3,0	3,8	2,75	3,80
6	Ремонт РТА	1,05	1,5	—	1,50	2,1	0,94	2,10
7	Ремонт мебели	0,39	0,5	0,53	0,53	0,5	0,66	0,66

Окончание табл. 4.3.11

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	Изготовление мебели	0,36	0,5	0,55	0,55	0,5	0,68	0,68
9	Химчистка и крашение	0,60	1,1	0,73	1,1	1,2	0,95	2,0
10	Услуги прачечных	0,21	0,3	0,25	0,40	0,4	0,36	0,80
11	Пошив трикотажных изделий	0,64	0,9	0,97	0,97	1,0	1,2	1,50
12	Ремонт трикотажных изделий	0,04	0,1	0,1	0,10	0,1	0,16	0,20
13	Ремонт и строительство жилищ	0,22	0,6	0,34	0,50	0,7	0,48	1,0
14	Услуги фотографий и фотокинолабораторий	1,57	2,1	1,91	2,10	2,6	2,31	2,60
15	Услуги парикмахерских	2,49	3,1	2,3	3,10	3,3	2,71	3,60
16	Прокат	0,36	0,8	0,42	0,80	1,1	0,57	1,10
17	Транспортные услуги	0,01	0	0,12	0,12	0,1	0,21	0,21
18	Сельскохозяйственные услуги	0,57	3,0	0,92	3,00	3,7	1,03	3,70
19	Ритуальные услуги	0,67	0,8	0,87	0,87	0,9	1,10	1,10
20	Прочие виды услуг	1,52	1,7	2,51	2,51	2,0	2,86	2,86
	Всего	22,00	33,7	28,43	36,62	39,90	34,80	46

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какова постановка задачи территориального размещения предприятий и их объектов?
2. Что такое многокритериальная целевая функция? Каковы задачи территориального размещения предприятий и их объектов?
3. Что такое региональная функция доступности?
4. Что понимается под обособленными узлами?
5. Что такое нормативная функция доступности?
6. Какова процедура оптимизации на имитационной модели?
7. Какова процедура улучшения решений?

8. Что такое система имитационных моделей размещения для сферы обслуживания?
9. Перечислите комплексы задач размещения для сферы обслуживания.
10. Что такое статическая и динамическая людность?
11. Каковы особенности задач размещения предприятий сферы обслуживания в городах?
12. Как формируется входная информация для задач размещения? Какие классификаторы используются?
13. Какова технология сбора исходных данных при решении задач размещения?
14. Как определяется экономическая эффективность решения задач размещения на имитационной модели?
15. Приведите примеры имитационных моделей районирования.
16. Приведите примеры имитационных моделей оценки территорий.
17. Опишите имитационные модели распределения ресурсов.

5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

При имитационном моделировании применяется много математических схем: конечные и вероятностные автоматы, системы массового обслуживания (СМО), агрегативные системы, системы, описываемые дифференциальными уравнениями и марковскими процессами, методы общей теории систем, а также специально сконструированные эвристические подходы для конкретных типов объектов моделирования. Применительно к экономическим объектам и процессам наиболее часто используются, на наш взгляд, математические схемы СМО, агрегативные системы, а также эвристические подходы. Кроме этого, отдельные элементы метода статистических испытаний или метода Монте-Карло, которые лежат в основе имитационного моделирования, применяются достаточно часто при расчете различных параметров для других типов моделей — эконометрических, моделей кривых роста и т.п. В данной главе будут рассмотрены имитационные модели СМО и агрегативные имитационные модели. Естественно, приведенные ниже математические схемы ни в коей мере не исчерпывают их перечень. Кроме того, часто при имитационном моделировании применяется сочетание различных математических подходов, поэтому дать весь перечень применяемых математических схем затруднительно, да и вряд ли целесообразно. Главное — наличие имитационного мышления при выборе тех или иных математических подходов.

5.1. Имитационное моделирование систем массового обслуживания

5.1.1. Системы массового обслуживания

Рассмотрим основные понятия теории систем массового обслуживания, занимающейся построением моделей реальных систем обслуживания, производства, банковской деятельности и т.п. Эти матема-

тические схемы характеризуются тем, что в некоторые моменты времени (случайные или детерминированные) возникают заявки на обслуживание и имеются специальные устройства (приборы, инструменты) для обслуживания этих заявок, работающие по определенному закону.

Основные понятия теории массового обслуживания: входной поток заявок, обслуживающая система, выходной поток заявок.

Входной поток заявок (требований на обслуживание) характеризуется определенной организацией и рядом параметров (рис 5.1.1): интенсивностью поступления заявок, т.е. числом заявок, в среднем поступивших в единицу времени, и законом распределения вероятностей моментов прихода заявок в систему.

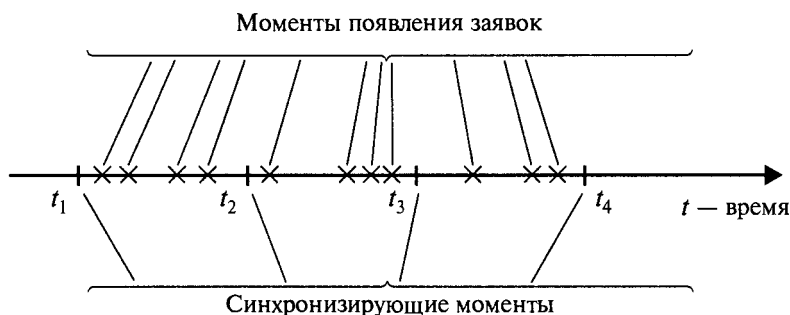


Рис. 5.1.1. Входной поток заявок

Обслуживающая система представляет совокупность устройств (канал, прибор), которые обеспечивают обслуживание заявки, пришедшей в систему. Обслуживающая система характеризуется пропускной способностью (скоростью обслуживания), т.е. числом обслуженных заявок в единицу времени, и законом распределения времени обслуживания заявок. Примерами обслуживающих систем могут служить коммутатор телефонной станции, станок, на котором обрабатываются детали, машины химчистки одежды, оператор сберегательного банка, дежурная справочного бюро и пр.

Выходным потоком заявок называется поток обслуженных заявок, выходящих из обслуживающей системы. Параметром выходного потока является интенсивность.

Всякая СМО имеет дисциплину очереди, т.е. порядок обслуживания пришедших заявок. Дело в том, что бывают случаи, когда система обслуживания не в состоянии немедленно обслужить все заявки. В результате образуется очередь из заявок, пришедших на обслуживание. То, в каком порядке заявки из очереди будут поступать в об-

служивающую систему, определяется дисциплиной очереди. Например, первой заявка поступила и первой обслуживалась; последней заявка поступила и первой обслуживалась; случайный порядок обслуживания заявок; обслуживание определенных заявок в первую очередь (заявки с приоритетом) и т.п.

Рассмотрим более детально характеристики входного потока заявок и простейшие СМО. Поток **однородных событий** называют временную последовательность появления заявок на обслуживание при условии, что все заявки равноправны. Существуют также **потоки неоднородных событий**, когда та или иная заявка обладает каким-то приоритетом.

Если поток однородный, то каждое событие характеризуется только моментом его наступления t_j . Существует два способа задания однородных событий. Первый способ заключается в перечислении всех известных моментов t_j . Второй способ заключается в указании зависимости, позволяющей рассчитать t_j по предыдущим значениям.

Однако на практике более интересны случайные потоки однородных событий, задаваемые законом распределения, который и характеризует последовательность $t_1, t_2, \dots, t_m$ или последовательность интервалов между случайными событиями $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$. Совокупность случайных величин $\{\xi_j\}$ считается заданной, если при числе заявок $k \geq 1$ определена совместная функция распределения вида

$$F(z_1, z_2, \dots, z_k) = P(\xi_1 < z_1, \xi_2 < z_2, \dots, \xi_k < z_k)$$

или для непрерывной случайной величины соответствующая плотность распределения вероятностей

$$f(z_1, z_2, \dots, z_k).$$

Часто применяется случайный **поток событий с ограниченным последствием**, т.е. когда случайные величины ξ_j независимы.

Существуют также **стационарные потоки**, для которых вероятностный режим потока во времени остается неизменным. Это означает, что число заявок, поступивших в СМО в единицу времени, постоянно.

Поток с отсутствием последствия называется такой поток, у которого число заявок, поступивших в данный момент, не зависит от числа заявок, обслуженных в предыдущий момент. Поток с отсутствием последствия — частный случай потока с ограниченным последствием. Для потока без последствия вероятность $P_k(t_0, t)$ наступления k событий за интервал $(t_0, t_0 + t)$ не зависит от возникновения событий до момента t_0 .

Для потоков с ограниченным последствием совместная функция плотности $f(z_1, z_2, \dots, z_k)$ может быть представлена в виде

$$f(z_1, z_2, \dots, z_k) = f_1(z_1) \cdot f_2(z_2) \cdot \dots \cdot f_k(z_k).$$

Стационарный поток с ограниченным последствием характеризуется следующим соотношением:

$$f_2(z) = f_3(z) = \dots = f_k(z) = f(z).$$

Это означает, что при $j > 1$ интервалы ξ_j имеют одинаковое распределение. Математическое ожидание μ случайной величины ξ_j при $j > 1$ равно

$$\mu = \int_0^{\infty} z f(z) dz,$$

где μ — средняя длина интервала между последовательными заявками.

Для стационарных потоков с ограниченным последствием можно ввести понятие интенсивности потока λ в виде

$$\lambda = 1/\mu.$$

Эта величина характеризует среднее число событий в единицу времени для данного потока.

Примером стационарного потока с ограниченным последствием является поток с **равномерным распределением интервалов времени между заявками**. Функция плотности $f(z)$ такого потока имеет вид

$$f(z) = 1/b, \quad 0 \leq z \leq b.$$

При этом $\mu = b/2$, а $\lambda = 2/b$.

Такой поток часто используется в практических задачах, возникающих в экономических приложениях.

Ординарным потоком называется такой поток, в котором невозможно появление двух и более событий одновременно. В практике часто приходится сталкиваться с групповыми заявками, т.е. несколькими событиями, появляющимися одновременно. Такие потоки не являются ординарными.

В теории СМО большое значение имеет так называемый **простейший поток однородных событий**, называемый потоком Пуассона (пуассоновский поток). Этот поток должен быть стационарным, однородным и без последствия.

Для потока Пуассона вероятность $P_k(t)$ наступления события за интервал времени длиной t записывается следующим образом:

$$P_k(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!},$$

где e — основание натурального логарифма,

λt — среднее число заявок, поступивших на обслуживание за интервал t ,

k — число заявок за интервал t .

Функция плотности распределения вероятности этого потока будет

$$f(z) = \lambda e^{-\lambda z}, \quad \lambda = \frac{1}{t},$$

где λ — интенсивность или плотность потока.

Для расчетов параметров СМО на основе потока Пуассона необходимо проверить, соответствует ли он закону распределения Пуассона. Признак потока Пуассона — равенство математического ожидания $\bar{X}$ дисперсии G^2 , т.е. $\bar{X} = G^2$.

Пусть x — число заявок, поступивших за единицу времени, m — число единиц времени, а n — общее число поступивших заявок.

Пример. Проверить, является ли поток требований в систему распределенным по закону Пуассона.

m	x	mx	mx^2
0	10	0	0
1	31	31	31
2	40	80	160
3	20	60	180
4	10	40	160
5	4	20	100
6	6	36	216
Итого	121	267	847

Отсюда

$$\bar{x} = \frac{\sum mx}{n} = \frac{267}{121} \approx 2,207.$$

Дисперсия потока равна

$$G_x^2 = \frac{\sum mx^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{847}{121} - (2,207)^2 \approx 7 - 4,87 = 2,13.$$

В связи с тем что $\bar{x} \approx G_x^2$, поток можно считать пуассоновским.

Простейший поток и поток с равномерным распределением интервалов времени между последовательными событиями наиболее часто применяются в теории и практике СМО.

Часто используется также ординарный стационарный поток с отсутствием последействия, который называется потоком Эрланга. Потоком Эрланга порядка m называют поток, для которого

$$f(z) = \frac{\lambda^{*m}}{(m-1)!} z^{m-1} e^{-\lambda^* z},$$

где $\lambda^* = \lambda m$.

Поток событий называется **регулярным**, если длина интервала между событиями — постоянная величина. Примерами такого потока могут служить ежедневные сводки о каких-либо событиях (отчеты о дневной выручке в магазине, ежедневная сумма сделок на бирже или прихода средств в банк и т.п.), регламентированный поток деталей, сходящих с конвейера, поток поездов в метро и др.

Если известна длина интервала регулярного потока a , то такой поток полностью определен во времени и не является случайным. Регулярный поток также является ординарным и стационарным. Однако регулярный поток является потоком с последствием. Интенсивность регулярного потока

$$\lambda = \frac{1}{a}.$$

Потоки событий различного вида могут **разрезаться и объединяться** [37]. К сожалению, эти термины могут применяться только к потокам определенного вида. Так, например, если интервалы в потоке Эрланга n -го порядка уменьшить в $(n+1)$ раз, то интенсивность полученного потока станет равной интенсивности исходного пуассоновского потока, и с ростом n такой поток становится сколь угодно близким к регулярному с той же интенсивностью. Такие нормированные потоки Эрланга дают различные типы потоков с последствием, начиная от потоков без последствия ($n = 1$) и кончая регулярными ($n = \infty$).

Если объединяются несколько независимых ординарных потоков с сопоставимыми интенсивностями, то с ростом числа слагаемых потоков объединенный поток приближается к простейшему с возможной нестационарностью. Если слагаемые потоки стационарны, то в пределе получается пуассоновский поток. Интенсивность объединенного потока равна сумме интенсивностей каждого из них.

Поток, получаемый в результате случайного разрежения или объединения пуассоновских потоков, также является пуассоновским.

Как будет показано ниже, используя потоки Эрланга и Пуассона, можно рассчитать аналитически установившиеся значения различных параметров СМО. Однако применение этих потоков в практике имитационного моделирования в чистом виде, без специальной корректировки, учитывающей изменения типа потока, его интенсивности и т.п. крайне ограничено.

Таким образом, вышеприведенные математические описания потоков однородных событий позволяют формализовать процессы функционирования СМО.

Представим СМО в виде n параллельных линий одновременного обслуживания заявок (рис. 5.1.2).

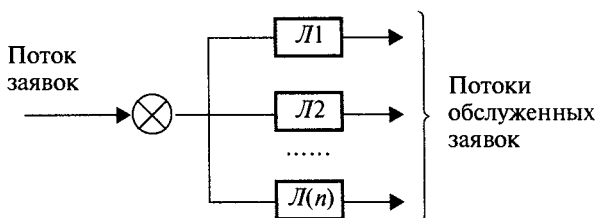


Рис. 5.1.2. СМО из n линий обслуживания

При поступлении заявок в СМО последняя может находиться в следующих состояниях: все линии (каналы) заняты и имеется свободная линия (канал).

Пусть $t_{ож}$ — время ожидания обслуживания, тогда в первом случае поступившая заявка может иметь три варианта поведения, а именно: **покинуть систему** ($t_{ож} = 0$), **встать в очередь** на обслуживание до того момента, пока не освободится свободный канал ($t_{ож} = \infty$) и, наконец, **встать в очередь с ограничением времени ожидания** обслуживания ($t_{ож} \neq \infty$).

Исходя из этого СМО подразделяются на **системы с отказами** ($t_{ож} = 0$), **системы с ожиданием** ($t_{ож} = \infty$) и **системы с ограниченным ожиданием** ($0 < t_{ож} < \infty$). Величина $t_{ож}$ — один из показателей качества СМО.

Рассмотрим теперь **время обслуживания заявки** (время занятости линии) $t_{обс}$ как параметр обслуживающей системы. Время обслуживания требований — случайная величина и может изменяться в большом диапазоне. Случайная величина $t_{обс}$ характеризуется законом распределения, который может определяться на основе статистических испытаний. На практике часто исходят из гипотезы о показательном законе распределения времени обслуживания.

При показательном законе распределения времени обслуживания функция его распределения $P_{t_{\text{обс}}}$ равна

$$P_{t_{\text{обс}}} = 1 - e^{-\Theta t},$$

где Θ — интенсивность обслуживания одного требования одним обслуживающим устройством, а

$$\Theta = \frac{1}{T_{\text{обс}}},$$

где $T_{\text{обс}}$ — среднее время обслуживания одного требования одним обслуживающим устройством.

При показательном законе распределения времени обслуживания и при наличии n обслуживающих линий одинаковой мощности

$$P_{t_{\text{обс}}} = 1 - e^{-n\Theta t}.$$

Важным параметром СМО является коэффициент загрузки α

$$\alpha = \frac{\lambda}{\Theta} = \lambda T_{\text{обс}}.$$

Величина $\lambda T_{\text{обс}}$ показывает число требований, поступающих в СМО за время обслуживания одного требования одним устройством. В этом случае число обслуживающих устройств n должно быть не меньше коэффициента загрузки, т.е.

$$n \geq \lambda T_{\text{обс}} = \frac{\lambda}{\Theta} = \alpha.$$

В противном случае очередь будет бесконечно расти.

Ниже приведены расчетные формулы для определения важнейших характеристик качества функционирования СМО при показательном законе распределения времени обслуживания заявок.

1. Вероятность того, что все обслуживающие системы свободны

$$P_0 = \left[\left[\frac{\alpha^n}{\left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)n!} \right] + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\alpha^k}{k!} \right]^{-1}.$$

2. Вероятность того, что все обслуживающие устройства заняты

$$P_n = \frac{\alpha^n P_0}{\left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)n!}.$$

3. Среднее число устройств, свободных от обслуживания

$$N_0 = P_0 \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!} \alpha^k.$$

4. Коэффициент простоя обслуживающих устройств

$$K_{\text{п}} = \frac{N_0}{n}.$$

5. Среднее число устройств, занятых обслуживанием

$$N_3 = n - N_0.$$

6. Коэффициент загрузки системы

$$K_3 = \frac{N_3}{n}.$$

7. Средняя длина очереди

$$L = \frac{\alpha P_3}{n \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)^2}.$$

8. Среднее время ожидания требований в очереди

$$\overline{t_{\text{ож}}} = L T_{\text{обс}}$$

или

$$\overline{t_{\text{ож}}} = \frac{\alpha P_3}{n \Theta \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)^2},$$

где α — коэффициент загрузки;

n — число обслуживающих устройств;

$T_{\text{обс}}$ — среднее время обслуживания одного требования одним устройством;

Θ — интенсивность обслуживания одного требования одним устройством.

Таким образом, для простейших потоков и элементарных СМО можно аналитически вычислить их качественные параметры. Реальные экономические объекты, как правило, представляют сложные СМО как по структуре, так и по входным потокам и параметрам. В большинстве случаев аналитические выражения для оценки качества СМО, моделирующих реальные экономические объекты и процессы, найти не удастся. Применение имитационного метода к задачам массового обслуживания позволяет находить необходимые показатели качества для экономических систем любой сложности, если удастся построить алгоритмы имитации каждой части СМО.

Сущность имитационного моделирования СМО заключается в том, что необходимо **построить алгоритмы, вырабатывающие случайные реализации заданных событий или потоков**. Это означает, что нужно проимитировать все входные потоки, задать случайные значения времен обслуживания заявок для каждого канала и дисциплину очереди.

Работа алгоритма заключается в многократном воспроизведении случайных реализаций процесса прихода заявок и процесса их обслуживания при фиксированных условиях задачи. Меняя условия задачи, параметры входных потоков и элементов СМО, можно получить качественные параметры данной СМО при тех или иных изменениях. Качественные параметры СМО типа вышеперечисленных для простейших входных потоков и элементарных СМО оцениваются путем статистической обработки величин, являющихся качественными показателями функционирования СМО.

Метод имитационного моделирования позволяет изучать переходные процессы в СМО, возникающие при существенных изменениях распределения моментов поступления заявок в СМО, от преобразования структуры и параметров СМО и т.п. При осуществлении имитационного моделирования стационарный или установившийся режим деятельности СМО наступает после значительного числа имитационных реализаций, а начальные реализации процесса могут существенно отличаться от установившихся. Здесь сразу просматриваются преимущества имитационного метода в отличие от аналитических методов расчета параметров СМО, так как последние позволяют получить величины параметров только для установившихся значений.

Рассмотрим методику имитационного моделирования СМО.

5.1.2. Вопросы формирования случайных потоков событий

Выше были показаны способы применения простейших случайных потоков событий. Как правило, такие потоки должны обладать свойствами стационарности, у них отсутствует последствие и однородность. Если выполнить все эти условия, то имитационное моделирование СМО в отличие от аналитического решения сможет дать дополнительно только значения качественных параметров в переходном процессе, т.е. в начальный период функционирования СМО. Установившиеся значения с точностью до инструментальной ошибки должны быть одинаковы.

В учебном процессе при иллюстрации аналитического решения или решения на имитационной модели в большинстве случаев имен-

но так и поступают. Тем самым создается ошибочное впечатление о больших возможностях аналитического или имитационного методов оценки СМО. Причина такого заблуждения заключается в том, что модели СМО строят обычно математики, которым гораздо проще сделать поток однородным, стационарным и без последствия, чем изучать фактические потоки событий в реальных объектах при их моделировании с применением СМО.

Способов получения простейших случайных потоков однородных событий, обладающих свойствами стационарности при отсутствии последствия, достаточно много, как и литературы по этому поводу, например работы [19, 43, 37]. Вместе с тем можно утверждать, что **применение простейших потоков случайных событий** при аналитическом или имитационном моделировании на основе СМО сложных экономических объектов **неэффективно** и, как правило, **создает ошибочное представление о качестве функционирования объекта**.

В качестве примера рассмотрим сравнительно простую модель СМО фабрики химчистки одежды. Пусть фабрика химчистки имеет 10 машин для чистки одежды. Машины работают две смены — 16 ч. В среднем одна машина обрабатывает 5 заказов за 1 ч, 80 заказов за две смены в день. Все 10 машин за 2 смены обрабатывают 800 заказов. В среднем за день на фабрику поступает от 500 до 1500 заказов. Требуется определить оптимальное число работающих машин, длины очередей клиентов и среднее время нахождения в очереди.

Используя введенные выше зависимости, можно вычислить значения среднего числа машин химчистки, свободных от работы N_0 , среднюю длину очереди клиентов L и среднее время ожидания клиентов в очереди $t_{\text{ож}}$. Естественно, что для $\lambda_1 = 500$ зак/день и $\lambda_2 = 1500$ зак/день характеристики качества обслуживания будут различными. Учитывая, что среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени Θ , равно $\Theta = 1/T_{\text{обс}}$, где $T_{\text{обс}}$ — среднее время обслуживания одного заказа одной машиной химчистки, причем $\Theta = 1/80$ суток, вычислим коэффициент интенсивности нагрузки $\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{\Theta} = \lambda_1 T_{\text{обс}} = \frac{500}{80} = 6,2$. Величина α характеризует среднее число машин, которое необходимо иметь, чтобы обслужить за сутки (сутки приняты за единицу времени) все поступившие заказы. Таким образом, необходимо иметь всего 6,2 машины для случая $\lambda_1 = 500$, а для $\lambda_2 = 1500$ необходимое число машин составит более 18 ($\alpha_2 = 18,75$). Чтобы очередь заказчиков не росла безгранично, необ-

ходимо выполнить условие $\alpha/n < 1$, где n — число машин химчистки. Поскольку в нашем примере на фабрике имеется 10 машин химчистки, то $\alpha_{1/n} = 6,2/10 = 0,62 < 1$; а $\alpha_{2/n} = 18/10 = 1,8 > 1$. Следовательно, для входного потока с $\lambda_2 = 1500$ зак/день очередь будет безгранично расти.

Каковы же выводы? Мы не будем рассчитывать другие показатели качества обслуживания, так как это заняло бы для нашей небольшой экономической системы достаточно много времени и отвлекло от главного. Выводы таковы:

1. Мы не можем сказать, сколько машин химчистки нужно установить, чтобы обслуживать потоки с $\lambda_1 = 500$ и $\lambda_2 = 1500$, так как α меняется от 6,2 до 18,75.

2. В связи с тем что потоки заявок в системе рассчитаны для средних суток, то расчеты длины очереди L и среднего времени ожидания обслуживания $T_{\text{ож}}$, как и другие качественные параметры, будут сделаны неверно, так как интенсивность потока в различные часы суток различна и может меняться до 5 раз. Конечно, можно рассчитать эти параметры за каждый час отдельно, но и это будет неверно, так как СМО будет находиться в постоянном переходном процессе. В этом случае входной поток будет нестационарным и с последствием, так как математическое ожидание числа заказов в единицу времени будет меняться в 3—5 раз, а число заказов, поступивших, например, в 18 часов, зависит от того, сколько их было фактически за каждый предыдущий час.

3. Цикл работы фабрики химчистки равен одному году, так как услуги химчистки обладают существенной сезонностью. Имеют место весенний и осенний пики потока заказов, а летом и зимой интенсивность заказов снижается. Весной одежду меняют с зимней на летнюю, а осенью — наоборот. Расчет по средней интенсивности потока заказов ничего хорошего не дает, так как в пик будет перегрузка, а в спад недогрузка. Разница между ними составляет опять же 3—5 раз.

4. Кроме того, имеет место цикличность работы и в зависимости от дня недели и в течение каждого дня.

Общий вывод таков: ни один параметр обслуживающей системы (химчистки) не будет найден достоверно как при аналитических расчетах, так и при имитационных, если будут использованы входные потоки Пуассона, обладающие стационарностью, однородностью и отсутствием последствия. Поэтому использование входных потоков такого вида или даже модифицированных в реальных расчетах в чистом виде неприемлемо.

Это означает, что если используется какой-то входной поток, закон распределения которого можно записать в аналитической фор-

ме, то он должен быть, по крайней мере, преобразован в поток, учитывающий все необходимые факторы, воздействующие на данную СМО. После этого он становится неоднородным, нестационарным с последствием и даже неординарным.

Модель формирования такого потока для нашего примера представлена на рис. 5.1.3.



Рис. 5.1.3. Модель формирования реального потока заказов фабрики химчистки

Если взять поток Пуассона, то вероятность поступления за время t ровно k заявок будет

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Блоки 2—4 модели должны воздействовать на параметры k и λ таким образом, чтобы значение скорректированного потока $P_k^{\text{кор}}(t)$ зависело от месяца γ_1 , дня недели γ_2 и времени суток γ_3 , т.е.:

$$P_k^{\text{кор}}(t) = Y[P_k(t), \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3].$$

Вид конкретной зависимости может быть задан как аналитически, так и таблично или при помощи логических фраз. Только после такого преобразования входного потока можно приступить к имитационному моделированию, например, фабрики химчистки.

Выбор размерности входного потока заявок имеет принципиальное значение при его моделировании. Так, например, выбранная для фабрики химчистки размерность, характеризующая ее интенсивность, — число заказов в сутки. Такая размерность не позволяет учитывать изменения интенсивности потока в течение суток, а поэтому не верна. Правильная для нашего случая размерность входного потока заявок на обслуживание должна учитывать тот интервал времени, за

который могут произойти какие-либо изменения входного потока и, в частности, его интенсивности. Для нашего случая размерностью должно быть число заказов в час.

Существует также еще один способ получения реальных входных потоков. Это использование реальных статистических данных о числе заявок, поступивших в систему за определенное время. Вполне естественно требование, чтобы временной период не был меньше необходимой продолжительности цикла моделирования.

Вместе с тем при таком способе формирования входного потока событий возникают проблемы, связанные с воздействием объекта моделирования на входной поток. Фабрика химчистки обладает конечной мощностью, и в период перегрузки каналов очередь заявок на обслуживание обрезается искусственно — прекращается прием заказов на фабрике. Такие факты нужно как-то учитывать, например, путем добавления потерянных заявок в пиковый период, либо согласиться с тем, что модель данной СМО будет с ограничением длины очереди. Для других объектов таких ограничений может и не быть, поэтому прежде чем использовать фактическую статистику, необходимо ее проанализировать на предмет возможного влияния объекта моделирования на входной поток.

Входные потоки можно получать также и опросным путем, например, изучая спрос на товары и услуги. Исследование статистических данных для оценки возможности их применения при формировании входных потоков сводится к проведению анализа соответствующего динамического ряда на наличие **тренда, сезонности и случайной составляющей**. Обычно их отфильтровывают, измеряют и лишь затем формируют необходимый входной поток. Таким же образом поступают при формировании входных потоков из простейшего потока. Полученные составляющие ряда применяются при формировании модели входного потока в соответствии с рис. 5.1.3.

Для нашего примера продолжительность моделируемого цикла не может быть меньше одного года, а имитационные реализации должны учитывать данные за каждый час работы фабрики. Только при этих условиях можно получить достоверные качественные показатели, которые не будут одинаковыми в пределах моделируемого цикла. Они будут соответствовать реальным значениям в каждом однотипном интервале времени. Учитывая среднюю длину очереди L , среднее время ожидания обслуживания, а также число фактически загруженных каналов, можно спроектировать, например, такую фабрику химчистки, у которой эти параметры соответствуют желаемым целевым показателям. В п. 5.2 показана агрегативная модель СМО, отображающая производственный процесс, в том числе и процесс

функционирования рассмотренной фабрики химчистки. Для различных экономических объектов выбор цикла моделирования может быть другим, но он должен учитывать все или почти все факторы, изменяющие входной поток.

Естественно, что для других экономических объектов модель формирования потока $P_k^{\text{кор}}(t)$ будет иной, так как экономические факторы могут быть другими. Однако использование потоков без коррекции, как правило, не дает нужных результатов.

Аналогичное заключение можно сделать для показателей **интенсивности обслуживания** Θ и **числа обслуживающих каналов**. Эти показатели также подвергаются воздействию различных экономических факторов, которые следует учитывать. Например, число каналов обслуживания не может быть постоянной величиной, так как они в реальной жизни выходят из строя, становятся на профилактику, дублируют друг друга и пр. Меняется также их производительность.

В этой связи необходимо обратить внимание на то, что фактически ни одна СМО, моделирующая реальные объекты и процессы, не будет находиться в режиме **завершенного переходного процесса** или в **установившемся режиме**. Этот факт еще раз подтверждает **неэффективность аналитического вычисления качественных параметров СМО для реальных систем**. Оценка установившихся значений качественных показателей для СМО, моделирующих реальные экономические системы имитационным способом, также проблематична. Здесь можно говорить о наличии тех или иных близких между собой значениях качественных показателей на определенных участках общего цикла моделирования. Однако говорить что-то об установившихся значениях в общем виде беспредметно. Это можно делать лишь для конкретного объекта.

5.1.3. Моделирующие алгоритмы

Моделирующий алгоритм создается тогда, когда решены все принципиальные вопросы по выбору математического аппарата, описывающего объект, и построению структуры модели в полном объеме. Создание моделирующего алгоритма — способ представления построенной модели, которую способен воспринять компьютер. С одной стороны, это чисто техническая задача, не имеющая отношения к построенной модели, а с другой — важная задача, так как моделирующий алгоритм может оказаться неудобным, громоздким или даже влияющим на процесс моделирования.

В настоящее время существуют три способа задания моделирующих алгоритмов: **операторный, задаваемый языком программирования**

и пакетом прикладных программ. Для имитационного моделирования обычно применяются специальные языки моделирования или универсальные имитационные модели. Применение тех и других наиболее удобно, однако для лучшего понимания процедур построения моделирующих алгоритмов целесообразно рассмотреть методику построения операторных схем.

Операторная схема моделирующего алгоритма представляет собой последовательность операторов, описывающих крупную группу операций. Используя эти операторы, легко ориентироваться в общей идее построения алгоритма. Операторная схема моделирования выступает в качестве языка описания модели.

Обычно все операторы делятся на три группы: **основные, вспомогательные и служебные**. Основные операторы описывают элементарные акты моделирования, т.е. описывают скелет модели или собственно процесс имитации; вспомогательные используются для вычисления необходимых параметров и наконец служебные, не связанные с соотношениями модели, обеспечивают взаимосвязь основных и вспомогательных операторов.

Операторы бывают двух видов: **арифметические** и **логические**. Арифметические выполняют вычисления в широком смысле этого слова и обычно передают управление какому-то другому оператору. Например, запись A_{10}^{26} означает, что оператор с арифметическим номером 10 передает управление другому оператору с индексом 26.

Логические операторы при передаче им управления проверяют заданные условия и затем передают управление тому оператору, для которого эти условия выполняются. Например, логический оператор $P_{20}^{\uparrow 22} \downarrow_{10}$ означает, что логический оператор P_{20} в случае выполнения заданного условия передает управление оператору 22, а в случае невыполнения условий — оператору 10.

В случае, если управление передается данному оператору, то номер оператора, от которого передается управление, записывается слева сверху от символа оператора. Например, запись $^{38,2}A_{18}$ означает, что управление от операторов 38 и 2 передается оператору A_{18} . Передача управления данному оператору от предыдущего изображается лишь тогда, когда управление передается от нескольких операторов. Для всех типов операторов, если они следуют друг за другом, обозначение передачи управления опускается. Окончание вычислений обозначается служебным оператором с индексом $Я$.

Принято также обозначать операторы по формированию случайных реализаций процессов символом Φ , операторы формирования неслучайных величин — символом F , а операторы, подсчитывающие число объектов (счетчики), — символом K .

Арифметические и логические операторы могут быть изображены графически. Арифметические обозначаются прямоугольником, логические — кружком. Передача управления изображается стрелками.

5.1.4. Моделирование одноканальной системы массового обслуживания

Рассмотрим процесс моделирования СМО на примере одноканальной системы, т.е. СМО с одним обслуживающим каналом (рис. 5.1.4) [6].

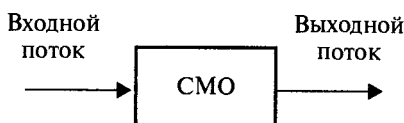


Рис. 5.1.4. Схема одноканальной СМО

Обозначим через τ длительность обслуживания заявки в системе. Пусть τ имеет закон распределения $f(\tau)$ и является стационарной случайной величиной. Заявки обслуживаются в порядке поступления по очереди, т.е. имеется очередь, в которой заявки могут находиться не более времени $\tau^{\text{ож}}$. Величина $\tau^{\text{ож}}$ имеет закон распределения $\varphi(\tau^{\text{ож}})$. Предположим, что $\tau^{\text{ож}}$ — независимая величина для различных заявок.

Пусть требуется определить в результате моделирования долю обслуженных заявок, долю заявок, получивших отказ, среднее время ожидания в очереди и т.п. Будем рассматривать процесс функционирования в интервале времени $[0, T]$, а заявки вне этого интервала в данной СМО не рассматриваются, даже если заявка начала обслуживаться в интервале $[0, T]$, а окончание обслуживания выходит за пределы этого интервала. Такие заявки считаются не обслуженными. Заявка получает отказ в обслуживании, если время начала обслуживания $t^{\text{н}} < T$, а время его окончания $t^{\text{св}} > T$.

Введем следующие операторы:

Φ_1 — формирование случайных значений моментов t_j поступления заявок в систему;

P_2 — проверка условия попадания заявки, появившейся в момент времени t_j , в интервал $[0, T]$;

P_3 — проверка условия $t_j < t_{j-1}^{\text{св}}$, где $t_{j-1}^{\text{св}}$ — момент освобождения канала от обслуживания предыдущей заявки;

$\Phi_{\text{н}}$ — формирование случайных значений длительности ожидания в очереди в соответствии с законом распределения $\varphi(\tau^{\text{ож}})$;

A_5 — вычисление верхней границы $t_j^{\text{ож}}$ интервала $[t_j, t_j^{\text{ож}}]$ ожидания заявки в очереди;

P_6 — проверка условия $t_j^{\text{ож}} < t_{j-1}^{\text{св}}$;

F_7 — формирование момента начала обслуживания j -й заявки;

$$t_j^{\text{н}} = t_{j-1}^{\text{св}};$$

F_8 — формирование момента начала обслуживания j -й заявки;

$$t_j^{\text{н}} = t_j;$$

Φ_9 — формирование времени занятости канала τ в соответствии с распределением $f(\tau)$;

A_{10} — вычисление момента $t_j^{\text{св}}$ окончания обслуживания j -й заявки (момент освобождения канала);

P_{11} — проверка условия $t_j^{\text{св}} \leq T$;

K_{12} — счетчик числа m обслуженных заявок;

A_{13} — вычисление длительности $t_j^{\text{н}} - t_j$ ожидания обслуживания j -й заявки;

K_{14} — счетчик числа заявок $\bar{m}$, получивших отказ;

K_{15} — счетчик числа реализаций N при моделировании;

P_{16} — проверка условия $N < N^*$, где N^* — заданное число реализаций;

F_{17} — переход к очередной реализации;

A_{18} — обработка результатов моделирования;

$Я_{19}$ — окончание вычислений и выдача результатов.

Операторная схема моделирующего алгоритма записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} &^{13, 14, 17} \Phi_1 | P_{2 \downarrow 15} | P_{3 \downarrow 8} | \Phi_4 | A_5 | P_6^{\uparrow 14} | F_7^9 | F_8^{7, 8} | \Phi_9 | A_{10} | P_{11 \downarrow 14} | K_{12} | A_{13}^1 |^{6, 11} K_{14}^1 | \\ & \quad |^2 K_{15} | P_{16 \downarrow 18} | F_{17}^1 |^{16} A_{18} | Я_{19}. \end{aligned}$$

Зададим начальные условия в виде:

$$t_0 = 0, \quad t_{j-1}^{\text{св}} = 0, \quad m = 0, \quad \bar{m} = 0, \quad N = 0.$$

Задаются также границы интервала T , законы распределения потока заявок, а также $f(\tau)$, $\phi(\tau^{\text{ож}})$, N^* .

Блок-схема моделирующего алгоритма нашей одноканальной СМО приведена на рис. 5.1.5.

Пользуясь описанием введенных выше операторов и для наглядности блок-схемой моделирующего алгоритма, можно проследить весь процесс имитации функционирования одноканальной СМО. Операторная схема моделирующего алгоритма используется для программирования модели на выбранном языке программирования.

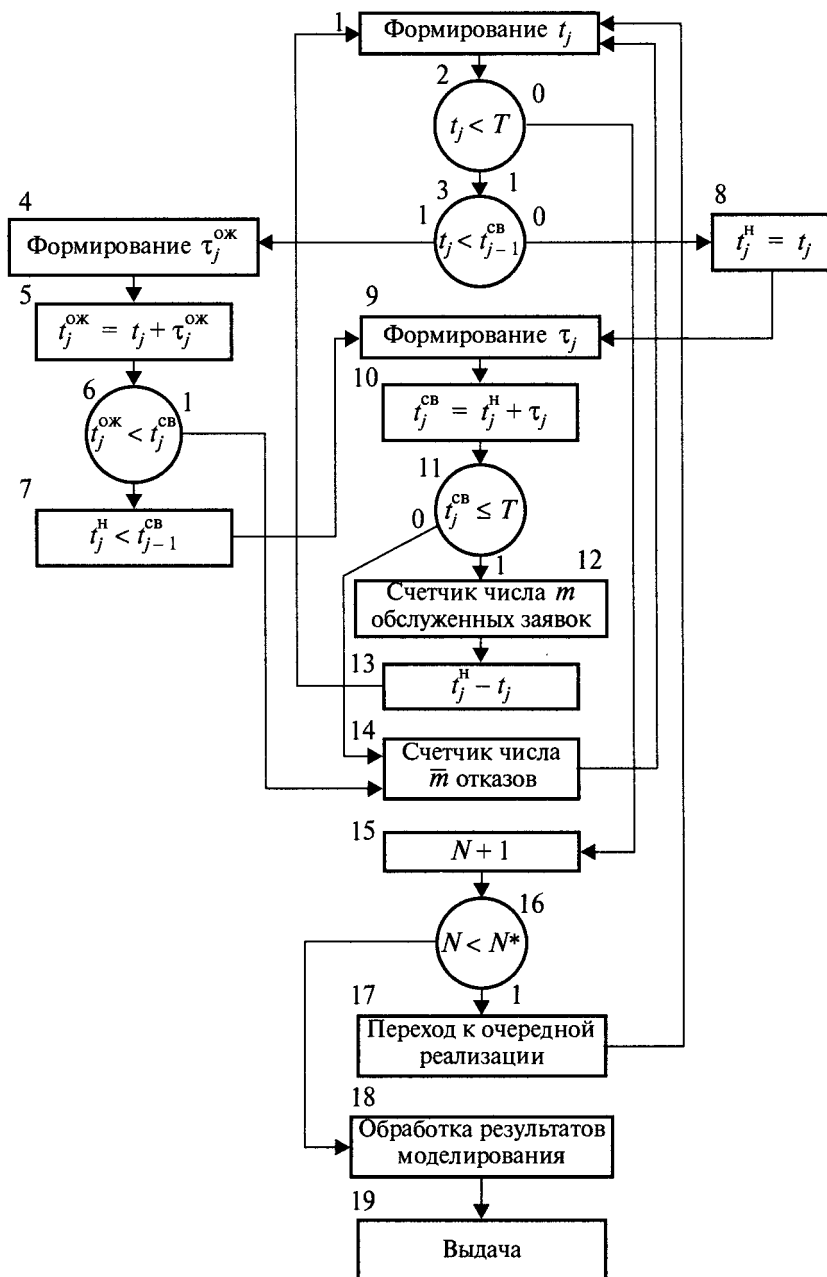


Рис. 5.1.5. Блок-схема моделирующего алгоритма одноканальной СМО

Аналогичным способом составляются моделирующие алгоритмы для СМО, имеющих различную дисциплину очереди обслуживания заявок и различные другие показатели качества функционирования СМО.

5.1.5. Моделирование многоканальной системы массового обслуживания

Моделирующий алгоритм для многоканальной СМО мало отличается от рассмотренного выше алгоритма для одноканальной СМО. Предположим, что в отношении входного потока заявок и каналов обслуживающей системы выполняются те же требования, что и для одноканальной СМО. Отличие заключается в том, что вместо одного канала имеется n идентичных параллельных каналов (рис. 5.1.6).

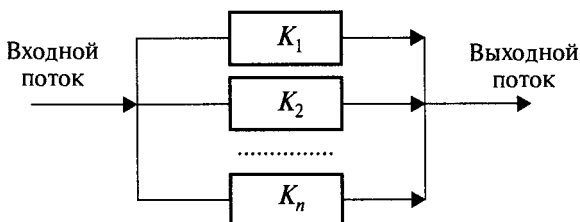


Рис. 5.1.6. Схема многоканальной СМО

Заявка, поступившая в СМО, обслуживается на том канале, который первым был определен как свободный (правило определения свободного канала может быть и другим). Если все каналы заняты, то заявка становится в очередь и ждет, но не более установленного времени $\tau_j^{\text{ож}}$. Если время ожидания больше, чем $\tau_j^{\text{ож}}$, то заявка покидает СМО. Для составления моделирующего алгоритма такой СМО заменим операторы P_3 , P_6 , F_7 алгоритма моделирования одноканальной СМО на $\bar{P}_3$, $\bar{P}_6$, $\bar{F}_7$, у которых величина $t_{j-1}^{\text{св}}$ заменена на величину $\min t^{\text{св}}$. Под $\min t^{\text{св}}$ будем понимать наименьшее время обслуживания любого из n каналов многоканальной СМО.

Введем также дополнительно оператор A_{20} , вычисляющий минимальное значение $t^{\text{св}}$, т.е. $\min t^{\text{св}}$.

Операторы A_{10} и P_{11} заменяем на операторы $\bar{A}_{10}$ и $\bar{P}_{11}$, которые вместо $t_j^{\text{св}}$ содержат $t_{jk}^{\text{св}}$, где k — номер канала.

Моделирующий алгоритм для многоканальной СМО

$$\begin{aligned}
 &^{13, 14, 17} \Phi_1 | P_{2 \downarrow 15} | \bar{P}_{3 \downarrow 8} | \Phi_4 | A_5 | \bar{P}_6^{\uparrow 14} | F_7^9 | F_8^{7, 8} | \Phi_9 | \bar{A}_{10} | A_{20} | \bar{P}_{11 \downarrow 14} | K_{12} | \\
 &| A_{13}^1 |^{6, 11} K_{14}^1 |^2 K_{15} | P_{16 \downarrow 18} | F_{17}^1 |^{16} A_{18} | \Psi_{19}.
 \end{aligned}$$

Блок-схема моделирующего алгоритма для многоканальной СМО похожа на блок-схему одноканальной СМО. Структура моделирующего алгоритма может быть изменена, если меняется выбранная дисциплина очереди или порядок выбора каналов для обслуживания заявок.

Рассмотренные простейшие одно- и многоканальные СМО могут быть использованы как элементы более сложной имитационной модели, например модели банка, объединения предприятий или отрасли. Тогда эти элементы формализуются на языке систем и используются как составные части более сложной системы. Принципы функционирования составных частей (подсистем) соответствуют тем, которые приняты для той математической схемы, на которой записан процесс функционирования. Таким образом, внутреннее функционирование каждой подсистемы осуществляется независимо от других подсистем данной системы. Воздействие подсистем друг на друга может осуществляться только через соответствующие входные и выходные сигналы. Если подсистемами являются СМО, то входной сигнал у них — всегда входной поток заявок или требований, а выходной — поток обслуженных заявок (требований). В общем случае входной и выходной потоки — случайные процессы, однако во многих моделях указанные потоки могут иметь детерминированный характер, если вероятностный характер того или иного потока не оказывает существенного влияния на функционирование моделируемого объекта.

Еще раз следует подчеркнуть, что для имитационных моделей, использующих случайные процессы, требование стационарности, отсутствия последствия, ординарности не является обязательным. Наоборот, случайные процессы реальных объектов в подавляющем большинстве случаев не отвечают вышеуказанным требованиям, и поэтому построение эффективной модели требует адекватного отображения этих процессов.

Однако, несмотря на то что в большинстве случаев существующие математические схемы не в состоянии описать достаточно полно сложные экономические объекты, их значение велико. Они позволяют, используя имитационный подход, снимать с себя значительное число ограничений, накладываемых тем или иным математическим аппаратом путем подмены в необходимых случаях аналитических выражений модельным экспериментом. Таким образом, сохраняя стройность той или иной математической схемы, имитационный эксперимент в необходимых случаях разрешает проблемы, не разрешимые в рамках данного математического подхода. В частности, при имитационном моделировании СМО снимаются требования орди-

нажности, стационарности, отсутствия последействия для входных потоков, так как расчет числовых параметров СМО ведется не аналитически, а путем прямого счета тех или иных событий, получаемых в результате имитационных реализаций.

5.2. Имитационное моделирование в рамках агрегативной математической схемы

5.2.1. Введение в агрегативные модели

Аппарат агрегативных систем в силу своей общности позволяет унифицировать ряд процедур, связанных с машинной реализацией и анализом полученных решений. Существенна также возможность сохранять в моделях логические структуры, потоки информации и взаимосвязи, существующие в реальных объектах, что упрощает понимание результатов моделирования и делает их более доступными для неспециалистов.

Схема агрегативных систем базируется на основе введенных ранее понятий организации, системы и структуры. Рассмотрим основные понятия и определения.

Понятие агрегата. Под агрегатом [5] понимается математическая модель функционирования сложной системы. С формальной точки зрения агрегат задается совокупностью множеств T, X, G, Y, Z и случайными операторами H и G , где T — множество моментов времени, X, G, Y — множества соответственно входных, управляющих и выходных сигналов агрегата, Z — множество состояний агрегата и наконец H и G — операторы переходов и выходов. Для задания более или менее фиксированных по времени параметров агрегата вводится пространство конструктивных параметров агрегата B .

Функционирование агрегата. Рассмотрим типичный процесс функционирования агрегата, характеризующийся появлением входных, выходных сигналов и изменением состояний (рис. 5.2.1).

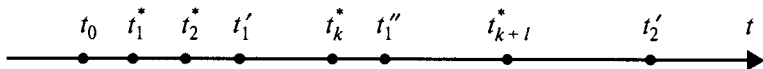


Рис. 5.2.1. Иллюстрация сигналов на временной оси

Имеем ось времени t с заданными моментами: t_0 — исходный момент, t'_1, t'_2 — моменты прихода входных сигналов, t''_1 — момент прихода управляющего сигнала. Пусть в начальный момент t_0 агрегат A находился в состоянии $\hat{Z}_0 = \{Z(t_0), g_0\}$.

1. Рассмотрим полуинтервал $(t_0, t'_1]$. Предположим, что в момент $t_0 \leq t'_1 < t'_2$ состояние $Z(t'_1) \in Z_{y_0, \beta}^y$, т.е. принадлежит подмножеству $Z_{y_0 + \beta}^y \subset Z$, при достижении которого выдается выходной сигнал. Агрегат A выдает сигнал

$$y^1 = G''\{t_1^*, Z(t_1^*), g_0, \beta\}, \quad \beta \in B, \quad g_0 \in \Gamma, \quad Z(t_1^*) \in Z, \quad G'' \in G.$$

Если $Z(t)$ опять достигает $Z_{y_0 + \beta}^y$ в момент $t'_1 \leq t'_2 < t'_1$, то вновь выдается сигнал

$$y^2 = G''\{t_2^*, Z(t_2^*), g_0, \beta\}$$

и т.д.

Состояния $Z(t_1^*)$ и $Z(t_2^*)$ определяются операторами $U \in H$

$$Z(t_1^*) = U\{t_1^*, t_0, Z(t_0), g_0, \beta\} \quad \text{и}$$

$$Z(t_2^*) = U\{t_2^*, t_0, Z(t_0), g_0, \beta\}.$$

2. Пусть в момент t'_1 приходит входной сигнал x_1' . Состояние агрегата будет

$$Z(t'_1 + 0) = V'\{t'_1, Z(t'_1), g_0, x_1', \beta\}, \quad V' \in H,$$

где

$$Z(t'_1) = U\{t'_1, t_0, Z(t_0), g_0, \beta\}.$$

3. Пусть в полуинтервале $(t_0, t'_1]$ состояние A описывается по аналогии с $(t_0, t'_1]$, т.е.

$$Z(t) = U\{t, t_1^*, Z(t_1^* + 0), g_0, \beta\}.$$

4. При достижении агрегатом точки $t_k^*, Z(t_k^*) \in Z_{g_0, \beta}^y$ и выдается выходной сигнал

$$y^k = G''\{t_k^*, Z(t_k^*), g_0, \beta\},$$

где

$$Z(t_k^*) = U\{t_k^*, t'_1, Z(t'_1 + 0), g_0, \beta\}.$$

5. В момент t''_1 приходит управляющий сигнал g_1'' , при этом

$$Z(t''_1 + 0) = V\{t''_1, Z(t''_1), g_1'', \beta\},$$

где

$$Z(t_1'') = U\{t_1'', t_1', Z(t_1' + 0), g_0, \beta\}.$$

6. Далее в полуинтервале $(t_1'', t_2']$ состояние изменяется по закону

$$Z(t) = U\{t, t_1^*, Z(t_1'' + 0), g_0'', \beta\}.$$

7. Если в момент t_{k+l}^* , $t_1'' < t < t_2'$, $l \geq 1$, $Z(t_{k+l}^*) \in Z_{g_1'', \beta}^y$, то

$$y^{k+l} = G''\{t_{k+l}^*, Z(t_{k+l}^*), g_1'', \beta\}.$$

8. Когда в момент t_2' приходит входной сигнал x_2' , то

$$Z(t_2' + 0) = V'\{t_2', Z(t_2'), g_1'', x_2', \beta\},$$

где

$$Z(t_2') = U\{t_2', t_1'', Z(t_1' + 0), g_1'', \beta\}.$$

Таким образом, рассмотрены все возможные случаи функционирования обобщенного агрегата А. Моделирование агрегата в самом общем виде связано с принципиальными трудностями, поэтому в настоящее время выделены некоторые классы агрегатов (кусочно-непрерывные, кусочно-линейные и марковские), для которых имеются эффективные способы практической реализации. Рассмотрим некоторые из этих классов.

Кусочно-непрерывные агрегаты (КНА). Класс КНА выделяется с помощью конкретизации структуры множеств X , Y , Z — пространств входных, выходных сигналов и состояний, а также операторов переходов и выходов H и G [5, с. 163].

Пространство состояний агрегата Z представляется в виде

$$Z = \bigcup_{\sigma} \Gamma_{\sigma},$$

где Γ_{σ} — замкнутое подмножество многомерного пространства E_{σ} с размерностью $|\sigma|$.

При этом состояние имеет структуру: $Z = (\sigma, Z_{\sigma})$, где σ — дискретная компонента (основное состояние), а Z_{σ} — вектор размерности $|\sigma|$ (вектор дополнительных координат), $Z_{\sigma} = (Z_{\sigma 1}, Z_{\sigma 2}, \dots, Z_{\sigma, |\sigma|})$. Если $|\sigma| = 0$, это значит, что в основном состоянии σ дополнительные координаты отсутствуют. Обозначим через γ_{σ} границу множества Γ_{σ} в пространстве E_{σ} , $\text{int } \Gamma_{\sigma} = \Gamma_{\sigma} \setminus \gamma_{\sigma}$ — внутренность Γ_{σ} .

Пусть $Z_{\sigma}^* \in \gamma_{\sigma}$. Зададим для каждого σ и $Z_{\sigma}^* \in \gamma_{\sigma}$ вероятности вида

$$p'\{(\sigma, Z_{\sigma}^*); (\sigma', \Omega_{\sigma'})\}, \quad \Omega_{\sigma'} \subset \text{int } \Gamma_{\sigma'},$$

$$p''\{(\sigma, Z_\sigma^*); (\sigma', \Omega_{\sigma'}^*)\}, \quad \Omega_{\sigma'}^* \subset \gamma_{\sigma'},$$

такие, что

$$\sum [p'\{(\sigma, Z_\sigma); (\sigma', \text{int } \Gamma_\sigma)\} + p''\{(\sigma, Z_\sigma^*); (\sigma', \gamma_{\sigma'})\}] = 1,$$

где p' — вероятность того, что основное состояние после мгновенного скачка равно σ' , а значение $Z_{\sigma'} \in \Omega_{\sigma'}$ при условии, что скачок произошел из точки (σ, Z_σ) ;

p'' — имеет аналогичный смысл, только скачок происходит на границу $\gamma_{\sigma'}$. В работе [5] показано, что P^k — вероятность того, что переход в точку $(\sigma', Z_{\sigma'})$ совершится за k «мгновенных» скачков. Далее для $Z_{\sigma'}(t)$ вновь определяется момент скачка (выход на границу) и вероятности перехода.

Описанные переходы происходят при выходе на границу дополнительной компоненты Z_σ (рис. 5.2.2).

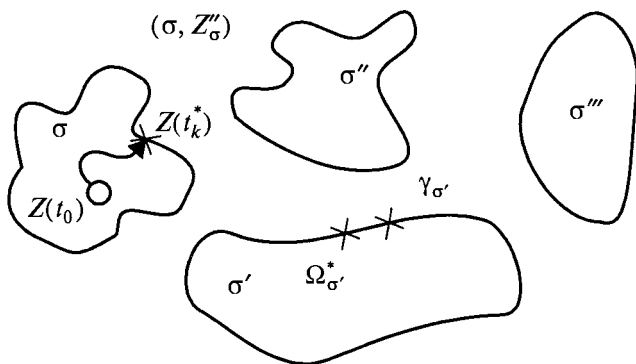


Рис. 5.2.2. Графическая иллюстрация состояний и переходов

Однако переход может осуществиться и от прихода входного сигнала. Вероятности перехода определяются по аналогии.

Кусочно-линейные агрегаты (КЛА). Класс КЛА — частный случай КНА, который получается, если вектор Z_σ описывает равномерное прямолинейное движение в Γ_σ :

$$\frac{dZ_\sigma}{dt} = -\alpha_\sigma,$$

где $\alpha_\sigma = (\alpha_{\sigma 1}, \alpha_{\sigma 2}, \dots, \alpha_{\sigma | \sigma|})$ — постоянный вектор.

Область Γ_σ при этом становится замкнутым многогранником в пространстве $|\sigma|$ измерений. Грани многогранников обозначаются $\gamma_{\sigma j}$, $j = 1, 2, \dots$, считается, что $\gamma_{\sigma i} \wedge \gamma_{\sigma j} = \emptyset$ для всех $i \neq j$.

Рассмотрим выход Z_σ на границу Γ_σ . Пусть $Z_{\sigma i}^* = Z(\tau) \in \gamma_{\sigma j}$. При этом мгновенно изменяется основное состояние и генерируется выходное сообщение. Вероятности P' и P'' задаются следующим образом. Если (σ, Z_σ^*) фиксировано, то $(\sigma', Z_{\sigma'})$ полностью определяется значением σ , $Z_\sigma^* \in \gamma_{\sigma j}$, случайным вектором η_σ^j . Зададим η_σ^j . Размерность η_σ^j обозначим через r_σ^j . Рассмотрим пространство $|\sigma| + r_\sigma^j$ и его разбиение на конечное число многогранников $\mathcal{D}_\sigma^{jk}$, $k = 1, \dots$, не обязательно связанных. Каждому $\mathcal{D}_\sigma^{jk}$ припишем вероятностное распределение $\{P_{\sigma\sigma'}^{jk}\}$, $\sum_{\sigma'} P_{\sigma\sigma'}^{jk} = 1$ и набор матриц $\{L_{\sigma\sigma'}^{jk}\}$. Размерность матрицы $L_{\sigma\sigma'}^{jk}$ равна $|\sigma'| \times (|\sigma| + r_\sigma^j)$. Припишем к дополнительным координатам Z_σ компоненты случайного вектора η_σ^j . Получившийся вектор (столбец) обозначим $(Z_\sigma, \eta_\sigma^j)$. Если $(Z_\sigma, \eta_\sigma^j) \in \mathcal{D}_\sigma^{jk}$, то новое состояние σ' выбирается в соответствии с распределением $\{P_{\sigma\sigma'}^{jk}\}$, а дополнительные координаты $Z_{\sigma'}$ определяются линейным преобразованием вектора $(Z_\sigma, \eta_\sigma^j)$ с матрицей $L_{\sigma\sigma'}^{jk}$, т.е.

$$Z_{\sigma'} = L_{\sigma\sigma'}^{jk}(Z_\sigma, \eta_\sigma^j).$$

Случай поступления входного сигнала (μ, X_μ) аналогичен. Таким образом, КЛА полностью определяется заданием множества основных состояний J , коэффициентами уравнений, задающих гиперплоскости $\gamma_{\sigma j}$, матрицами $L_{\sigma\sigma'}^{jk}$, $L_{\sigma\sigma'}^{\mu k}$, распределениями $\{P_{\sigma\sigma'}^{jk}\}$, $\{P_{\sigma\sigma'}^{\mu k}\}$, векторами α_σ , коэффициентами уравнений, задающих многогранники $\{\mathcal{D}_\sigma^{jk}\}$, $\{\mathcal{D}_\sigma^{\mu k}\}$, распределениями $\{\xi_\sigma^\mu\}$, $\{\eta_\sigma^j\}$ и конструктивными параметрами B .

Агрегативные системы. Агрегаты — элементарные блоки, из которых можно конструировать сложные образования — агрегативные системы [5]. Пусть S — агрегативная система, C_j — агрегат этой системы, $j = 1, 2, \dots$. Для системы S вводятся следующие предположения относительно характера взаимодействия агрегатов.

Предположение 1. Взаимодействие между системой и внешней средой, а также между агрегатами внутри системы осуществляется посредством передачи сигналов; взаимные влияния, имеющие место вне механизма обмена сигналами, не учитываются. Внешняя среда рассматривается как фиктивный агрегат C_0 .

Предположение 2. Для описания сигнала достаточно конечного набора характеристик $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Предположение 3. Элементарные сигналы передаются в системе независимо друг от друга по элементарным каналам, каждый из кото-

рых, будучи подключенным к выходу агрегата C_j , способен передавать элементарные сигналы, принадлежащие только агрегату C_j .

Предположение 4. К каждому входному или управляющему контакту подключается не более чем один элементарный канал, к каждому выходному контакту может быть подключено любое конечное число элементарных каналов при условии, что ко входу и управляющему входу одного и того же агрегата направляется не более чем по одному из этих каналов.

Соединения агрегатов в системе описываются при помощи **операторов сопряжения**. Обозначим множество входных и управляющих контактов агрегата C_j через $X_{n_j+s_j}$, для которого справедливо

$$\left[X_{i_j}^j \right]_1^{n_j+m_j} = \left[X_{i_j}^j \right]_1^{n_j} \cup \left[\Gamma_{S_j}^j \right]_1^{m_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n_j, \quad m_j = 1, 2, \dots, S_j.$$

Множество выходных контактов C_j обозначим $\left[Y_{l_j}^j \right]_1^{r_j}$. Пусть

$$\begin{aligned} \left[X_i \right]_N &= \bigcup_{j=0} \left[X_{i_j}^j \right]_1^{n_j+m_j}, \\ \left[Y_l \right]_N &= \bigcup_{j=0} \left[Y_{l_j}^j \right]_1^{r_j}. \end{aligned}$$

Рассмотрим для агрегатов j и $j+1$ отображение $\left[X_i \right]_N^j \rightarrow \left[Y_l \right]_N^{j+1}$ с областью определения $\left[X_i \right]_N^j$ и областью значений в $\left[Y_l \right]_N^{j+1}$, реализуемое оператором

$$Y_l^{j+1} = R(X_i), \quad j = \overline{0, N}.$$

Оператор R называется оператором сопряжения. Он ставит в соответствие $X_i^j \in \left[X_i \right]_N^j$ единственный контакт $Y_l^{j+1} \in \left[Y_l \right]_N^{j+1}$, соединенный элементарным каналом. В область определения R входят все входные и управляющие контакты всех агрегатов системы и агрегата C_0 . Кроме оператора R в агрегативных системах применяются его обратные значения R^{-1} и их модификации $(r, \hat{r}, r^{-1}, \hat{r}^{-1})$.

В некоторых случаях возникает необходимость разбивать агрегативную систему на подсистемы. Каждая такая подсистема описывается как отдельный агрегат.

Машинная реализация агрегативных систем. Постановка агрегативных систем на ЭВМ достаточно сложна, однако наличие работающего алгоритма — необходимое условие реализации агрегативных моделей.

В основе алгоритма лежит регистровый метод моделирования, когда каждому агрегату C_j отводится определенная часть памяти ЭВМ. Регистр содержит следующие данные:

t^j	σ^j	Z^j	Параметры j -го агрегата $j = 1, 2, \dots, N$
-------	------------	-------	--

t^j — очередной узловой момент j -го агрегата;
 σ^j — основная компонента состояния в момент t^j ;
 Z^j — вектор дополнительных координат в момент t^j .

Параметры агрегата — специальные подпрограммы, вычисляющие в нужный момент значения $P_{\sigma\sigma'}^{jk}$, $L_{\sigma\sigma}^{jk}$, $\{A_{\sigma}^j\}_{l=1}^{|\sigma|}$ и т.п.

Блок-схема моделирующего алгоритма приведена на рис. 5.2.3. Опишем основные моменты процесса моделирования.

Зашлем в регистры агрегатов начальные состояния и узловые моменты. После прихода входного сигнала определяется время выхода состояний агрегатов на границу τ . После нахождения $\tau_{\min}$ осуществляется проверка — какое событие происходит раньше: выдается выходной сигнал (от агрегата с минимальным временем $\tau_{\min}$) или поступление внешнего входного сигнала. В случае $t_0 + \tau \leq t_{\text{вх}}$ находятся номера агрегатов, для которых $\tau_j = \tau_{\min}$. Для этих агрегатов вычисляется состояние $Z^j(t_0 + \tau) = Z^j - \alpha_{\sigma}^j(t - t^j)$ и формируется выходной сигнал $y = f[Z^j(t)]$. После этого в j -м агрегате формируется скачок от выхода на границу. Далее при помощи матрицы сопряжения отыскиваются агрегаты, в которых осуществляются скачки от входного сигнала. В случае $t + \tau > t_{\text{вх}}$ аналогично работает другая ветвь алгоритма.

5.2.2. Агрегативная имитационная модель предприятия

Представим модель предприятия в виде обобщенной схемы и выделим основные функции, присущие ему. Независимо от вида выпускаемой продукции или оказываемых услуг на каждом предприятии имеет место кругооборот фондов. Они могут принимать различные формы, например, быть производственными запасами, незавершенным производством, готовой продукцией, фондом заработной платы и т.п. Характерная особенность фондов — то, что все они могут быть выражены в денежной форме, т.е. сопоставимы по размерности. Это позволяет построить модель кругооборота фондов и утверждать, что она может отражать главную функцию предприятия — производство

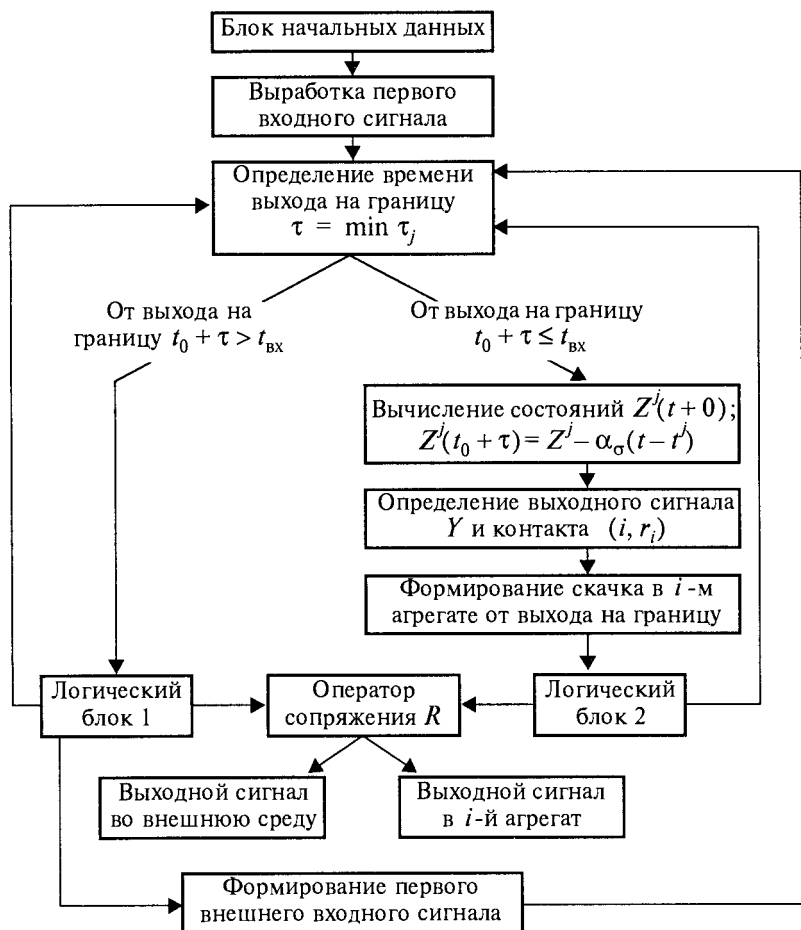


Рис. 5.2.3. Укрупненная блок-схема алгоритма функционирования агрегативной системы

продукции или услуг. Назовем модель, отображающую основную функцию объекта и, в частности, предприятия, **скелетной моделью**.

Таким образом, скелетная модель может быть представлена моделью кругооборота фондов на предприятии. К этой модели можно добавлять различные подмодели для вычисления других характеристик или параметров. Для этих параметров функционирование скелетной модели круговорота фондов будет источником исходной информации, которую можно преобразовать к любому нужному виду.

Предложенную модель можно настроить фактически на любой тип предприятия, поэтому ее можно считать типовой. При изменении типа предприятия скелетная часть модели не изменяется. Изменению подлежат лишь характеристики входных и управляющих сигналов, целевые функции, параметры тех или иных блоков модели, т.е. изменяются только настроечные характеристики, а структура такой модели остается постоянной.

Рассмотрим основные категории, связанные с кругооборотом фондов на предприятии. Основная часть имущества предприятия представлена **фондами предприятия**, которые находятся в трех взаимно-переходящих формах — денежной, производственной и товарной.

Денежные фонды предназначены для закупки нужных предприятию **средств производства** $T_{\text{сп}}$ и для **оплаты труда работников ЗП**.

Производственные фонды Π представлены в виде средств и предметов труда, необходимых для выполнения производительных функций.

Товарные фонды T существуют в виде готовой, но не реализованной продукции и услуг.

Фонды предприятия все время находятся в движении и переходят из одной формы в другую. Последовательное превращение фондов из одной формы в другую до возвращения в первоначальную форму называется **кругооборотом фондов** (рис. 5.2.4), который легко проследить по следующей известной формуле

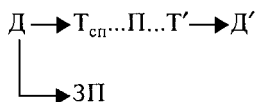


Рис. 5.2.4. Кругообороты фондов

где D — денежные средства; $T_{\text{сп}}$ — средства производства;

ЗП — заработная плата; Π — производственные фонды;

T' — готовая продукция (товарные фонды); D' — выручка за продукцию.

Движение фондов не прекращается с завершением одного цикла, а продолжается после реализации продукции. Таким образом, кругооборот повторяется снова и снова. Такой повторяющийся кругооборот фондов предприятия называется **оборотом фондов**. Время оборотов фондов складывается из времени производства и времени обращения.

Время производства включает рабочий период, время нахождения предметов труда в форме производственных запасов (ПЗ) и время воздействия физико-химических процессов на предмет труда в процессе незавершенного производства (НП).

Время обращения определяется временем нахождения готовой продукции (ГП) на складах предприятия, временем реализации (ГП), включая время транспортировки, и временем приобретения новых средств производства.

Таблица 5.2.1

Структура фондов предприятия

Производственные фонды (ПФ)						Фонды обращения (ФО)				
Основные средства (ОС)					Оборотные средства (ОБС)					
Основные производственные фонды (ОПФ)					Оборотные производственные фонды (ОБПФ)		Фонды обращения (ФО)			
Здания	Сооружения	Передаточные устройства	Машины и оборудование	Измерительные и регулировочные приборы	Прочие ОПФ	ПЗ	НП	РБП	ГП в пути и на складах	Средства в расчетах и денежные средства

Структура фондов предприятия представлена в табл. 5.2.1. Производственные фонды подразделяются на основные и оборотные производственные фонды (ОПФ, ОБПФ). В состав ОПФ входят созданные людьми средства труда. ОПФ, выраженные в денежной форме, называются **основными средствами (ОС)**. Оборотные средства (ОБС) включают ОБПФ и фонды обращения (ФО). Оборотные производственные фонды представляют предметы труда, существующие на предприятии, и определяются стоимостью производственных запасов (ПЗ), незавершенного производства (НП) и средств, идущих на расходы будущих периодов (РБП).

Фонды обращения состоят в основном из стоимости ГП на складах предприятия или отгруженной, но не оплаченной ГП и денежных средств предприятия в различных формах.

Структура фондов предприятия не дает полного представления о последовательности их перехода из одной формы в другую, поэтому рассмотрим взаимосвязь и движение элементов структуры фондов во времени (рис. 5.2.5).

Согласно рис. 5.2.5 предприятие функционирует следующим образом. Пусть к моменту времени t_0 в определенном месте были сосредоточены производственные ресурсы (ПР), трудовые ресурсы (ТР), материальные ресурсы (МР) в виде ПЗ, НП, неоплаченной ГП, финансовые ресурсы (ФР) и информационные ресурсы (ИР). Функционирование начинается от целенаправленного воздействия ТР на все другие виды ресурсов одновременно на всех участках схемы, а имен-

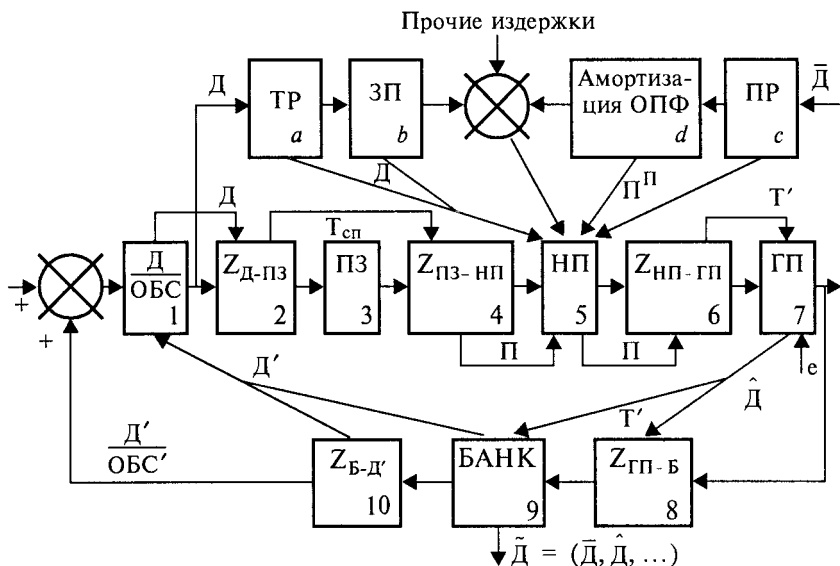


Рис. 5.2.5. Модель движения фондов на предприятии

но: расходуются $\frac{D}{OBS}$ на покупку ПЗ, ПЗ поступают в производство и переходят в НП, НП переходит в ГП, за проданную ГП получают выручку D' , часть которой по различным статьям отчисляется, а другая часть $\frac{D'}{OBS'}$ вновь становится оборотными средствами. Процесс протекает непрерывно. Элементы $Z_{д-пз}$, $Z_{пз-нп}$, $Z_{нп-гп}$, $Z_{гп-б}$, $Z_{б-д'}$ характеризуют задержки частей фондов на различных участках производственного процесса и время оборота ресурсов.

Движение ОБПФ осуществляется на участке 1–2–3–4–5 и $a-b-5$, причем в интервале 1–2 и $a-b-5$ это денежные фонды, на участке 2–3–4 это товарные фонды $T_{сп}$, а на интервале 4–5 это производственные фонды. Движение ОПФ происходит по линии $c-d-5$. На участке 5–6–7 ОПФ и ОБПФ двигаются совместно (5–6 производственные П и 6–7 товарные T' фонды). На участке $e-7$ в общий поток добавляются фонды обращения (ФО),двигающиеся как в товарной, так и в денежной формах. Далее на участке 7–8–9 происходит совместное движение ОПФ, ОБПФ и ФО в виде товарных фондов T' .

В точке 9 поток фондов разветвляется: часть фондов поступает на выплаты и отчисления $\tilde{D} = (\bar{D}, \hat{D}, \dots)$, а другая часть продолжает движение по линии 9–10–1 в виде денежных фондов, завершая, тем самым, круговорот фондов предприятия. Такова экономическая сущность функции производства на предприятии.

Формализация. Рассмотрим предприятие с S производственными процессами $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_S$, $\alpha = 1, 2, \dots, S$. Производственную функцию такого предприятия отражает совокупность $\{\pi_\alpha\}$. Пусть на вход предприятия поступает заявка, реализующаяся в одном из процессов π_α . Обозначим заявку, пришедшую на момент t_λ^* , через $t_{\lambda\alpha}^*$.

Для обслуживания заявок на предприятии имеется склад материальных ресурсов (МР), который пополняется сырьем и материалами в момент t_{vi}^{**} , где vi — номер поставки материала i -й номенклатуры, $i = 1, 2, \dots, n$. Для обеспечения процесса функционирования на предприятии имеются трудовые ресурсы (ТР), производственные ресурсы (ПР), финансовые ресурсы (ФР) и информационные ресурсы (ИР).

При работе предприятия обслуживаются заявки. Обслуживание включает три стадии: заявка в виде производственных запасов (ПЗ) — сырье и материалы (заявка в очереди), заявка в виде незавершенного производства (НП) — процесс обработки сырья и материалов и заявка в виде готовой продукции (ГП) на складе предприятия. Переход заявки из одной формы в другую представляет собой собственно процесс обслуживания (производственный процесс). Схема такого предприятия представлена на рис. 5.2.6.

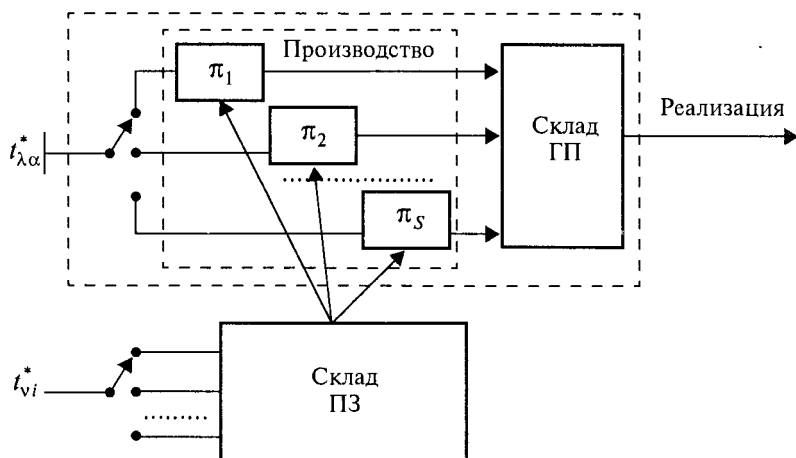


Рис. 5.2.6. Схема обобщенного предприятия

Рассмотрим агрегативную модель функции производства по час-тям для производственного процесса типа π_α (рис. 5.2.6 и 5.2.7).

Описание работы агрегата A_1 (спрос). Заявки, поступающие в систему, характеризуются общей функцией распределения вероят-

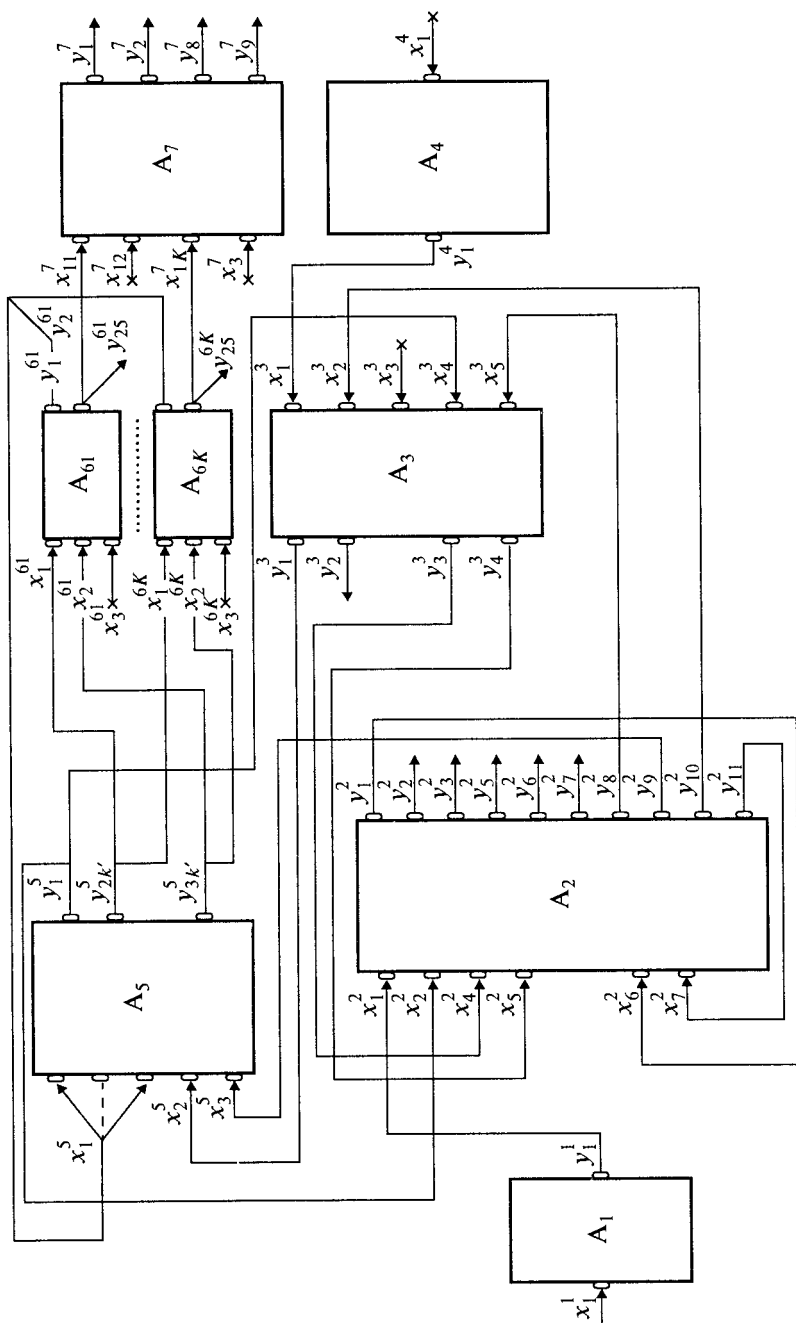


Рис. 5.2.7. Схема агрегативной имитационной модели функции производства (предприятия)

ностей моментов появления заявок $\varphi_\alpha(t_{\lambda\alpha}^*)$, функцией распределения заявок по производственным процессам $\varphi_i(t_{\lambda\alpha}^*)$, функциями распределения вероятностей величин объемов сырья и материалов, необходимых для реализации данной заявки $\{\varphi_i(t_{\lambda\alpha}^*)\}$, величиной объемов сырья и материалов, необходимых для реализации заявки по всем n номенклатурам $(v_{1k'}^\alpha, v_{2k'}^\alpha, \dots, v_{ik'}^\alpha, \dots, v_{n\bar{k}}^\alpha)$, где $k', \dots, \bar{k}, \dots, \bar{k}$ — индексы уровней квантования величин номенклатур сырья и материалов. Распределение $\varphi_i(t_{\lambda\alpha}^*)$ характеризует вероятности выбора определенного квантованного значения величины i -го материала или сырья. Для примера зададим закон φ_i в табличной форме (табл. 5.2.2).

Таблица 5.2.2

Распределение вероятности $\varphi_i(t_{\lambda\alpha}^*)$

$\varphi_i(t_{\lambda\alpha}^*)$	P_{i0}^α	P_{i1}^α	...	$P_{i\bar{k}}^\alpha$
$\bar{k}$	0	1	...	$\bar{k}$
$v_{i\bar{k}}^\alpha$	v_{i0}^α	v_{i1}^α	...	$v_{i\bar{k}}^\alpha$

Кроме значений $\{v_{i\bar{k}}^\alpha\}$, каждая заявка характеризуется индексом η_1^α , общей стоимостью сырья и материалов η_2^α , стоимостью затрат труда η_3^α и нормативным временем обработки η_4^α .

Агрегат A_1 (спрос) при моделировании удобнее представлять заранее сформированными потоками заявок для каждого производственного процесса. Вследствие этого для A_1 не задается формальный процесс функционирования.

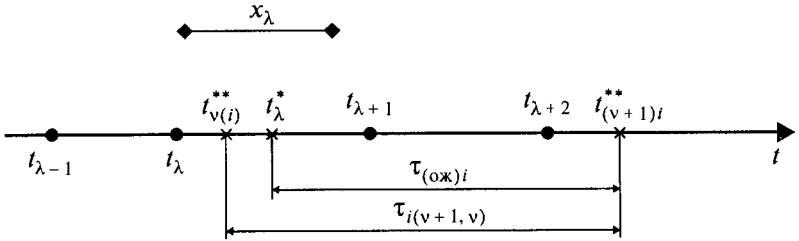
Описание агрегата A_2 (очередь). В зависимости от значений параметров и состояний модели требования на обслуживание могут быть либо приняты, либо поставлены в очередь на обслуживание, либо им выдается отказ. Рассмотрим взаимосвязи параметров модели с характеристиками заявок, поступающих в систему, а также выделим те, которые нужны для описания процесса функционирования всей агрегативной модели, и те, которые являются функциональными показателями обслуживания, не связанными с процессом функционирования.

Рассмотрим имитацию очереди для произвольного π_α (рис. 5.2.8).

Пусть:

$\{t_\alpha\}$ — некоторые фиксированные моменты времени, $t \in T$;

T — множество действительных чисел;

Рис. 5.2.8. Моменты времени для агрегата A_2

t_{λ}^* — момент прихода заявки на обслуживание в полуинтервале $x_{\lambda} \in (t_{\lambda}, t_{\lambda+1}]$, которая не может быть обслужена немедленно;

$t_{v(i)}^{**}$ — момент поставки сырья i -й номенклатуры;

v — номер поставки, i — номер номенклатуры сырья, $i = 1, 2, \dots, n$;

$\tau_{i(v+1, v)} = t_{(v+1)i}^{**} - t_{v(i)}^{**}$ — интервал времени между поставками сырья i -й номенклатуры;

$\tau_{(ож)i} = t_{(v+1)i}^{**} - t_{\lambda}^*$ — интервал ожидания поставки сырья i -й номенклатуры заявкой, пришедшей в момент t_{λ}^* .

Если величины $\{\tau_{(ож)i}\}$ известны, то время ожидания заявкой потребных сырья и материалов $\tau_{ож}^*$ можно найти:

$$\tau_{ож}^* = \max \{ \tau_{(ож)i} \}. \quad (5.2.1)$$

Зададим $T_{\max}$ — максимальное время ожидания заявки в очереди или $N_{\max}$ — максимально допустимое число заявок в очереди, причем $T_{\max} = N_{\max} t_{\text{ср}}$, $t_{\text{ср}}$ — среднее допустимое время ожидания заявки в очереди. Тогда в случае $T_{ож}^* > T_{\max}$ система выдает отказ, а при $T_{ож}^* \leq T_{\max}$ рассматриваются другие условия функционирования.

Пусть имеются необходимые МР, но вследствие ограниченной производственной мощности системы заявка не может быть обслужена немедленно и должна встать в очередь, дожидаясь, когда освободятся соответствующие производственные ресурсы (ПР). В этом случае необходимо проверить условие $\tau_{\text{пр}} \leq T_{\max}$, где $\tau_{\text{пр}}$ — время ожидания заявки в очереди из-за ограниченности ПР. Если это условие выполняется, то заявка может встать в очередь. В противном случае заявке дается отказ.

Аналогичная ситуация наблюдается при нехватке трудовых ресурсов (ТР), вызывающей неполную загрузку производственных мощностей. В этом случае возникает необходимость проверить условие $\tau_{\text{тр}} \leq T_{\max}$, где $\tau_{\text{тр}}$ — время ожидания заявки в очереди из-за нехватки ТР.

В качестве обобщения можно записать выражение, определяющее время ожидания заявкой обслуживания $\tau_{\text{ож}}$ с учетом рассмотренных выше случаев: $\tau_{\text{ож}} = \max \{ \tau_{\text{ож}}^*, \tau_{\text{пр}}, \tau_{\text{тр}} \}$. На основании вышеприведенных рассуждений рассмотрим очередь как агрегат. Основные сигналы и состояния этого агрегата таковы (табл. 5.2.3 и 5.2.4).

x_1^2 — при приходе сигнала (новая заявка в очередь) в агрегате A_2 происходит увеличение очереди на 1; если $\ell' + 1 \leq \ell$, то очередь остается без изменения, если $\ell' + 1 > \ell$, то заявке дается отказ. Выходной сигнал в первом случае показывает длину очереди y_6^2 , сигнал появления новой заявки y_1^2 и характеристику этой заявки $y_5^2 = \{v_i^{\ell'+1}\}$. Во втором случае появляются сигнал отказа y_2^2 и $y_5^2 = \{v_i^{\ell'+1}\}$ — характеристика заявки, получившей отказ.

x_2^2 — сигнал от агрегата A_5 (диспетчер) о запуске в производство какой-либо заявки. Вызывает следующие выходные сигналы: y_3^2 — характеристика заявки, направленной в производство, y_7^2 — время

Таблица 5.2.3

Сигналы агрегата A_2 (очередь)

Откуда	Обозначение	Входной контакт	Смысл
y_1^1	$\left. \begin{array}{l} 1, (0, 1) \\ \{x_i^{\ell'}\}, (0, \infty) \\ M_{n+1}, (1, \infty) \\ M_{n+2}, (0, \infty) \\ M_{n+3}, (0, \infty) \\ M_{n+4}, (0, \infty) \end{array} \right\} x_1^2$	1	Факт появления x_1^2 Объемные параметры сырья и материалов заявки Индекс заявки Общая стоимость сырья Стоимость работ по заявке Время обработки заявки
y_1^5	$x_2^2 = (0, 1)$	2	Сигнал об уменьшении очереди (от диспетчера)
y_3^3	$x_4^2 = (0, 1)$	4	Сигнал из склада о поиске новой заявки в очереди, для которой есть сырье и материалы
y_4^3	$x_5^2 = (0, 1)$	5	Сигнал изменения запаса на складе (проверка наличия сырья и материалов для заявок)
y_1^2	$x_6^2 = (0, 1)$	6	Сигнал поступления новой заявки в очереди (проверка наличия сырья и материалов для поступившей заявки)
y_{11}^2	$x_7^2 = (0, 1)$	7	Сигнал о необходимости запуска в склад новой заявки

Таблица 5.2.4

Внутреннее состояние агрегата A_2 (очередь)
 $(\ell', \delta, \{v_i^{\ell''}\}, \{\theta_{n+1}^{\ell''} - \theta_{n+4}^{\ell''}\}, \tau_{\ell''})$

Компонент	Предел изменения	Скорость	Смысл
ℓ'	$0 - \ell$	—	Номер последней заявки в очереди
$v_i^{\ell''}$	$0 - \infty$	0	Величина потребной i -й номенклатуры сырья или материала для заявки с индексом ℓ'' , $0 \leq \ell'' \leq \ell$
$\tau_{\ell''}$	$0 - \infty$	1	Время нахождения заявки в очереди
$\theta_{n+1}^{\ell''}$	$1, 2, \dots, \infty$	0	Индекс прошедшей заявки ℓ''
$\theta_{n+2}^{\ell''}$	$0 - \infty$	0	Общая стоимость сырья и материалов для заявки ℓ''
$\theta_{n+3}^{\ell''}$	$0 - \infty$	0	Стоимость работы по заявке ℓ''
$\theta_{n+4}^{\ell''}$	$0 - \infty$	0	Время обработки заявки ℓ''
δ	$0 - \ell$	—	Индекс заявки, для которой осуществляются проверочные операции

пребывания заявки в очереди, y_{11}^2 — сигнал запуска новой заявки в склад, y_8^2 — в очереди нет заявок.

x_4^2 — сигнал от агрегата на склад об отсутствии материала для заявки с индексом ℓ'' . При этом формируются выходные сигналы: y_{10}^2 — параметры новой заявки, запущенной на склад, если $\ell'' + 1 \leq \ell'$ и y_9^2 — сигнал об отсутствии в очереди заявок, на которые есть сырье при $\ell'' + 1 > \ell'$.

x_5^2 — сигнал, который появляется при изменении запаса на складе (приход новой поставки), ведущий к проверке заявок на предмет наличия сырья.

x_6^2 — сигнал о приходе новой заявки в очередь (от этого же агрегата y_1^2), который вызывает изменения, аналогичные сигналу x_4^2 .

x_7^2 — сигнал, требующий запуска новой заявки на склад (от y_{11}^2). Тождественен сигналу x_4^2 .

Описание работы агрегата A_3 (склад). Агрегат A_3 предназначен для обеспечения процесса производства МР. В функции A_3 лежит проверка наличия потребного сырья для очередной заявки и отправка этой заявки (при наличии материала) в A_5 для распределения на производственный участок. При необеспечении сырьем со склада поступает сигнал в A_2 на вызов следующей очередной заявки и вы-

полняются аналогичные проверочные операции с новой заявкой. Описание сигналов и состояний агрегата A_3 приведено в табл. 5.2.5 и 5.2.6.

Таблица 5.2.5

Сигналы агрегата A_3 (склад)

Место исхода сигнала	Обозначение	Входной контакт	Характеристика сигнала
y_1^4	$x_1^3 = \{1, \{x_{1i}^3\}\}, (0, 1), (0, \infty)$	1	Сигнал поставки сырья и материалов Величина поставки
y_{10}^2	$x_2^3 = (x_{21}, \dots, x_{2p}), (0, \infty)$	2	Необходимый запуск сырья и материалов для заявки, пришедшей из очереди
y^0	$x_3^3, (0, 1)$	3	Сигнал от внешнего оператора о выводе y_2^3 — величин запасов сырья и материалов
y_1^5	$x_4^3, (0, 1)$	4	Сигнал, фиксирующий запас (y_2^3) после отпуска сырья и материалов для очередной заявки
y_8^2	$x_5^3, (0, 1)$	5	Сигнал на вычеркивание из состояния агрегата параметров заявки (при отсутствии заявок на складе)

Таблица 5.2.6

Внутреннее состояние агрегата A_3 (склад)

$(\{\xi_i\}, \{\eta_i\}, \eta_{n+1}, \eta_{n+2}, \eta_{n+3}, \eta_{n+4})$

Компонент	Предел изменения	Скорость	Характеристика сигнала
$\xi_i, i = 1, 2, \dots, n$	$0 - \infty$	0	Величина запаса материала i -й номенклатуры на складе
η_i	$0 - \infty$	0	Величина потребности в i -м сырье или материале для заявки, находящейся на складе
η_{n+1}	$0, 1, 2, \dots, \infty$	—	Индекс заявки, пришедшей на склад
η_{n+2}	$0 - \infty$	0	Общая стоимость сырья и материалов заявки
η_{n+3}	$0 - \infty$	0	Стоимость работ по данной заявке
η_{n+4}	$0 - \infty$	0	Нормативное время обслуживания

x_1^3 — сигнал фиксирует поставку сырья и материалов на склад. Если в A_3 нет заявки ($\forall \{\eta_i = \emptyset\}$), то выдается сигнал y_2^3 , характеризующий запасы сырья. При наличии заявки на складе ($\exists \{\eta_i \neq \emptyset\}$) дополнительно выдается сигнал готовности склада дать сырье y_1^3 при ($\forall \{\eta_i \leq \xi_i + x_i\}$). Если ($\exists \{\eta_i > \xi_i + x_i\}$), то вместо y_1^3 появляется сигнал y_4^3 о вызове новой заявки на склад (если она там есть).

x_2^3 — сигнал характеризует приход на склад заявки на сырье ($\exists \{\eta_i \neq \emptyset\}$) и дает выходные сигналы: y_1^3 — готовность удовлетворить запрос на сырье, если запас больше или равен потребности ($\forall \{\eta_i \leq \xi_i\}$), и сигнал $y_3^3 = 1$, указывающий на невозможность удовлетворить данный запрос на сырье в случае ($\forall \{\eta_i > \xi_i\}$).

x_3^3 — сигнал от внешнего оператора, желающего в определенное время узнать запас на складе (y_2^3).

x_4^3 — сигнал, фиксирующий отпуск сырья со склада и уменьшение запаса (от агрегата «диспетчер»). Ему соответствует выходной сигнал запаса y_2^3 .

x_5^3 — сигнал, поступающий на склад при отсутствии заявок в очереди (вычеркивание из состояния A_3 параметров заявки).

Описание работы агрегата A_4 (поставщик). Поставки в систему сырья и материалов характеризуются функцией распределения величин номенклатур $\Psi_i(t_{vi}^{**})$ в поставке и функцией распределения моментов совершения поставок $\Psi(t_v^{**})$. Величины номенклатуры поставок ($v_{1p'}, \dots, v_{jp'p'p'p'}, \dots, v_{np'}$) задаются индексами уровней квантования $p', \dots, p'', \dots, \tilde{p}$ (табл. 5.2.7).

Таблица 5.2.7

Характеристика агрегата A_4 (поставщик)

$\Psi_i(t_{vi}^{**})$	ξ_{i0}	ξ_{i1}	...	$\xi_{i\tilde{p}}$
p''	0	1	...	$\tilde{p}$
$v_{1p''}$	v_{i0}	v_{i1}	...	$v_{1\tilde{p}}$

Закон распределения моментов времени совершения поставок или аналогичный ему закон распределения интервалов между поставками сырья и материалов $\Psi(\tau_{i(v+1, v)})$ формируется под действием статистики моментов выполнения соответствующих поставок и факторов управления поставками. Последние играют особую важную роль, если потребитель поставок имеет свободный рынок сырья и материалов. В этом случае интервалы между поставками $\{\tau_{i(v+1, v)}\}$ ста-

новятся детерминированными функциональными зависимостями, зависящими прежде всего от запасов этих видов сырья и динамики их расходования, например: $\tau_{i(v+1, v)} = f\left(\{v_{ip''}\}, \frac{d\{v_{ip''}\}}{dt}\right)$. В этом случае $\tau_{i(v+1, v)}$ могут быть сформированы вне агрегативной модели с помощью специальной подпрограммы.

При отсутствии свободного рынка материалов выбор $\tau_{i(v+1, v)}$ может быть осуществлен после изучения статистики поставок.

Агрегат A_4 имеет смысл вводить в модель только в случае, когда проводится анализ связей с поставщиками. В данном случае этот агрегат вводится фиктивно.

Описание работы агрегата A_5 (диспетчер). Агрегат A_5 выполняет следующие функции: проверяет наличие в системе незанятых производственных участков и, если таковые имеются, отправляет очередную заявку на свободный участок, освободившийся первым, дает сигнал в агрегат A_3 , уменьшающий запас сырья на величину израсходованного для заявки, запущенной в производство, и наконец посылает сигнал в агрегат A_2 на уменьшение очереди при запуске очередной заявки в производство. Описание сигналов и состояний этого агрегата приведено в табл. 5.2.8 и 5.2.9.

x_1^5 — сигнал, фиксирующий освобождение какого-либо канала обслуживания (НП_K). Ему соответствуют выходные сигналы: $y_1^5=1$ — сигнал в очередь на ее уменьшение и $y_2^5=1$ — сигнал запуска заявки на производственный участок K' .

x_2^5 — сигнал со склада, характеризующий его готовность обслужить заявку. При этом возникают выходные сигналы: y_1^5 — сигнал в очередь на выбор новой заявки и на склад на уменьшение запаса (при

Таблица 5.2.8

Сигналы агрегата A_5 (диспетчер)

Место исхода сигнала	Обозначение	Входной контакт	Характеристика сигнала
$\{y_{K'}^6\}$	$x_1^5 = \{x_{11}, \dots, x_{1K'}, \dots, x_{1K}\}, (0, 1)$	$1 - K$	Сигнал от освободившегося канала (канал свободен)
y_1^3	$x_2^5 = (1, \eta_{n+1} - \eta_{n+4}), (0, \infty)$	$K + 1$	Сигнал со склада о наличии заявки, сырья для нее и значения ее параметров
y_9^2	$x_3^5, (0, 1)$	$K + 2$	Сигнал при отсутствии заявок на обработку (на отсчет времени простоя)

Таблица 5.2.9

Внутреннее состояние агрегата A_5 (диспетчер) $(\{v_{K'}\}, \eta, \{\alpha_{K'}\}, \Psi_1 - \Psi_4)$

Компонент	Предел изменения	Скорость	Характеристика сигнала
$v_{K'}$	0, 1	—	Состояние канала K' (занят—свободен)
η	0, 1	—	Показатель, характеризующий наличие или отсутствие заявки у агрегата A_5
$\alpha_{K'}$	0, 1, ..., K	—	Номера освобождающихся каналов (приоритет по моменту освобождения)
$\Psi_1 - \Psi_4$	$0 - \infty$	—	Параметры заявки, находящейся у диспетчера

запуске заявки в производство) и $y_{2K'}^5$ — характеристика заявки, отправляемой на производственный участок K' .

x_3^5 — сигнал, фиксирующий отсутствие заявок в системе, которые можно обслужить. Возникает по двум причинам: в очереди нет заявок и в очереди нет ни одной заявки, для которой есть сырье. При появлении x_3^5 и освобождении производственного участка агрегат A_5 выдает сигнал $y_{3K'}^5$ на запуск отсчета времени простоя участка K' .

Агрегат A_6 (незавершенное производство). В A_6 происходит обслуживание заявок, пришедших на обработку. Время обработки заявки α_{15} определяется нормативным временем x_{15} (пришедшим во входном сигнале), скорректированным коэффициентом k . Рассмотрим структуру x_{15} и k .

Значение x_{15} можно определить различными способами: построить точную модель обработки заявок с учетом влияния всех основных факторов, подобрать статистическую зависимость, соответствующую эмпирическому распределению времени обработки, или вывести x_{15} исходя из мощности предприятия и др. Первые два способа дают более точные значения x_{15} , но неудобны по следующим причинам: точная модель обработки заявок чрезмерно сложна и пригодна только для одного типа производственного процесса; подбор статистической зависимости существенно проще, но позволяет определять x_{15} лишь для определенных типов потоков заявок. Поскольку предприятия имеют потоки заявок, зависящие не только от типа и мощности

предприятий, но и от субъективных факторов, то подбирать статистическую зависимость для определения x_{15} следует для каждого типа потока заявок, что не всегда возможно.

Несколько проще (но менее точно) можно найти x_{15} по мощности предприятия. Для каждого предприятия установлен план производства на год, месяц, день, по которому известны либо среднее плановое число заказов, например в день, либо средний объем производства в стоимостном или натуральном выражении. Обладая такими данными, можно посчитать время, затраченное на выполнение среднего заказа. Это время при нормальных условиях работы соответствует $x_{15}^H + \tau_{оч}^H$, где x_{15}^H — нормативное время непосредственной обработки заявки с учетом времени ожидания между операциями, $\tau_{оч}^H$ — нормативное время стояния заявок в очереди.

Однако фактическое время выполнения заказа $x_{15}^{фак}$ определяется величиной $x_{15}^H + \tau_{оч}^{фак}$, где $\tau_{оч}^{фак}$ — фактическое время стояния заявки в очереди, причем:

$$\tau_{оч}^{фак} = \tau_{оч}^H + \Delta\tau,$$

где $\Delta\tau$ — разница между фактическим и нормативным временем стояния заявки в очереди. Величину и знак $\Delta\tau$ легко найти:

$$\tau_{оч}^{фак} \leq \tau_{оч}^H \rightarrow \Delta\tau = (\tau_{оч}^{фак} - \tau_{оч}^H) \leq 0;$$

$$\tau_{оч}^{фак} > \tau_{оч}^H \rightarrow \Delta\tau = (\tau_{оч}^{фак} - \tau_{оч}^H) > 0.$$

Таким образом, $x_{15}^{фак}$ определится как

$$x_{15}^{фак} = x_{15}^H + \tau_{оч}^H + \Delta\tau = x_{15}^H + \tau_{оч}^{фак}.$$

В предлагаемой модели величина $\tau_{оч}^{фак} = \tau_{оч}^H + \Delta\tau$ определяется как время стояния заявки в очереди. Значение x_{15}^H можно получить как функцию мощности предприятия (норматива данного предприятия). На основании вышеизложенных рассуждений $x_{15} = x_{15}^H$.

Полученное значение $x_{15} = x_{15}^H$ соответствует определенной мощности производственного участка при его обеспеченности трудовыми ресурсами необходимой квалификации и т.п. Для анализа влияния отклонений параметров производственного участка от нормы на время обработки заявок x_{15} введем коэффициент k .

Коэффициент k — управляемый параметр, зависящий от производственной мощности участка (величины ПР), обеспеченности кадрами (величины ТР), надежности ПР, квалификации ТР ($\bar{K}^3$) и пр., т.е.

$$k = k(\Pi^1, \Pi^3, \Xi^1, \Xi^3, \bar{K}^3),$$

где Π^1 — производственные ресурсы участка в стоимостном выражении;

Π^3 — трудовые ресурсы участка в стоимостном выражении;

Θ^1 — надежность ПР;

Θ^3 — надежность ТР;

$\bar{K}^3$ — коэффициент квалификации.

Значения k можно получить, если определить связь k с каждым управляющим параметром отдельно, т.е.

$$k^{\Pi^1} = k^{\Pi^1}(\Pi^1), \quad k^{\Pi^3} = k^{\Pi^3}(\Pi^3), \quad \dots, \quad k^{K^3} = k^{K^3}(K^3),$$

тогда

$$k = k^{\Pi^1} k^{\Pi^3} k^{\Theta^1} k^{\Theta^3} \bar{K}^3.$$

Коэффициенты $k^{\Pi^1}, k^{\Pi^3}, k^{\Theta^1}, k^{\Theta^3}, \bar{K}^3$ можно определить при изучении статистической отчетности предприятий.

Влияние коэффициента k на время обработки заявки α_{15} удобно задавать элементарной функцией $\alpha_{15} = kx_{15}$. Порядок величины k лежит в пределах 0,1–10. Такой диапазон изменения k получен в результате исследования статистической информации о влиянии параметров производственного участка на время обработки заявок.

Способность к изменению времени обработки заявки α_{15} позволяет провести широкий круг исследований влияния параметров $\Pi^1, \Pi^3, \Theta^1, \Theta^3, K^3$ и пр. на эффективность обслуживания (время производственного цикла, величину очереди, величину простоя каналов обслуживания, общую величину затрат на производство, степень удовлетворения потребностей, рентабельность и пр.).

Входные сигналы для типового производственного участка с индексом K' таковы.

$x_1^{6K'}$ — сигнал, который фиксирует приход в агрегат A_6 заявки на обработку и все ее параметры. Выходной сигнал $y_{25}^{6K'} = \xi$ (вовне) возникает только в случае, если канал имеет простой $\xi \neq 0, \eta = 0$. Выход на границу происходит при окончании обслуживания заявки. Возникают сигналы $y_1^{6K'}, y_{20}^{6K'} - y_{24}^{6K'}$.

$x_2^{6K'}$ — сигнал $x_2^{6K'}$ приходит от диспетчера и запускает координату ξ в случае, если нет заявок для реализации.

$x_3^{6K'}$ — синхронизирующий сигнал. Выходы $y_{20}^{6K'} - y_{24}^{6K'}$.

Для упрощения схемы на рис. 5.2.5 выходные сигналы $y_{20}^{6K'} - y_{24}^{6K'}$ показаны в виде сигнала $y_2^{6K'}$, т.е. они являются составляющими выходного сигнала $y_2^{6K'}$. Описание сигналов состояний и переходов из одного состояния в другое приведено в табл. 5.2.10–5.2.13.

Таблица 5.2.10

Входные сигналы агрегата A_6 (незавершенное производство)

Место исхода сигнала	Обозначение	Входной контакт	Характеристика сигнала
y_{2K}^5	$x_1^{6K'} \begin{cases} x_{11} & (0,1) \\ x_{12} & (1,2,\dots,\infty) \\ x_{13} & (0,\infty) \\ x_{14} & (0,\infty) \\ x_{15} & (0,\infty) \end{cases}$	$\left. \begin{matrix} \vdots \\ 1 \end{matrix} \right\}$	Сигнал поступления заявки в обработку Индекс пришедшей заявки Общая стоимость сырья для заявки Стоимость работ по заявке Время обслуживания заявки
y_{3K}^5	$x_2^{6K'}(0,1)$	2	Сигнал отсутствия заявок на обработку (от диспетчера)
y_0^0	$x_3^{6K'}(0,1)$	3	Сигнал синхронизации выходов

Таблица 5.2.11

Состояние агрегата A_{6k} (незавершенное производство) $(\eta, \theta, \xi, v, \alpha_{13}, \alpha_{14}, \alpha_{15})$

Компонент	Предел изменения	Скорость	Смысл
η	$0-\infty$	-1	Время до конца обслуживания заявки
θ	$1, 2, \dots, \infty$	0	Индекс обрабатываемой заявки
ξ	$0-\infty$	+1	Время простоя канала
v	$0, 1$	—	Характеристика канала «свободен—занят»
α_{13}	$1, 2, \dots, \infty$	0	Общая стоимость сырья для заявки
α_{14}	$1, 2, \dots, \infty$	0	Стоимость работ по заявке
α_{15}	$0-\infty$	0	Время обслуживания заявки

Таблица 5.2.12

Переходы состояний агрегата A_{6k} (незавершенное производство)

Причина	Прежнее состояние	Новое состояние
1	2	3
$\eta = 0$	$\eta = 0, \theta = x_{12}, \xi = 0, v = 1,$ $\alpha_{13} = x_{13}, \alpha_{14} = x_{14},$ $\alpha_{15} = x_{15}k$	$\eta \neq 0, \theta = \emptyset, \xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15} = \emptyset$

Окончание табл. 5.2.12

1	2	3
$x_1^{6K'} = (1, \dots, K)$	$\eta = 0, \theta, \xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15}$ $\eta = 0, \theta, \xi \neq 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15}$	$\eta \neq 0, \theta, \xi = 0, v = 1,$ $\alpha_{13} = x_{13}, \alpha_{14} = x_{14},$ $\alpha_{15} = x_{15}k$ $\eta \neq 0, \theta = x_{12}, \xi = 0, v = 1,$ $\alpha_{13} = x_{13}, \alpha_{14} = x_{14},$ $\alpha_{15} = x_{15}k$
$x_2^{6K'} = 1$	$\eta = 0, \theta = 0, \xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15}$	$\eta = 0, \theta, \xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15}$

Таблица 5.2.13

Выходные сигналы агрегата A_{6k} (незавершенное производство)

Причина перехода в новое состояние	Состояние	Выходной сигнал	Выходной контакт	Номер контакта
$\eta = 0$	$\eta = 0, \theta = x_{12},$ $\xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = x_{13},$ $\alpha_{14} = x_{14},$ $\alpha_{15} = x_{15}k$	$y_1^{6K'} = 1$ (окончание обслуживания заявки — освобождение канала) $y_{20}^{6K'} = 1$ (момент перехода заявки в ГП) $y_{21}^{6K'} = \theta$ (индекс заявки) $y_{22}^{6K'} = \alpha_{13}$ (общая стоимость сырья заявки) $y_{23}^{6K'} = \alpha_{14}$ (стоимость работ по заявке) $y_{24}^{6K'} = \alpha_{15}$ (время обслуживания заявки)	y_1 y_{20} y_{21} y_{22} y_{23} y_{24}	1 2
$x_1^{6K'} = 1$	$\eta \neq 0, \theta \neq \emptyset,$ $\xi = 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15} = \emptyset$ $\eta \neq 0, \theta = \emptyset,$ $\xi \neq 0, v = 0,$ $\alpha_{13} = \alpha_{14} = \alpha_{15} = \emptyset$	$\left. \begin{array}{l} \} \\ \} \end{array} \right\}^{6K'} \text{ (время простоя канала)}$	y_{25}	2
$x_3^{6K'} = 1$	$\eta, \theta, \xi, \alpha_{13}, \alpha_{14}, \alpha_{15}$	$y_{21}^{6K'} = \theta, y_{22}^{6K'} = \alpha_{13}, y_{23}^{6K'} = \alpha_{14},$ $y_{24}^{6K'} = \alpha_{15}, y_{25}^{6K'} = \xi$	$y_{21} - y_{25}$	2

Описание работы агрегата A_7 (ГП). Агрегат A_7 предназначен для определения времени нахождения готовой продукции (заявок) на складе ГП, а также для запоминания и выдачи в определенный момент параметров ГП (заявок).

$x_{1K'}^7$ — один из выходных сигналов, подаваемый от агрегата A_{6K} , фиксирующий момент перевода в ГП очередной обработанной заявки и параметры этой заявки. Сигнал $x_{1K'}^7$ выходов не формирует.

$\xi_{\ell''} = 0$ — выход на границу, характеризующий момент реализации заявки ℓ'' . Выходные сигналы y_1^7, y_2^7 .

x_3^7 — синхронизирующий сигнал. Выходы $y_7^7 - y_8^7$.

Подробное описание сигналов состояний и их переходов приведено в табл. 5.2.14–5.2.17.

Таблица 5.2.14

Входные сигналы агрегата A_7 (готовая продукция)

Место исхода сигнала	Обозначение	Входной контакт	Характеристика сигнала
$y_2^{6K'}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1, \quad (0,1) \\ \alpha_1, \quad (1,2,\dots,\infty) \\ \alpha_2, \quad (0,\infty) \\ \alpha_3, \quad (0,\infty) \\ \alpha_4, \quad (0,\infty) \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} 1$	Момент появления заявки в виде ГП Индекс заявки Стоимость материала заявки Стоимость работ заявки Время обработки заявки в агрегате A_{6K}
y_0^0	$x_3^7, (0,1)$	$K+1$	Синхронизирующий сигнал

Таблица 5.2.15

Внутреннее состояние агрегата A_7 (готовая продукция)

$(v, [\xi_{\ell'}, \alpha_1^{\ell'}, \alpha_2^{\ell'}, \alpha_3^{\ell'}, \alpha_4^{\ell'}, \alpha_5^{\ell'}]), \ell' = 1 - v$

Компонент	Предел изменения	Скорость	Смысл
1	2	3	4
v	$0, 1, \dots, \infty$	0	Число заявок в виде ГП
$\xi_{\ell'}$	$0 - \infty$	-1	Время, оставшееся до реализации заявки с индексом ℓ'
$\alpha_1^{\ell'}$	$1, 2, \dots, \infty$	0	Исходный индекс заявки

Окончание табл. 5.2.15

1	2	3	4
$\alpha_2^{\ell'}$	$0-\infty$	0	Стоимость сырья и материалов для заявки
$\alpha_3^{\ell'}$	$0-\infty$	0	Стоимость работ для заявки
$\alpha_4^{\ell'}$	$0-\infty$	0	Время обработки заявки в агрегате A_{6K}
$\alpha_5^{\ell'}$	$0-\infty$	0	Время нахождения заявки на складе в виде ГП

Таблица 5.2.16

Переходы состояний агрегата A_7 (готовая продукция)

Причина перехода в новое состояние	Прежнее состояние	Новое состояние
$x_{1K'} = \{1, \eta_1 - \eta_4\}$	$v, (\xi_1, \alpha_1^1, \alpha_2^1, \alpha_3^1, \alpha_4^1, \alpha_5^1), \dots$ $\dots, (\xi_{ v }, \alpha_1^{ v }, \alpha_2^{ v }, \alpha_3^{ v }, \alpha_4^{ v }, \alpha_5^{ v })$	$v+1, (\xi_1, \alpha_1^1, \alpha_2^1, \alpha_3^1, \alpha_4^1, \alpha_5^1), \dots$ $\dots, (\xi_{ v+1 }, \alpha_1^{ v+1 }, \alpha_2^{ v+2 }, \alpha_3^{ v+3 }, \alpha_4^{ v+4 }, \alpha_5^{ v+5 })$
$\xi_{\ell'} = 0$	$v, \dots, (\xi_{\ell'} = 0, \alpha_1^{\ell'}, \alpha_2^{\ell'}, \alpha_3^{\ell'}, \alpha_4^{\ell'}, \alpha_5^{\ell'}), \dots$ $\dots, (\xi_{ v }, \alpha_1^{ v }, \alpha_2^{ v }, \alpha_3^{ v }, \alpha_4^{ v }, \alpha_5^{ v })$	$v-1, \dots, (\xi_{\ell'} = \xi_{\ell'+1}, \alpha_1^{\ell'} = \alpha_1^{\ell'+1}, \alpha_2^{\ell'} = \alpha_2^{\ell'+1}, \alpha_3^{\ell'} = \alpha_3^{\ell'+1}, \alpha_4^{\ell'} = \alpha_4^{\ell'+1}, \alpha_5^{\ell'} = \alpha_5^{\ell'+1}), \dots$ $\dots, (\xi_{ v } = \xi_{ v+1 }, \alpha_1^{ v } = \alpha_1^{ v+1 }, \alpha_2^{ v } = \alpha_2^{ v+1 }, \alpha_3^{ v } = \alpha_3^{ v+1 }, \alpha_4^{ v } = \alpha_4^{ v+1 }, \alpha_5^{ v } = \alpha_5^{ v+1 })$

Настройка типовой модели на реальный тип предприятия осуществляется путем имитации потоков входных, управляющих сигналов, а также параметров системы. К этой типовой модели можно присоединить различные подмодели, вычисляющие необходимые производственные характеристики.

Возьмем в качестве примера модель предприятия, работающего на рынок с дискретным поступлением заказов (заявок). Это могут быть предприятия бытового обслуживания, торговли, промышленные предприятия особого типа (за исключением предприятий с не-

Таблица 5.2.17

Выходные сигналы агрегата А₇ (готовая продукция)

Причина перехода в новое состояние	Состояние	Входной сигнал	Выходной контакт	Номер кой-такта
$\xi_{\ell'} = 0$	$v, \dots, (\xi_{\ell'} = 0, \alpha_1^{\ell'}, \alpha_2^{\ell'}, \alpha_3^{\ell'}, \alpha_4^{\ell'}, \alpha_5^{\ell'}), \dots$ $\dots, (\xi_{ v }, \alpha_1^{ v }, \alpha_2^{ v }, \alpha_3^{ v }, \alpha_4^{ v }, \alpha_5^{ v })$	$y_1^7 = 1$ (момент выхода ГП)	y_1^7	1
		$\left. \begin{aligned} y_{21}^7 &= \alpha_1^{\ell'} \\ y_{22}^7 &= \alpha_2^{\ell'} \\ y_{23}^7 &= \alpha_3^{\ell'} \\ y_{24}^7 &= \alpha_4^{\ell'} \\ y_{25}^7 &= \alpha_5^{\ell'} \end{aligned} \right\} \text{параметры реализованной ГП}$	y_2^7	2
$x_3 = 1$	$v, \dots, (\xi_{\ell'}, \alpha_1^{\ell'}, \alpha_2^{\ell'}, \alpha_3^{\ell'}, \alpha_4^{\ell'}, \alpha_5^{\ell'}), \dots$	$y_8^7 = \sum_{\ell'=1}^{ v } \alpha_2^{\ell'}$	y_8^7	8
		$y_9^7 = \sum_{\ell'=1}^{ v } \alpha_3^{\ell'}$	y_9^7	9

прерывным производственным циклом), аэропорты, железнодорожные вокзалы и т.п.

На основе данной имитационной модели, например, для предприятия бытового обслуживания могут решаться следующие задачи:

1. Определение среднего числа отказов в реальной системе обслуживания.

2. Определение среднего времени ожидания обслуживания.

3. Нахождение средней длины очереди на обслуживание.

4. Исследование влияния различных типов потоков заявок и их сезонности на систему, изучение влияния характеристик потока заявок на показатели обслуживания (число отказов, время обслуживания, длину очереди и пр.).

5. Выбор структуры предприятия по заданному характеру потока заявок и показателей обслуживания.

6. Оптимальный выбор мощности предприятия по величине входного потока.

7. Нахождение оптимального числа участков предприятия и их мощности, надежности, стоимости.

8. Моделирование объединения предприятий бытового обслуживания; основные показатели функционирования, структура объединения и ее оптимизация.

9. Моделирование региональной службы быта (комплекс предприятий различных видов услуг).

10. Изучение потока поставок по материально-техническому снабжению, влияния характеристик потока на показатели функционирования предприятия, объединения, регионального комплекса обслуживания быта (величина запаса, величина оборотных средств, рентабельность, надежность функционирования, время производственного цикла и т.п.).

11. Оптимизация запасов сырья и материалов, определение оптимальных соотношений: мощность предприятия — величина запасов.

12. Оптимальное размещение предприятий службы быта в регионе.

13. Размещение и выбор мощности предприятия службы быта в регионе.

14. Имитирование типов объединений в регионе и выбор оптимального типа.

15. Оптимальное планирование потребностей в бытовых услугах, имитационное управление рекламой.

16. Оптимальное размещение, выбор структуры, мощности предприятий бытового обслуживания.

17. Прогнозирование структуры организации бытового обслуживания.

18. Выбор структуры организации бытового обслуживания регионов со специфическими характеристиками.

19. Изучение влияния на структуру системы бытового обслуживания и уровень обслуживания дефицитности ресурсов (трудовых, производственных, материальных, информационных, финансовых).

20. Имитирование комплекса «сфера обслуживания» в регионе.

Возможно создание имитационной модели предприятия, работающей в реальном времени, и проведение на ней различных экспериментов по учету возникающих в процессе функционирования предприятия изменений, возмущений и т.п., как внешних, так и внутренних. Таким образом можно создать аналог работающего предприятия в реальном времени в виде имитационной модели, похожей на те модели, которые применяются в космонавтике при контроле за действующими орбитальными станциями и космическими кораблями.

Предложенная агрегативная имитационная модель может быть реализована не только в агрегативной форме, но и в форме универсальной имитационной модели, основы построения которой изложены в следующей главе.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие математические схемы применяются при имитационном моделировании?
2. Какова суть метода Монте-Карло?
3. Что такое система массового обслуживания (СМО)?
4. Опишите понятия «агрегат» и «агрегативная система».
5. В чем заключается имитационное моделирование СМО?
6. Что такое поток заявок на обслуживание? Каковы типы потоков?
7. Что такое обслуживающая система?
8. Что такое поток однородных событий?
9. Что такое поток с ограниченным последствием?
10. Опишите стационарные и ординарные потоки.
11. Дайте определение потока Пуассона.
12. Что такое функция плотности вероятности потока?
13. Раскройте понятие интенсивности потока.
14. Что такое регулярные и нерегулярные потоки?
15. Как определяется разрежение и объединение потоков?
16. Что такое очередь на обслуживание?
17. Каково время обслуживания заявки?
18. Как формируются случайные потоки событий?
19. Опишите модель формирования потока событий с учетом сезонности.
20. Определите размерность входных потоков при имитационном моделировании.
21. Что такое моделирующие алгоритмы?
22. Как осуществляется моделирование одноканальной СМО?
23. Напишите алгоритм моделирования в операторной форме для одноканальной СМО.
24. В чем отличие модели многоканальной СМО от одноканальной?
25. Опишите агрегат Бусленко.
26. Что такое кусочно-непрерывные и кусочно-линейные агрегаты?
27. Что такое матрицы сопряжения агрегатов?
28. Что такое агрегативные системы?
29. Опишите агрегативную имитационную модель предприятия.
30. В чем заключаются трудности реализации агрегативных систем в рамках имитационных моделей?

6.1. Сходства и различия имитационных подходов

Попытки создать универсальный аппарат для имитационного моделирования предпринимались неоднократно как российскими учеными, так и нашими коллегами за рубежом. Во введении многие из ученых, имеющих отношение к этой проблеме, были названы. Как оценить сделанное в этой области?!

Практически все попытки создать что-нибудь новое в теории и практике имитационного моделирования опираются на уже существующие подходы, поэтому они — «платформа» дальнейшего развития этого направления науки. Кроме того, теория имитационного моделирования все больше использует общие направления общественного познания, включая философию, теоретическую кибернетику¹, а также отдельные направления прикладной кибернетики и, в частности, теории систем; принятия решений; автоматов; кодирования и т.п. Особая роль в этом перечне принадлежит исследованиям У.Р. Эшби, которому удалось создать стройную, взаимосвязанную, непротиворечивую и, по нашему мнению, до настоящего времени непревзойденную систему понятий теоретической кибернетики. Введенные им понятия «машина», «разнообразие», «сложность», «черный ящик» и многие другие позволяют отождествлять процессы управления, происходящие фактически в любых объектах, включая человека и человеческие коллективы как объекты управления. До настоящего времени не обнаружено каких-либо физических процессов, которые могут быть измерены способом, не подчиняющимся законам Эшби. Единственным спорным вопросом, который еще не ре-

¹ Под теоретической кибернетикой понимается наука об управлении в живом и машинах. Это определение было дано основателем кибернетики Н. Винером. В настоящее время кибернетика распалась на множество направлений и приложений: экономическую кибернетику, техническую кибернетику, оптимальные методы и т.д.

шен, является вопрос о материальности или нематериальности мышления (мысли) человека, что вплотную подходит к проблеме идеального, проблеме духа и мышления, к признанию или отрицанию единого творца (бога). Однако не будем касаться этих сложных и противоречивых вопросов, которые также могут оказывать влияние на имитационное мировоззрение.

Естественно, когда речь заходит о моделировании реальных социальных, экономических или технических систем, то основы этих наук являются необходимой питательной средой при построении реальных имитационных моделей.

Таким образом, теоретическая база имитационного моделирования представляет собой целый спектр самых современных общечеловеческих знаний об управлении обществом и его объектами, включая, естественно, разделы математики, такие, как теория множеств, высшая алгебра, оптимальные математические методы, математическая статистика и т.п.

Учитывая все сказанное выше, попытаемся определить различия между многими существующими подходами к имитационному моделированию и нашей точкой зрения на этот процесс. Большинство, если не все, авторы того или иного подхода к имитационному моделированию решали задачу примерно в следующей последовательности (рис. 6.1.1).

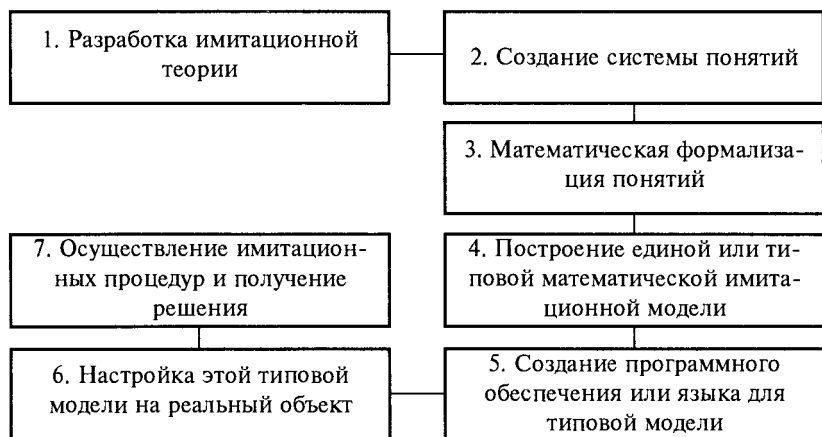


Рис. 6.1.1. Схема имитационного подхода

Яркий пример такого подхода — теория агрегативных систем Н.П. Бусленко. Именно эта теория в значительной степени используется нами для создания имитационных моделей.

Однако большинство подходов, как и подход Н.П. Бусленко, предполагает мысль о том, что любой достаточно сложный объект можно описать математически, т.е. построить математическую теорию поведения объекта. Как только эта мысль воплощается в практическую теорию, оказывается, что теорию легко построить для простых систем, например, для линейных, кусочно-линейных, для систем, описываемых дифференциальными уравнениями, для конечных автоматов, теории игр, СМО и т.п. Вместе с тем, как только число рассматриваемых вариантов или разнообразие объекта начинает приближаться к реальности, т.е. не поддаваться логической умозрительной оценке, теория на этом заканчивается.

Практика имитационного моделирования, использующая такие теории, фактически или не развивалась, или развивалась, используя знания экспертов о поведении того или иного объекта, т.е. начинала использовать различные эвристические подходы, которые во многих случаях были весьма эффективными.

Мысли об этом приходили и Н.П. Бусленко, однако большинство его учеников имели большую склонность к математическим подходам и увели его на путь построения математических имитационных моделей, см., например, работу В.В. Калашникова [26] и т.п.

Идея агрегативного подхода в целом весьма продуктивна до тех пор, пока идет формализация понятий сложной системы и введение универсальной модели сложной системы под названием «агрегат». Как только вводится единое понятие сложной системы «агрегат», сразу возникает желание обкатать его на различных математических схемах и рассматривать его как нечто универсальное. Однако это универсальное понятие не идет дальше каждой из рассматриваемых математических схем или теорий, будь то теория линейных систем, систем, описываемых дифференциальными уравнениями, конечных автоматов и т.п. Этот подход может привести только к обобщению указанных математических схем в более общую теорию, что само по себе продуктивный и интересный предмет математических исследований, не имеющий, однако, ничего общего с развитием теории имитационного моделирования сложных систем. Вообще, когда мы говорим об имитационном моделировании, то имеем в виду моделирование исключительно сложных систем, так как простые системы легко моделировать практически любым математическим аппаратом.

С учетом сказанного выше предлагаемый подход не приемлет создания единой математической теории или одной универсальной схемы моделирования, например типа агрегата. Мы предполагаем, что имитационное моделирование должно базироваться не на одном универсальном агрегате, который можно настроить на любой объект

или его отдельные части и описать математически. Наоборот, должно быть множество блоков, выполняющих типовые функции, и при создании блок-схемы имитационной модели каждый элемент реального объекта должен быть замещен блоком, выполняющим функцию, сходную с той, которая имеет место в реальности. Какие же это должны быть блоки? Для примера скажем, что данные блоки должны выполнять элементарные функции, например: логические, задержки во времени, интегрирование, суммирование, релейное переключение и т.п. Причем анализ показывает, что таких типовых блоков не будет слишком много, примерно несколько десятков. Существует **сходство имитационных моделей с аналоговыми моделями**, последние имеют несколько десятков типовых блоков, позволяющих построить весьма сложные модели, решение которых аналитическими методами или трудно или невозможно.

Однако аналоговые модели рассчитаны на применение в технических системах и представляют собой своеобразный метод численного решения систем линейных и нелинейных уравнений, т.е. они моделируют объекты, элементы которых описаны, например, множеством дифференциальных уравнений, включая нелинейные. Такими объектами являются самолеты, ракеты, космические корабли и другие более простые технические устройства. Аналоговое моделирование трудно было применить при описании сложных социально-экономических объектов в связи с тем, что оно ориентировалось на исследование исключительно технических систем. Автору известна лишь одна попытка (в 60-х годах) директора Института автоматики и телемеханики АН СССР академика В.А. Трапезникова перенести подходы аналогового моделирования на исследование экономических объектов. Однако она не была поддержана экономистами, видимо, вследствие чрезвычайной новизны подхода, отсутствия достаточной формализации экономических объектов и неразвитости экономико-математических исследований в тот период. Кроме этого, в 70-е и 80-е годы аналоговое моделирование и аналоговые вычислительные машины в основном были замещены цифровой вычислительной техникой и цифровыми моделями. Эти модели способны, с одной стороны, более эффективно и точно решать системы уравнений, однако, с другой, в значительной степени деформировали подходы аналогового моделирования, в котором каждый моделируемый объект воссоздавался в модели путем эквивалентного замещения элементов объекта типовыми блоками.

Принципы аналогового моделирования получили дальнейшее развитие лишь в рамках имитационного моделирования в форме агрегативных систем при условии, что агрегаты представляют типовые

блоки, моделирующие различные функции сложных социально-экономических объектов.

Таким образом, **каждый блок имитационной модели, о котором говорилось выше, может и должен быть описан математически, однако взаимодействие между этими блоками в рамках общей блок-схемы модели не может и не должно определяться в терминах какой-либо математической теории.** При этом, естественно, необходимо соблюдать сопоставимую размерность и масштаб для каждого моделируемого элемента. Общее решение, полученное на такой модели, будет иметь место только тогда, когда на вход блоков будут поданы соответствующие входные сигналы или потоки данных, от каждого блока сигнал в сопоставимой форме пройдет по всем другим блокам, эти сигналы преобразуются от влияния этих блоков и после завершения потока входных данных (сигналов) мы получим в необходимом месте потоки выходных данных, учитывающих действие каждого функционального блока.

Таким образом, если анализировать схему, приведенную на рис. 6.1.1, то наш подход приемлет первые три блока, полностью отвергает построение единой или типовой математической имитационной модели (блок 4), а также блок 5 — создание программного обеспечения или языка для типовых моделей и блок 6 — настройка типовой модели на реальный объект.

Предлагаемая схема может выглядеть следующим образом (рис. 6.1.2). В этой схеме в отличие от применяемых ранее вводится три новых блока 8–10. Рассмотрим эту схему. Блок 3 выполняет примерно одинаковые функции формализации понятий. К ним относятся математические описания систем и их атрибутов (входов, выходов, состояний, параметров и т.п.); математические способы сопряжения систем и их элементов; способы задания целевых установок или целевых функций; основные принципы формирования потоков входных данных; методы управления ими и способы установления сопоставимых размерностей, а также некоторые другие методы, включая, например, методы композиции и декомпозиции объектов, формирования иерархических схем и т.д. Эти вопросы были рассмотрены ранее. Блоки 4–6 замещаются принципиально другими. Так, блок 8 заменяет блок 4. Здесь отличие заключается в том, что, используя теорию данного объекта, необходимо построить имитационную модель реальной системы в тех терминах и понятиях, в каких она существует в реальности, а затем провести ее формализацию. Например, на рис. 5.2.5 приведена модель движения фондов. Во многих учебниках экономики содержатся другие, наверное, гораздо более интересные, примеры построения блок-схем реальных объектов. Однако та-

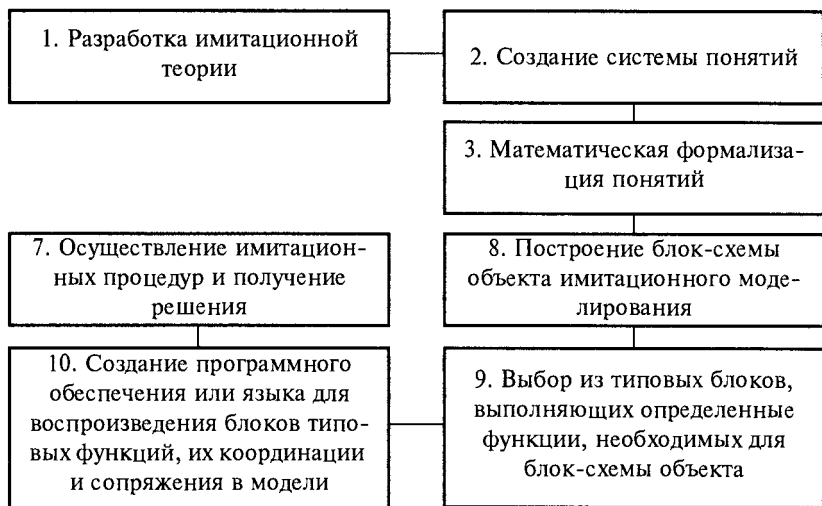


Рис. 6.1.2. Схема нового имитационного подхода

кие блок-схемы нас не устраивают своей детализацией, поэтому на каком бы экономическом или другом языке ни изображались блок-схемы объектов, для их имитационного моделирования нужна их детализация и формализация, т.е. каждое используемое понятие должно быть зафиксировано каким-то символом, должны быть заданы входные воздействия или входные потоки в определенной форме. Это же касается целевых установок или целей объекта и его элементов. Степень дробления или дезагрегации (декомпозиции) реального объекта должна обеспечить примерно равную значимость отдельных блоков и т.п.

Таким образом, построенная блок-схема объекта имитационного моделирования должна быть изображена в формализованном виде на языке систем (см. гл. 1, а также п. 5.2.1).

Эта первая, или постановочно-формализационная, часть работы должна максимально учитывать опыт специалистов по данному объекту. Далее осуществляется более простая процедура замещения отдельных частей или элементов построенной модели на типовые блоки с тождественными функциями (блок 9). Например, если имеет место какая-то логическая операция, то вводится соответствующий логический блок. На многих объектах имеется диспетчер или менеджер, действующий по инструкции, как поступать в той или иной ситуации. Как правило, он может быть представлен логическим блоком, реагирующим на те или иные переменные и поступающим

таким образом, какая логическая фраза в него заложена. Например, в большинстве крупных банков, работающих с населением, имеется должность диспетчера, направляющего клиента в то окно, которое свободно и которое выполняет функции, нужные данному клиенту.

Другим примером может быть блок, выполняющий функцию задержки во времени какого-нибудь процесса или объекта. Допустим, есть СМО, в которую пришла заявка и которую она обрабатывает какое-то время t , после чего дает сигнал о завершении обработки заявки. Это может быть также какой-то релейный блок, который в зависимости от уровня входного сигнала выдает выходной сигнал определенного вида и в определенном направлении.

Если в объекте моделирования входной сигнал преобразуется в определенный функционал, то необходимо иметь типовые функциональные блоки. Когда функционал имеет детерминированный характер, функциональный блок воспроизводит детерминированную функциональную зависимость. Если зависимость носит вероятностный характер, то блок должен воспроизводить случайную функцию. При этом следует указать, что способ получения заданных случайных зависимостей давно используется в статистическом моделировании (метод Монте-Карло) и может быть заимствован отсюда. В реальных моделях часто требуется не только воспроизводить случайную функцию, а применять эмпирические зависимости, т.е. использовать реальные данные в преобразователях и т.п. Гораздо легче в имитационных моделях реализовать блоки, имеющие теоретические распределения, так как их легко преобразовывать, меняя интенсивность или другие параметры распределений.

Таким образом, спектр функциональных блоков при огромном разнообразии детерминированных или случайных зависимостей содержит всего три типа блока: детерминированный функциональный преобразователь, функциональный преобразователь случайных зависимостей и функциональный преобразователь эмпирических величин.

В массовом порядке в имитационных моделях применяются сумматоры, умножители, делители, разветвители, инверторы, которые легко описываются и идентифицируются в реальных моделях. Описание таких преобразователей существует в теории аналогового моделирования.

Типовые блоки, используемые в имитационных моделях, могут отображать фактически любые математические схемы, включая схемы теории игр, конечных автоматов, оптимальных решений, дифференциальных уравнений, теории расписаний и множество других математических приложений. **Главное правило при использовании того**

или иного типового блока заключено в том, чтобы преобразование, осуществляемое блоком, было простым, очевидным и легко применяемым в форме аналогии, т.е. задача выбора типового блока для каждого элемента модели должна решаться в виде подбора типового блока по аналогии. Точнее, процессы, протекающие в реальном элементе объекта, какую бы физическую природу они ни имели, должны быть аналогичны тем, которые типовый блок реализует в математической форме. При этом следует помнить, что чем проще зависимость, воспроизводимая элементом объекта, тем легче подобрать по аналогии типовый блок, реализующий эту зависимость. Это, правда, не означает, что модель реального объекта должна представлять собой огромную блок-схему, состоящую из простейших элементов. Уровень деагрегации, или декомпозиции, должен быть таким, чтобы каждый элемент имитационной модели отображал желательные какие-то законченные работы или преобразования, понятные прежде всего специалистам объектов данного типа.

Основные типовые блоки, применяемые для построения имитационных моделей, приведены в пп. 6.2–6.3.

Наконец, блок 10 должен обеспечивать имитацию построенной модели на компьютере так, чтобы это было наиболее удобно и просто с позиции пользователя модели. Предполагается создать язык аналогового имитационного моделирования сложных систем типа AutoCAD под названием «Имитация». В настоящее время такой язык находится в стадии разработки. Вместе с тем отсутствие единого языка аналогового моделирования не должно сдерживать реализацию данного имитационного подхода, так как всегда можно написать индивидуальную программу, способную реализовать задуманную модель, составленную из элементарных блоков.

6.2. Основные типы элементарных блоков в имитационных моделях

Как отмечалось в п. 6.1, имитационный подход базируется на введении элементарных типовых блоков, выполняющих различные функции. Перечень блоков и реализуемых ими элементарных функций должен покрывать многообразие способов поведения сложных систем. Анализ функций, выполняемых сложной системой, показывает, что сложность системы формируется в результате соединения простых элементов друг с другом, а уровень сложности определяется числом элементарных блоков объекта, «отношений порядка» между ними

и связей между этими блоками. Конечно, элементарные блоки не идентичны друг другу, так как выполняют различные функции точно так же, как их взаимосвязи и «отношения порядка». При одном и том же числе элементарных блоков, «отношений порядка» между ними и числе взаимосвязей функции и цели, выполняемые двумя объектами, содержащими одинаковое число элементов, связей, «отношений порядка», могут быть совершенно различными. Как отмечалось ранее, такие объекты можно назвать эквивалентными только по уровню сложности. **Различие функций и целей для неодинаковых объектов или их представлений в виде систем определяется качественными характеристиками элементарных блоков, их «отношениями порядка» и способом организации взаимосвязей.** По нашему мнению, других сколь угодно значимых атрибутов, качественно различающих сложные системы, пока не обнаружено. Именно этот вывод и положен в основу данного имитационного подхода. Таким образом, данный подход предполагает, что формирование целей или функций конкретной системы зависит только от типов выбранных элементарных блоков, установлением «отношений порядка» и связей между ними.

Предполагается, что каждый элементарный блок имеет математическое описание, связи между блоками задаются матрицами связей, «отношения порядка» фиксируются схемой подчиненности, т.е. схемой модели. Далее воспользуемся терминологией агрегативных систем [5]. Так, элементарные блоки могут быть представлены в виде агрегата или элементарной модели сложной системы (см. п. 5.2), у которой есть элементарные:

входные сигналы $x_1, x_2, \dots, x_n$;

выходные сигналы $y_1, y_2, \dots, y_m$;

параметры $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$;

состояния $S_1, S_2, \dots, S_r$.

Все указанные элементарные атрибуты модели сложной системы существуют в пространствах входных сигналов X , выходных сигналов Y , параметров α и состояний S . **Конкретная точка в этих пространствах представляет собой фактическое значение того или иного показателя.** Эта точка проектируется на соответствующие оси координат заданного многомерного пространства. Например, для пространства входных сигналов $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$, $i = 1, n$, конкретная его точка $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ задается проекциями $x_1, x_2, \dots, x_n$ на соответствующие оси $X_1, X_2, \dots, X_n$.

Уточним понятие элементарности. Элементарность означает, что сигнал, параметр, показатель или блок в данной модели неделим, и все элементарные атрибуты могут взаимодействовать только через входные и выходные сигналы. Они также должны быть сопоставлены

по масштабу и размерности. Например, если речь идет о последовательности заявок на выполнение работ в системе, например СМО, то каждая заявка должна представлять собой пакет, где находится одна или несколько заявок. Уровень элементарности (число заявок в пакете) должен быть одинаковым для данной модели сложного объекта, т.е. в пакете находится только одна или только десять заявок, и т.п.

Сопоставимость по размерности означает, что нельзя складывать, умножать или выполнять другие математические операции с показателями, имеющими различную сущность, если они не образуют производные показатели, например, нельзя складывать время с деньгами или время с числом пришедших заявок в систему. Однако, например, производный показатель «интенсивность прихода заявок в систему» имеет реальный смысл.

Каждый элементарный блок может взаимодействовать с ему подобными только через входы и выходы, т.е. через взаимосвязи, и посредством прихода тех или иных сигналов. Других способов обмена информацией между собой или с внешней средой в данном подходе не существует.

Рассмотрим пример типового элементарного блока под названием «сумматор» и обозначим его знаком Σ .

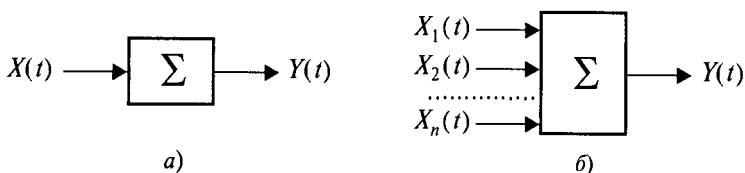


Рис. 6.2.1. Типы сумматоров:

a — последовательный, *б* — параллельный

На рис. 6.2.1 показаны два типа сумматоров: последовательный и параллельный. Последовательный тип суммирует сигналы, поступающие в блок в различные моменты времени по одному каналу (входу). Эти сигналы могут суммироваться по их числу, моментам появления или по интенсивности. **Выходной сигнал $Y(t)$ изменяется каждый раз в момент прихода нового входного сигнала.**

При параллельном суммировании сигналы появляются по различным каналам. Далее они суммируются. Возможен также комбинированный сумматор, который позволяет суммировать сигналы по последовательному и параллельным каналам. **Комбинированный сумматор может выступать в качестве типового элементарного блока. Данный сумматор может выполнять и функцию вычитания, так как вход-**

ные сигналы могут иметь отрицательный знак. Математическая запись уравнения сумматора такова

$$Y(t) = X_1(t) + X_2(t) + \dots + X_n(t).$$

Выбор типовых блоков — важная задача имитационного моделирования, поэтому попытаемся описать набор типовых блоков, которые могут встречаться при моделировании сложных систем.

Пороговый блок (блок диспетчера) P может выполнять функции диспетчера, который выдает управляющие сигналы в другие блоки при достижении порогового уровня входного сигнала. Уравнение порогового элемента можно записать так:

$$\text{если } [X_1(t) + X_2(t) + \dots + X_n(t)] \geq P, \text{ то } Y_1(t) = 1,$$

$$\text{если } [X_1(t) + X_2(t) + \dots + X_n(t)] < P, \text{ то } Y_1(t) = 0,$$

где P — пороговый уровень.

Пороговые блоки могут иметь несколько пороговых уровней, например, $P_1, P_2, \dots, P_r$. Это означает, что данный блок может посылать выходные сигналы $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_r(t)$, если достигается соответствующее пороговое значение. Варианты порогового блока могут отличаться друг от друга способами формирования выходных сигналов. Например, при наличии нескольких пороговых уровней достижение каждого из них сопровождается появлением выходного сигнала, назначенного для соответствующего порогового уровня. Выходной сигнал может появляться каждый раз по одному или нескольким выходам, если пороговый уровень достигнут по одному или нескольким уровням. Размерность входных сигналов может быть различной, если какой-либо пороговый уровень достигается при наличии только факта появления одного или нескольких сигналов. Если факта появления сигнала недостаточно, а требуется учитывать (складывать) величину сигналов, имеющих различную интенсивность, то размерности сигналов должны быть одинаковы.

Логический блок L выдает выходной сигнал $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$, если входные сигналы образуют заданную логическую фразу. Например, если имеют место сигналы $X_1(t_a)$ и $X_2(t_b)$, то при $t_a = t_b$ выдается выходной сигнал $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$. При этом на интенсивность сигналов X_1 и X_2 также могут быть наложены логические ограничения. Таким образом, логический блок может выполнять любые заданные логические условия, которые необходимы в данной сложной системе.

Интегрирующий блок I воспроизводит функции, выполняемые определенным интегралом в заданных границах. При появлении

входного сигнала или сигналов этот блок начинает интегрировать заданную величину с определенной скоростью, например

$$Y(t) = \alpha \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \sum_{i=c}^d \Delta X_i(t) \approx \alpha \int_0^t \Delta X_i(t) dt \quad \text{при } c = 0 \text{ и } d = t,$$

где ΔX — некоторая величина, полученная от входного сигнала;

α — параметр;

c и d — нижняя и верхняя границы интегрирования;

$Y(t)$ — выходной сигнал, изменяющийся дискретно или непрерывно фиксирующий величину интегральной суммы или определенного интеграла в функции времени. Интегрирующий блок может быть дополнен логическими или пороговыми условиями.

Функциональный блок Ф обеспечивает функциональные преобразования входного сигнала и выдачу выходного сигнала, являющегося функциональной зависимостью от входного сигнала, например

$$Y(t) = f[X(t), \beta],$$

где f — функциональная зависимость от входного сигнала $X(t)$ и параметра β .

Преобразователь случайных функций С предназначен для преобразования входных сигналов — случайных потоков данных. Преобразованию могут подлежать тип распределения, интенсивность и другие параметры потоков. Выходной сигнал блока должен соответствовать требуемому типу потока данных.

Генератор случайных функций Г — частный случай преобразователя случайных функций, он предназначен для выработки случайных выходных сигналов с заданным типом распределения. Задание типа распределения выходного сигнала может осуществляться в эмпирической форме или в форме аналитического выражения. Например, требуемый выходной сигнал должен соответствовать потоку обращений клиентов в Сбербанк в определенном месте и в период с мая по октябрь. Исходными здесь могут быть зафиксированные фактические данные за этот период. Эти данные могут быть использованы для фиксации эмпирического распределения и на их основе, например методом Монте-Карло, может быть получен поток с заданным законом распределения.

Если задача позволяет использовать теоретическое распределение, то данный блок может работать как преобразователь С, где, например, случайный поток с равномерным распределением преобразуется в поток Эрланга или другой тип распределения.

Переключатель связей ПС выполняет функции, связанные с изменением связей между отдельными блоками, т.е. фактически обеспечивает управляемое изменение структуры модели сложной системы. Идея функционирования данного блока заключается в том, чтобы от прихода тех или иных сигналов на вход этого блока вырабатывался выходной сигнал, который бы обеспечивал формирование новых и ликвидацию действовавших связей. Формализация данного блока может выполняться различными способами в зависимости от метода организации связей в модели системы. В частности, если связи в модели организованы в форме матрицы связей, как, например, в табл. 1.3.1, то выходной сигнал из данного блока должен обеспечивать изменение матрицы связей с 0 на 1 и с 1 на 0. Изменение того или иного значения матрицы связей с 0 на 1 означало бы образование новой связи, а с 1 на 0 — ликвидацию данной связи.

Система массового обслуживания СМО является элементарным блоком и предназначена для замещения части сложной системы, связанной с обслуживанием массовых заявок. В связи со значительными проблемами, возникающими при аналитическом описании СМО, т.е. с введением понятий ординарности, однородности, отсутствием последствия и других ограничений на входные потоки, а также сложностью расчетов переходных режимов работы СМО при описании этого блока **запрещается пользоваться аналитическими расчетами**. Блок моделируется только в имитационном режиме. Это означает, что не накладывается никаких ограничений на тип входного потока, законы распределения времени обслуживания заявок или ожидания их в очереди. Основные идеи имитационного моделирования СМО изложены в п. 5.1.

Блок с обратной связью ОС представляет систему автоматического регулирования линейного или нелинейного, непрерывного или дискретного типов, которые могут быть описаны соответствующими уравнениями. Данный блок предназначен для замещения участков сложных систем, где регулируются параметры системы. Как правило, данный блок обеспечивает управление с отрицательной обратной связью, но в некоторых случаях может быть применена и положительная обратная связь. Подробное формальное описание блока приведено в п. 6.3.

Генератор единого времени T используется для задания и координации текущего времени для всех блоков модели. Генератор может быть настроен на заданную скорость течения времени, а также выдавать несколько таких скоростей одновременно. Например, модель имитирует работу предприятия в течение суток, недели, месяца или года. В этом случае генератор T должен задавать моменты

отсчета времени в часах, днях, месяцах, а при необходимости и в сезонных циклах.

Блок определения приоритетности БОП оценивает или рассчитывает приоритеты (приоритетные характеристики) элементарных блоков модели, если в этом возникает необходимость. Приоритетность трактуется как оценка «отношений порядка» между блоками, когда возникает проблема приоритетной передачи управления от одного блока к другому или задачи распределения управляющих воздействий между блоками и выбора интенсивности этих сигналов для различных блоков. Аналогичную природу имеют проблемы распределения ресурсов исходя из приоритетной оценки или оценок объектов распределения ресурсов.

Таким образом, «отношения порядка» между элементами модели определяются не только иерархической или иной схемой подчиненности одних элементов модели другим, но и оценкой приоритетности элементов между собой. Оценки приоритетности, как правило, устанавливаются между элементами одного уровня или находящимися в одной из иерархий одного уровня. На рис. 6.2.2 представлены различные варианты организации «отношений порядка» между элементами модели.

Элементы, изображенные на рис. 6.2.2,а, образуют последовательную прямую подчиненность друг другу. Здесь приоритетность, или «отношения порядка» определены прямой цепочкой подчиненности. Так, элемент А выдает сигнал на управление элементом В, а сам элемент В управляет элементом С. Особой приоритетностью элементы А, В и С не обладают. На рис. 6.2.2,б элемент А управляет сразу тремя другими элементами, и здесь, помимо прямой подчиненности элементу А со стороны элементов В, С, D, необходимо задать правило передачи управления от элемента А к элементам В, С, D. Например, сигнал от элемента А одновременно поступает на элементы В, С, D и имеет равную интенсивность воздействия на блоки В, С, D или момент появления и интенсивность сигнала зависят от структур каждого из блоков В, С, D. В последнем случае возникает необходимость в блоке A_1 , который распознает структуры блоков В, С, D и в зависимости от типа структуры блока формирует интенсивность сигнала, идущего в блоки В, С, D от блока А, и моменты их поступления.

При многоуровневой прямой подчиненности (рис. 6.2.2,в) каждый управляющий элемент должен иметь после себя блоки, распознающие структуры управляемых элементов, т.е. определяющие «отношения порядка» между управляемыми элементами. Таким образом, должны иметь место блоки A_1 для оценки блоков В, С, D, а

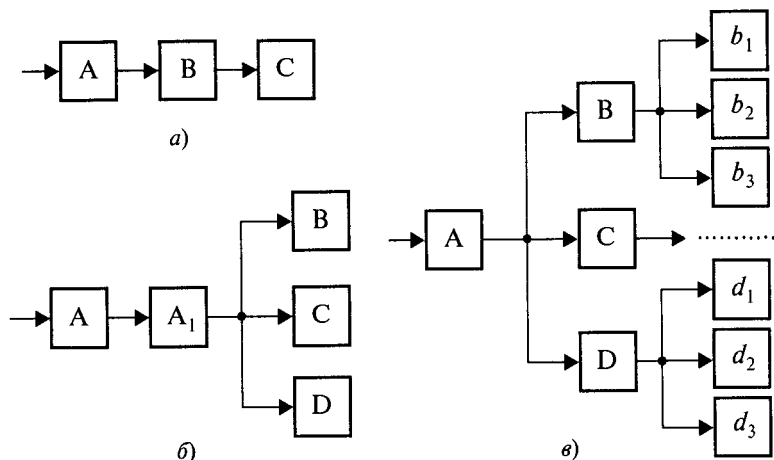


Рис. 6.2.2. Варианты организации «отношений порядка»:

а) — последовательной; б) — параллельной; в) — многоуровневой

также B_1 , C_1 , D_1 для оценки управляемых ими блоков (на рис. 6.2.2, в они не показаны).

Еще более сложно определяются «отношения порядка» при обратной связи, когда сигналы от датчиков i , фиксирующих состояние того или иного блока, создают обратную связь (отрицательную или положительную), как показано на рис. 6.2.3. Здесь роль распознавателя состояния выполняют блоки OC_1 , OC_2 , OC_3 , которые оценивают через датчики i состояние каждого из блоков, например, b_1 , b_2 , b_3 или d_1 , d_2 , d_3 и в зависимости от этого вырабатывают сигнал обратной связи. Последний тип схемы подчиненности имеет замкнутые контуры управления и представляет собой наиболее часто применяемую схему управления.

Применение блока БОП в качестве распознавателя состояния или блока определения приоритета, т.е. для нашего примера в форме блоков A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , позволит определить «отношения порядка» между элементами. Основные идеи по конструированию более сложных БОП изложены в п. 3.2.

В данном параграфе описаны основные типы элементарных блоков, необходимые для имитационного моделирования сложных систем. Блоки представлены в форме содержательного описания и постановки задач. Детализация элементарных блоков и их формализация изложены в п. 6.3. Каждый элементарный блок может иметь различные модификации, поэтому, если возникает необходимость

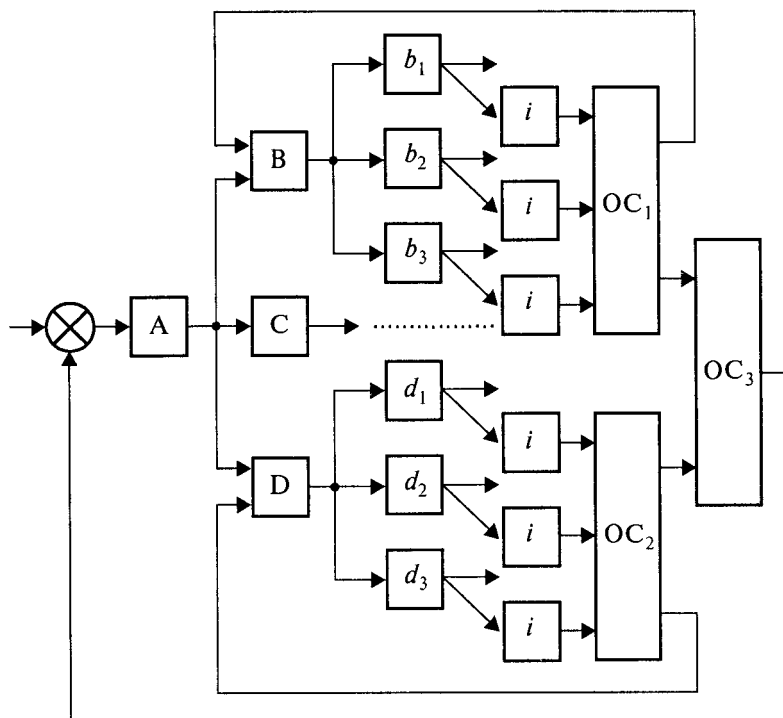


Рис. 6.2.3. Варианты организации «отношений порядка» при многоуровневой прямой подчиненности с обратными связями (замкнутая система)

использовать данный тип блока с отличающейся от типового блока формализацией, это можно легко сделать до начала этапа программирования такого блока.

Возможно появление и других типов элементарных блоков, не описанных в данном параграфе. Это, естественно, не исключает возможности их введения и программирования. При этом важно соблюдать условия конструирования элементарных блоков, изложенные в п. 6.1.

6.3. Способы формализации типовых блоков имитационных моделей

Подходы к формализации типовых блоков могут быть различными. Главным образом это касается формализации простых блоков — сумматоров, пороговых элементов, интеграторов, функциональных пре-

образователей и тому подобных, поэтому в данном параграфе зафиксироваем только основные функции типовых блоков, не вдаваясь в многочисленные варианты их реализации и использования.

Формализация более сложных блоков, например объектов типа СМО, блока с обратной связью, блока определения приоритетности и тому подобных, заключается в установлении тех или иных вариантов описания блоков. Эти варианты будут обеспечиваться указаниями и ссылками на источники их подробного математического описания.

В основе формализации типовых блоков лежит представление их в виде блок-схемы, у которой входы, выходы, состояния и параметры связаны определенной математической зависимостью, которую легко реализовать программными методами. Рассмотрим формализацию основных типовых блоков.

Прежде чем приступить к формализации типовых блоков, зададим структуру входного и выходного сигнала следующим образом. Зададим структуру входного сигнала $x_i^k(t)$ в виде набора $(k, i, \pi_1, \pi_2, \dots, \dots, \pi_{i_k}, t)$, а выходного сигнала — в виде аналогичного набора $(k, j, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k}, t)$,

где k — номер типового блока;

i — номер входной клеммы;

j — номер выходной клеммы;

$(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k})$ — характеристики входного сигнала по i -му входу;

$(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k})$ — характеристики выходного сигнала по j -му выходу;

t — момент поступления сигнала.

В качестве характеристик входных или выходных сигналов могут быть использованы любые, ничем не ограниченные математические конструкции. Это могут быть числа, множества, функционалы, логические или иные фразы, графические изображения, правила и т.п.

При описании элементарных блоков необходимо задавать также их состояния и параметры. Причем, если описанию подлежат блоки мгновенного действия — сумматоры, умножители, усилители, логические и тому подобные, то для этих блоков задание значений состояния или параметров носит вспомогательный или информативный характер, так как входной сигнал взаимодействует с имеющимся состоянием и параметрами блока и мгновенно передается на выход данного блока преобразованным в соответствии с заданным правилом или функцией. Здесь **состояние блока не является инициатором выходного сигнала**. Другое дело, когда описываемый блок не является блоком мгновенного действия, т.е. когда выходной сигнал с блока появляется не в момент прихода входного сигнала, а через промежу-

ток времени Δt . Величина Δt , а также значение выходного сигнала в этом случае формируются в зависимости от состояния данного блока. К таким блокам относятся СМО, интеграторы (И), некоторые функциональные блоки (Ф), блоки с обратной связью (ОС) и т.п.

Условимся задавать состояние типового блока в виде совокупности $(k; S_1, S_2, \dots, S_{p_k}; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_k}; t)$,

где k — номер типового блока;

$(S_1, S_2, \dots, S_{p_k})$ — характеристики состояния блока k ;

$(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_k})$ — параметры блока k ;

t — текущее время.

Характеристики состояния и параметры блока могут быть связаны друг с другом определенными зависимостями, а входные сигналы могут воздействовать и изменять значения характеристик состояния и параметров данного блока. Выходные сигналы могут формироваться в типовых блоках при достижении характеристиками состояния какой-то величины или выполнении какого-либо правила. Например, если типовым блоком представляет собой интегратор, а его состояние задается некоторой текущей характеристикой $S(t)$, то выходной сигнал может появляться при достижении характеристикой $S(t)$, например, величины $S(t) + \Delta S$ или $S(t) + 2\Delta S$ и т.п.

Перейдем теперь к формализации блоков. Для простоты не будем вводить описания состояний и параметров, подразумевая, что правила или соответствующие функциональные преобразования как раз и фиксируют состояния и параметры данного типового блока. Полная формализация типовых блоков, как и пример использования введенных типовых блоков, будут рассмотрены ниже.

Сумматор Σ . Блок-схема типового сумматора представлена на рис. 6.3.1.

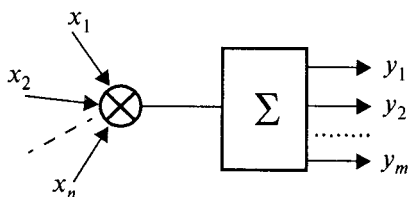


Рис. 6.3.1. Блок-схема типового сумматора

Сумматор в чистом виде формализуется в соответствии с ниже-следующим выражением (6.3.1), где каждый выходной сигнал y_j появляется в результате суммирования входных сигналов x_i .

$$y_j = \sum_{i=1}^n x_i \quad (6.3.1)$$

Однако вариантов блоков Σ может быть много, поэтому целесообразно осуществить типовую формализацию с учетом различных способов суммирования и сочетанием с другими часто встречающимися функциями. Варианты блоков Σ обозначим, приписывая к букве Σ номера варианта, например $\Sigma.02$ обозначает сумматор второго типа. Опишем некоторые наиболее часто встречающиеся типы.

$\Sigma.01$. Сумматор данного типа имеет один вход $x_1(t_\lambda)$ и один выход $y_1(t_\lambda)$. Здесь суммируются входные сигналы $x_1(t_\lambda)$, возникающие в различные моменты времени t_λ по факту появления, т.е. если $x_1(t_\lambda) = 1$, то имеет место входной сигнал, если $x_1(t_\lambda) = 0$, то входной сигнал отсутствует.

Предположим, что сигнал $x(t_\lambda)$ задается группой элементов $(k, i, \pi_1, \pi_2, \pi_3, t_\lambda)$. В обозначении сигнала: k — номер типового блока; i — номер входной клеммы; π_1 — факт появления сигнала на i -й клемме, обозначаемый 1; π_2 — амплитуда входного сигнала на i -й клемме; π_3 — размерность входного сигнала; t_λ — момент появления входного сигнала на i -й клемме.

Выходной сигнал сумматора Σ с учетом структуры входного сигнала может иметь вид $(k, j, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, t_\lambda)$, где k — номер типового блока; j — номер выходной клеммы; ε_1 — число фактов появления входного сигнала в интервале времени $[0, t_\lambda]$; ε_2 — суммарная величина амплитуд входных сигналов в интервале $[0, t_\lambda]$; ε_3 — размерность выходного сигнала; t_λ — момент появления выходного сигнала, причем

$$\varepsilon_1 = \sum_{t=0}^{t_\lambda} \pi_1(t), \quad \varepsilon_2 = \sum_{t=0}^{t_\lambda} \pi_2(t), \quad \text{если } \varepsilon_3 = \pi_3, \\ \varepsilon_2 = 0, \quad \text{если } \varepsilon_3 \neq \pi_3.$$

При описании входных и выходных сигналов индекс k — номер типового блока, а также индексы i и j должны присутствовать в каждой составляющей сигнала, т.е. целесообразно иметь следующую запись:

$$(k, i^k, \pi_{1i}^k, \pi_{2i}^k, \pi_{3i}^k, t_{\lambda i}^k) \quad \text{и} \quad (k, j^k, \varepsilon_{1j}^k, \varepsilon_{2j}^k, \varepsilon_{3j}^k, t_{\lambda j}^k), \quad (6.3.2)$$

однако и далее будем опускать их для простоты, если они не имеют определенного употребления в конкретном случае.

$$\varepsilon_{21}^k = 0, \text{ если } \pi_{31}^k \neq \pi_{32}^k, \varepsilon_{31}^k = \pi_{31}^k + \pi_{32}^k;$$

$$\varepsilon_{12}^k = \sum_{t=0}^{t_\lambda} \pi_{11}^k(t);$$

$$\varepsilon_{22}^k = \sum_{t=0}^{t_\lambda} \pi_{21}^k(t);$$

$$\varepsilon_{32} = \pi_{31}.$$

Таким образом, мы формализовали блок суммирования, у которого на первом выходе суммируются все сигналы, поступающие в блок k по первому и второму входам. Суммируются как факты появления сигналов (составляющая ε_{11}^k), так и амплитуды сигналов (составляющая ε_{21}^k). На втором выходе суммируются только факты и амплитуды входного сигнала по первому входу (составляющие ε_{12}^k и ε_{22}^k).

Как видно из приведенного примера, сумматор типа $\Sigma.02$ может обеспечить значительное число различных вариантов суммирования входных сигналов.

Σ.03. Этот вид сумматора отличается еще большим разнообразием вариантов суммирования. В отличие от сумматора $\Sigma.02$ здесь входные и выходные сигналы не ограничиваются по числу характеристик и имеют следующий вид:

$$(k, i, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}, t), \quad (6.3.5)$$

$$(k, j, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k}, t). \quad (6.3.6)$$

Число входов и выходов также заранее не задается, а именно $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$.

Пороговый блок Р. Структура входных и выходных сигналов имеет вид соответственно (6.3.5) и (6.3.6). Выходные сигналы порогового блока по каждому заданному выходу появляются при выполнении пороговых условий $P_1, P_2, \dots, P_a$, где P_a — заданный пороговый уровень. Например, пусть имеется пороговый блок, у которого два входа $i = 1, 2$ и два выхода $j = 1, 2$. Выходной сигнал вида $(k, 1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k}, t)$ появляется, когда выполняется условие вида

$$\sum_{t=0}^{t_\lambda} \pi_1(t) > P_1, \quad (6.3.7)$$

где $\pi_1(t)$ — факты появления сигнала в интервале времени $[0, t_\lambda]$ по первому входу;

P_1 — некоторое число, характеризующее величину порога.

Для второго выхода вида $(k, 2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k}, t)$ условием появления выходного сигнала может служить выражение, аналогичное выражению (6.3.7), где число P_1 заменено на число P_2 , а сигнал поступает по второму входу. Как видно из примера, формализация порогового блока также не вызывает особых трудностей.

Логический блок Л. Сигналы для данного блока должны иметь вид (6.3.5) и (6.3.6). Отличие данного блока от вышеописанных состоит в том, что выходные сигналы вида (6.3.6) появляются, когда характеристики входных сигналов выполняют логическую фразу. Рассмотрим пример формализации логического блока.

Пусть имеется логическая фраза, которая требует, чтобы выходной сигнал вида (6.3.6) появлялся всякий раз, когда на трех имеющихся входах одновременно появляются входные сигналы вида (6.3.5), а именно

$$(k, 1, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}, t_\lambda) = (k, 2, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}, t_\lambda) = (k, 3, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}, t_\lambda),$$

Естественно, что составляющими $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}$ могут быть любые необходимые числовые или содержательные значения входных сигналов. Вид и составляющие выходного сигнала также могут иметь любую необходимую регламентацию.

Интегрирующий блок И. Описание данного блока целесообразно свести к формализации по одному входу и одному выходу. Пусть входной сигнал описывается выражением

$$(k, 1, \pi_1, \pi_2, \pi_3, t), \quad (6.3.8)$$

где π_1 — факт появления сигнала;
 π_2 — амплитуда входного сигнала;
 π_3 — размерность входного сигнала.

Для интегрирующего блока выходной сигнал может быть описан как

$$(k, 1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, t),$$

где ε_2 — интегральная сумма;
 ε_3 — размерность, причем

$$\varepsilon_2(t) = a \int_0^{t_\lambda} \pi_2(t) dt, \quad \varepsilon_3 = \pi_3. \quad (6.3.9)$$

В случае, если входной сигнал меняет амплитуду, т.е. имеет место факт появления нового входного сигнала, выражение (6.3.9) примет вид

$$\varepsilon_2(t) = a \int_0^{t_\lambda} \pi_2(t) dt + a_1 \int_{t_\lambda}^{t_{\lambda_1}} \pi_2(t) dt + \dots + a_\delta \int_{t_{\lambda_{\delta-1}}}^{t_{\lambda_\delta}} \pi_2(t) dt. \quad (6.3.10)$$

Естественно, что интегрирующий блок может быть снабжен несколькими входами и выходами.

Функциональный блок Ф. Опишем данный блок по одному входу и выходу. Пусть входной сигнал будет

$$(k, 1, \pi_1, \pi_2, \pi_3, t_\lambda),$$

где π_1 — факт появления сигнала;
 π_2 — амплитуда входного сигнала;
 π_3 — размерность входного сигнала.

Выходной сигнал данного блока при появлении в момент времени t_λ входного сигнала будет иметь вид

$$(k, 1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, t_\lambda),$$

где ε_1 — факт появления сигнала;
 ε_2 — значение выходного сигнала;
 ε_3 — размерность выходного сигнала, причем

$$\varepsilon_2(t_\lambda) = f[\pi_2(t_\lambda), \beta],$$

где β — параметр.

Если в блоке имеются несколько входов и выходов, то они могут быть описаны по аналогии.

Преобразователь случайных функций С. Варианты описания преобразователя С многочисленны. Например, это может быть **разрежение** или **объединение** потоков данных. Часто встречаются преобразования, связанные с изменением интенсивности и других параметров одного и того же потока, а также с преобразованием потока из одного типа в другой. Математические подробности выполнения тех или иных видов преобразования описаны в многочисленной литературе, например в [37, 57].

Формализация данного блока должна вписываться в принятую нами схему обозначения входных и выходных сигналов. Если описать преобразователем С по одному входу и выходу, то это может выглядеть следующим образом. Пусть входной сигнал задан в виде

$$(k, i, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{l_k}, t_\lambda),$$

где $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{l_k}$ — характеристики входного потока данных, заданные либо в аналитической форме, если это позволяет задача, либо в эмпирической форме, если имеет место числовая информация, содержащаяся в массивах данных.

Например, при аналитическом описании потока данных это может быть пуассоновский поток требований, обладающий ординарностью, стационарностью и отсутствием последействия. Это может быть поток с равномерным распределением требований. Если распределение задается эмпирическими данными, значения $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{l_k}$ могут быть элементами гистограмм и т.п.

Выходной сигнал преобразователя С имеет аналогичную структуру, т.е.

$$k, 1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{l_k}, t_\lambda,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{l_k}$ — характеристики выходного потока данных, полученные после преобразования входного потока. Например, если входной поток был пуассоновским, то выходным может быть случайно разреженный поток, т.е. поток, в котором каждое требование потока с вероятностью P остается в нем, а с вероятностью $Q = 1 - P$ удаляется из него.

Часто встречаются преобразования, требующие объединения потоков, поступающих по различным входам. В этом случае выходной сигнал может представлять объединение этих потоков в один с другими характеристиками. Например, если по двум входам в блок С поступают пуассоновские требования, то выходной сигнал может представлять собой также пуассоновский поток с параметром, равным сумме параметров исходных потоков.

Преобразование блоком С удобно также осуществлять, используя метод статистических испытаний (Монте-Карло).

Генератор случайных функций Г. Этот блок — частный случай преобразователя С. В качестве входных сигналов здесь часто используют потоки данных с равномерным распределением, а модели преобразования потока с равномерным распределением в поток с необходимым типом распределения, которые задают выходной поток, описаны в многочисленной литературе.

Генератор единого времени ГЕВ. Задается выбором определенной тактовой частоты, которая синхронизирует работу всей модели.

Система массового обслуживания СМО. Примеры формализации элементарных СМО, описанных аналитически, приведены в п. 5.1. СМО, основанные на имитации, т.е. базирующиеся на реальных массивах данных, могут быть формализованы в виде интегрирующих блоков. Это означает, что каждый канал СМО может быть представлен как интегрирующий блок, который начинает работать при приходе входного сигнала. Входной сигнал должен содержать интервал времени обработки требования. Амплитуда интегрируемого сигнала может быть задана в виде константы. Входной сигнал должен иметь возможность содержать характеристики приоритетности, дисциплину очереди и т.п. Как только время обработки требования, указанное во входном сигнале, истекает, так соответствующий выходной сигнал фиксирует факт окончания обслуживания требования.

Блок определения приоритетности БОП. Данный блок подробно формализован в пп. 6.2, 3.1 и 3.2 и не нуждается в дополнительном описании.

Блок с обратной связью ОС. Описание и формализация блока с обратной связью сопряжены как с трудностями в связи с необходимостью проработки громадного теоретического материала, связанного с описанием систем управления с обратной связью, так и с удовольствием иметь прекрасно разработанную формализацию систем управления с обратной связью. При описании данного блока мы, естественно, не будем излагать математическую теорию управления, а лишь укажем на основные ключевые моменты, необходимые для формализации систем с обратной связью, и сошлемся на источники, где изложение теории управления наиболее подходит для наших целей.

Математическая теория управления, которая полностью обеспечивает формализацию блоков с обратной связью, состоит из трех главных разделов, которые описывают линейные, нелинейные и оптимальные системы управления. Кроме того, системы управления подразделяются на системы непрерывного и дискретного характера. У первых сигналы — непрерывные функции, заданные на интервале, а у дискретных систем сигналы определяются в форме импульсов, также заданных на интервале. Огибающая этих импульсов в определенной степени может представлять аналог процессов, протекающих в системах непрерывного типа. Системы управления могут иметь параметры детерминированного и стохастического типа.

На рис. 6.3.2 приведены схемы конструкций систем с обратной связью, причем x — входной сигнал, y — выходной сигнал, ε — ошибка управления.

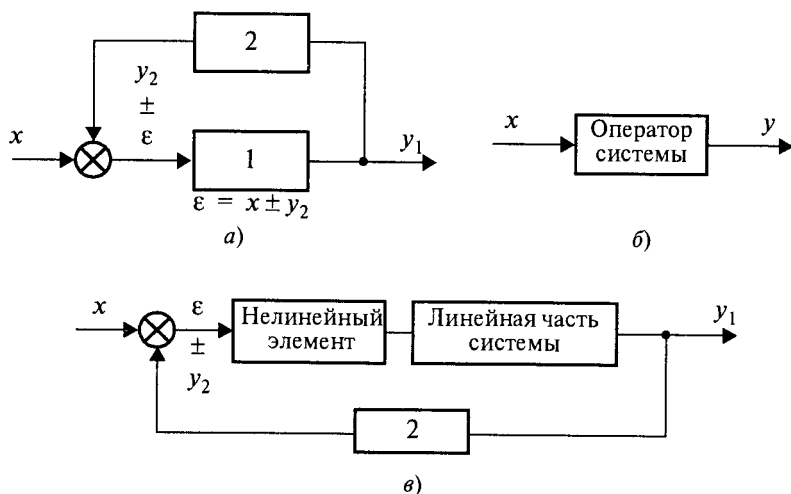


Рис. 6.3.2. Способы соединений типовых блоков при:
 а — линейной системе управления с обратной связью; б — то же, но эквивалентным оператором; в — нелинейной системе управления

Процессы, протекающие в системах управления, во многих случаях могут быть описаны обыкновенными дифференциальными уравнениями с определенными начальными условиями. Для одномерных нестационарных систем система управления может быть описана уравнением вида

$$a_m(t) \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \dots + a_0(t) y(t) = b_n(t) \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + b_0(t) x(t), \quad (6.3.11)$$

где $x(t)$ — входной сигнал;
 $a_m(t), \dots, a_0(t), b_n(t), \dots, b_0(t)$ — коэффициенты уравнения;
 $y(t)$ — выходной сигнал;
 t — текущее время.

Начальными условиями здесь будут:

$$y(t_0) = y_0, \quad \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0, \dots, y^{(m-1)}(t_0) = y_0^{(m-1)},$$

где t_0 — момент прихода входного сигнала.

При постоянных коэффициентах уравнения (6.3.11) имеет место стационарная линейная система вида

$$a_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \dots + a_0 y(t) = b_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + b_0 x(t). \quad (6.3.12)$$

В операторной форме уравнение (6.3.11) можно записать

$$D(p, t)y(t) = M(p, t)x(t),$$

где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования;

$D(p, t)$ и $M(p, t)$ — дифференциальные операторы левой и правой частей уравнения (6.3.11), причем

$$D(p, t) = a_m(t)p^m + \dots + a_1(t)p + a_0(t),$$

$$M(p, t) = b_n(t)p^n + \dots + b_1(t)p + b_0(t).$$

Уравнение (6.3.12) в операторной форме будет выглядеть так:

$$D(p)y(t) = M(p)x(t), \quad (6.3.13)$$

где $D(p) = a_m p^m + \dots + a_1 p + a_0$, $M(p) = b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0$.

На рис. 6.3.3 приведен способ структурного отображения системы управления с учетом уравнения (6.3.13)

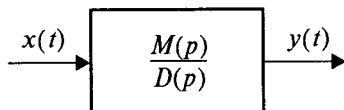


Рис. 6.3.3. Структурная схема системы управления в операторной форме

Системы управления отображаются на структурных схемах в виде типовых звеньев. Наиболее часто встречающиеся среди них — усильтельное, дифференцирующее, интегрирующее, апериодическое и колебательное звенья. Эти звенья описываются следующим образом:

1) усильтельное звено $y(t) = k(t)x(t)$,

где k — коэффициент усиления;

2) дифференцирующее звено $y(t) = T \frac{dx(t)}{dt} = T p x(t)$, (6.3.14)

где T — постоянная времени;

3) интегрирующее звено

$$T \frac{dy(t)}{dt} = x(t) = T p y(t), \text{ или } y(t) = \frac{1}{T p} x(t); \quad (6.3.15)$$

4) апериодическое звено $T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) = (T p + 1) y(t)$; (6.3.16)

5) колебательное звено $T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$, (6.3.17)

где ξ — коэффициент демпфирования, $|\xi| < 1$.

В операторной форме колебательное звено запишется так:

$$(T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1)y(t) = x(t). \quad (6.3.18)$$

На рис. 6.3.4, а–д приведены способы отображения типовых звеньев в структурных схемах и графическое изображение переходного процесса для приведенных типовых звеньев на единичное ступенчатое воздействие.

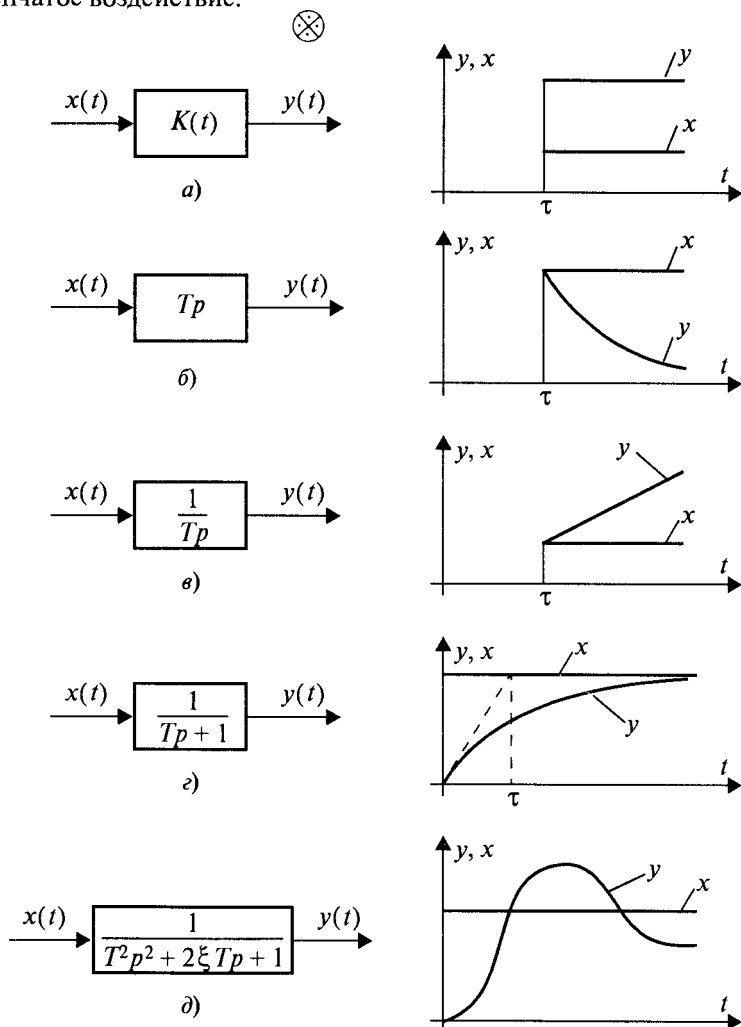


Рис. 6.3.4. Отображение типовых звеньев: а — усилительного; б — дифференцирующего; в — интегрирующего; г — аperiodического; д — колебательного

Рассмотрим теперь, каким образом из элементарных звеньев создаются модели систем управления, описываемых дифференциальными уравнениями. Модель системы управления представляется в виде структурной схемы следующим образом.

1. Из дифференциального уравнения выражается старшая производная, и полученное соотношение представляется с помощью введенных выше элементарных звеньев.

2. Все низшие производные получают в виде сигналов с последовательно соединенных интегрирующих звеньев.

3. Начальные условия представляются как воздействия (сигналы), постоянные во времени, действующие на выходе интегрирующих звеньев.

Пример. Пусть имеет место дифференциальное уравнение вида

$$2\ddot{y} + 1,5\dot{y} - y = 2\dot{x}, \quad (6.3.19)$$

$$y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = \dot{y}_0.$$

Выразим старшую производную $2\ddot{y}$, а именно

$$2\ddot{y} = -1,5\dot{y} + y + 2\dot{x}.$$

Изобразим схему получения второй производной $2\ddot{y}$ (рис. 6.3.5).

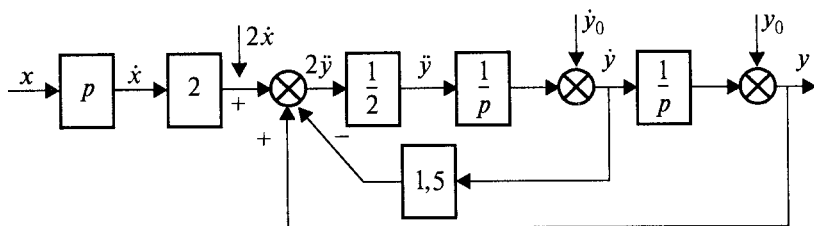


Рис. 6.3.5. Структурная схема решения дифференциального уравнения (6.3.19)

С помощью усилительного звена с коэффициентом $1/2$ получается сигнал $\ddot{y}$, далее он интегрируется, и получается производная $\dot{y}$, которая после наложения начального условия $\dot{y}_0$ интегрируется еще раз, и получается значение y . После введения начального условия для y , т.е. $y(0) = y_0$ имеем на выходе значение y . Далее сигналы y и $\dot{y}$ с коэффициентом $1,5$ с помощью обратных связей нужно завести на суммирующий элемент, причем y со знаком «+», а $1,5\dot{y}$ со знаком «-». Входное воздействие x дифференцируется, получается $\dot{x}$, и далее с коэффициентом 2 также поступает на суммирующий элемент. Таким образом, на этом сумматоре реализуется уравнение

$$2\ddot{y} = -1,5\dot{y} + y + 2\dot{x}.$$

Аналогичным образом можно составить структурную схему в операторной форме для решения любого дифференциального уравнения, используя для этого типовые звенья.

Таким образом, мы рассмотрели пример построения элементарной системы управления, описываемой дифференциальным уравнением второго порядка. Если какие-либо процессы при имитационном моделировании сложной системы потребуют действий, реализуемых системой управления с обратной связью, которую можно описать дифференциальным уравнением, то это легко сделать, используя математическую теорию управления. Структурные схемы, позволяющие решать дифференциальные уравнения, легко смоделировать на компьютере.

Используя типовые звенья, можно не только решать дифференциальные уравнения, описывающие процессы управления. Часто бывают случаи, когда система управления конструируется из типовых звеньев, и лишь потом определяется дифференциальное уравнение, которым она может быть описана.

Для нахождения уравнения, описывающего сконструированную из типовых звеньев систему управления, на структурной схеме необходимо обозначить все промежуточные сигналы, записать уравнение для каждого звена и для каждого сумматора и из полученной системы дифференциальных и алгебраических уравнений исключить все промежуточные переменные, кроме входного и выходного сигналов.

Пример. Составить дифференциальное уравнение структурной схемы, изображенной на рис. 6.3.6.

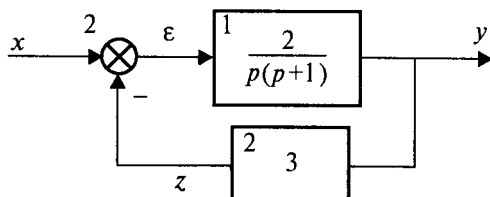


Рис. 6.3.6. Структурная схема системы управления

Запишем уравнения элементов структурной схемы:

$$y = \frac{2}{p(p+1)}\epsilon; \quad z = 3y; \quad \epsilon = x - z.$$

Отсюда

$$y = \frac{2}{p(p+1)}(x - z) = \frac{2(x - 3y)}{p(p+1)},$$

$$2(x - 3y) = (p^2 + p)y,$$

$$\begin{aligned}
 2x - 6y &= p^2 y + p y, \\
 2x &= p^2 y + p y + 6y, \\
 2x &= \ddot{y} + \dot{y} + 6y.
 \end{aligned}
 \tag{6.3.20}$$

Выражение (6.3.20) — дифференциальное уравнение, описывающее структурную схему, изображенную на рис. 6.3.6.

Математическая теория управления позволяет находить дифференциальные уравнения параллельных и последовательных соединений типовых звеньев и наоборот по структурным схемам, имеющим параллельные и последовательные соединения, записывать соответствующие им дифференциальные уравнения.

Для систем управления, описываемых дифференциальными уравнениями, сравнительно легко анализировать переходные процессы или значения выходного сигнала y при известном входном сигнале x .

Пусть имеем:

1. Входной сигнал $x(t)$.
2. Система описывается дифференциальным уравнением

$$a_m(t)y^m(t) + \dots + a_0(t)y(t) = b_n(t)x^n(t) + \dots + b_0(t)x(t). \tag{6.3.21}$$

3. Начальные условия:

$$y(t_0) = y_0, \quad \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0, \dots, y^{(m-1)}(t_0) = y_0^{(m-1)}.$$

Необходимо вычислить выходной сигнал $y(t)$.

При вычислении $y(t)$ используется **принцип суперпозиции**, по которому эффект, вызываемый суммарным воздействием нескольких сигналов, равен сумме эффектов от каждого воздействия в отдельности. Поэтому выходной сигнал линейной системы представляется в виде суммы свободного и вынужденного движений, т.е.

$$y(t) = y_c(t) + y_{\text{вын}}(t).$$

Свободное движение $y_c(t)$ осуществляется при отсутствии внешнего воздействия $x(t) = 0$ из-за ненулевых начальных условий, т.е. является решением уравнения

$$a_m(t)y^m(t) + \dots + a_0(t)y(t) = 0 \tag{6.3.22}$$

с заданными начальными условиями.

Вынужденное движение $y_{\text{вын}}(t)$ происходит под воздействием сигнала $x(t)$ при нулевых начальных условиях. Если входной сигнал — единичная ступенчатая функция $1(t - t_0)$, то выходной сигнал имеет вид

$$y(t) = y_c(t) + y_{\text{вын}}(t) \cdot 1(t - t_0) \tag{6.3.23}$$

при условии, что функции $y_c(t)$ и $y_{\text{вын}}(t)$ можно считать дифференцируемыми непрерывно m раз.

Решение уравнений (6.3.21) и (6.3.22) позволяет найти соответствующие переходные процессы.

Одномерные линейные системы управления часто рассчитывают и анализируют при помощи преобразований Лапласа или передаточных функций. Передаточной функцией $W(s)$ стационарной линейной системы называется преобразование Лапласа импульсной функции $\mathfrak{R}(\eta)$:

$$W(s) = L\left[\mathfrak{R}(\eta) = \int_0^{\infty} \mathfrak{R}(\eta)e^{-s\eta}d\eta\right],$$

где s — функция комплексного переменного.

Пользуясь преобразованиями Лапласа, можно получить передаточные функции элементарных и типовых звеньев. Так, для

- | | |
|----------------------------|--|
| а) усилительного звена | $W(s) = k;$ |
| б) дифференцирующего звена | $W(s) = s;$ |
| в) интегрирующего звена | $W(s) = \frac{1}{s};$ |
| г) апериодического звена | $W(s) = \frac{1}{Ts + 1};$ |
| д) колебательного звена | $W(s) = \frac{1}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}.$ |

Передаточными функциями удобно пользоваться для описания структурных схем. Если система состоит из звеньев, соединенных между собой параллельно, последовательно или с обратной связью, то передаточная функция системы определяется так:

для последовательного соединения

$$W(s) = W_1(s)W_2(s);$$

для параллельного соединения

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s);$$

для соединения с обратной связью

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s) + W_2(s)}.$$

Системы, описываемые дифференциальными уравнениями, могут также содержать нелинейные элементы, превращаясь в нелинейные детерминированные системы. Методы нахождения сигналов $y(t)$ для таких систем также известны и могут быть использованы для решения задач, связанных с имитационным моделированием.

Здесь мы изложили лишь некоторые способы реализации типовых блоков с обратной связью. Их формализация также не составит труда, если будут определены зависимости $y(t)$ от $x(t)$ для таких сис-

тем. Структура входного и выходного сигналов таких блоков не отличается от описанных выше, т.е.

$$x^k(t) \rightarrow (k, i, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_k}, t), \quad y^k(t) \rightarrow (k, j, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{j_k}, t).$$

Комбинированные блоки КБ. Выше мы описали элементарные блоки, которые могут использоваться при построении имитационных моделей. Однако указанные блоки целесообразно применять также для построения более сложных комбинированных блоков, сочетающих функции нескольких элементарных блоков. Например, можно построить элементарный блок, соединяющий функции СМО, интегратора, порогового и логического блоков. В этом случае описание типовых элементарных блоков представляет собой своего рода имитационный алфавит, который позволяет соединять многие функции в одном блоке. Выполнение этих функций может осуществляться в одном элементарном блоке, имеющем различные входы, выходы, состояния и параметры. Для каждой отдельной функции необходимо использовать отдельные входы и выходы. При необходимости внутренние параметры состояния такого элементарного блока можно связывать друг с другом, используя обычные функциональные или случайные зависимости, а также принятые в этом параграфе способы формализации сигналов, параметров и состояний.

Пример построения имитационной модели из элементарных блоков. Попытаемся описать с помощью элементарных блоков небольшое частное предприятие с одним типом производственного процесса, представляющего выпуск изделий, которые производятся посредством сборки из комплектующих деталей, закупаемых владельцем предприятия на рынке. Готовые изделия поставляются владельцем на рынок, имеющий спрос на эти изделия. Спрос на рынке характеризуется эмпирическим распределением, который владелец предприятия знает и с его учетом формирует плановое задание V по выпуску изделий.

Время сборки изделия не постоянно, зависит от особенностей изделия и задается эмпирическим законом распределения.

На предприятии имеется также склад готовых изделий, который может хранить Z изделий.

Производимое изделие собирается из комплектующих, которые лежат на складе в виде наборов. Моменты закупки комплектующих зависят от величины запаса на складе комплектующих и определяются исходя из следующего правила. Если k^+ — число наборов комплектующих на складе комплектующих, то момент закупки комплектующих наступает при $k^+ < 10$, т.е. на складе остается число

комплектующих наборов менее, чем на 10 изделий (на каждое изделие используется по одному набору комплектующих).

В производственном процессе занято определенное число рабочих. Схематически данное предприятие представлено на рис. 6.3.7.

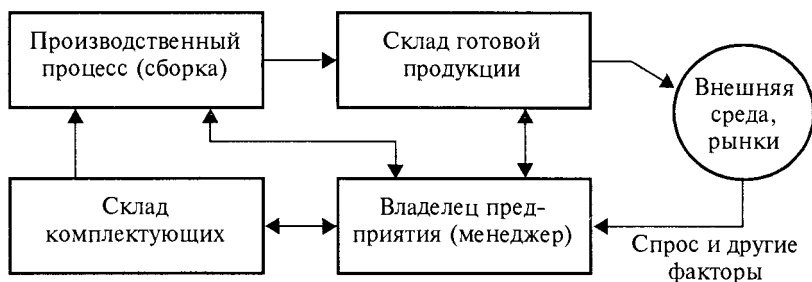


Рис. 6.3.7. Схема частного предприятия

Требуется построить имитационную модель данного предприятия из элементарных блоков. На рис. 6.3.8 представлена схема имитационной модели частного предприятия, составленная из элементарных блоков, которая задает функционирование основной или скелетной модели, описывающей процесс производства и управления без оценки его качественных и количественных показателей. Однако эта модель может быть источником информации для вычисления указанных показателей.

Рассмотрим функционирование такой модели. В табл. 6.3.2 описаны все возможные входы, выходы и состояния модели, а в табл. 6.3.3 содержится матрица сопряжений. Основной блок модели — сборочный производственный процесс, который описывается тремя элементарными блоками 1, 3 и 6.

Блок 1 (рис. 6.3.8) имитирует задержку на время сборки изделия $t_{сб}$. Он представляет интегратор И. Интегратор запускается сигналом x_{11} от логического блока 6. Последний проверяет все условия, необходимые для начала сборки. Сигнал $x_{11} = (1, 11, \pi_{11} = 1, t_1)$ выдает запрос в блок 3 для вычисления времени сборки $t_{сб}$. Блок 3 — генератор случайных функций и при приходе входного сигнала от блока 1 запускается и генерирует время сборки изделия по известному заданному эмпирическому закону распределения $f(t)$. Например, функция $f(t)$ для данного примера может иметь вид, приведенный на рис. 6.3.9, исходя из статистических данных, приведенных в табл. 6.3.1.

В табл. 6.3.1 показаны все необходимые исходные данные, позволяющие рассчитать эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон распределения.

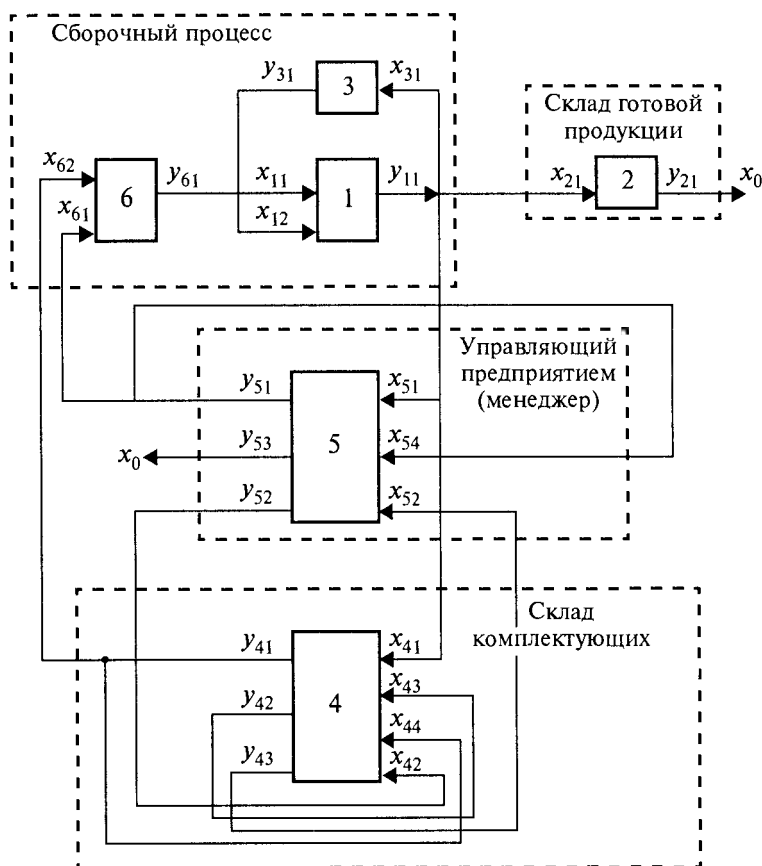


Рис. 6.3.8. Схема имитационной модели частного предприятия

Таблица 6.3.1

Расчетная таблица ($n = 97$)

Границы интервала, ч	Середина интервала	Частота в интервале m_i	Относительная частота $P_i = m_i/n$	Накопленная относительная частота
1	2	3	4	5
6–7	6,5	15	0,1546	0,1546
7–8	7,5	28	0,2886	0,4432
8–9	8,5	36	0,3711	0,8143
9–10	9,5	18	0,1856	0,9999

Ниже на рис. 6.3.10 и 6.3.11 приведены гистограмма и полигон распределения относительных частот.

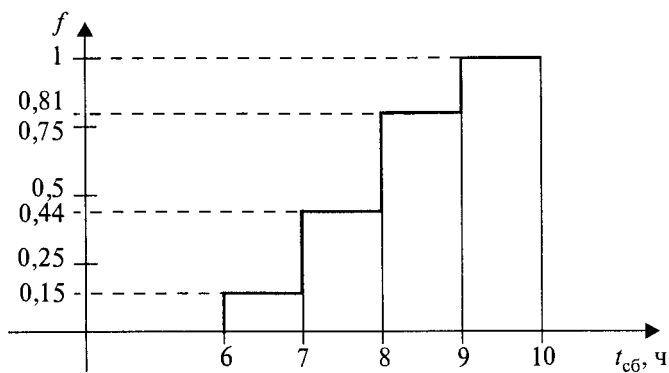


Рис. 6.3.9. Эмпирическая функция распределения времени сборки изделия

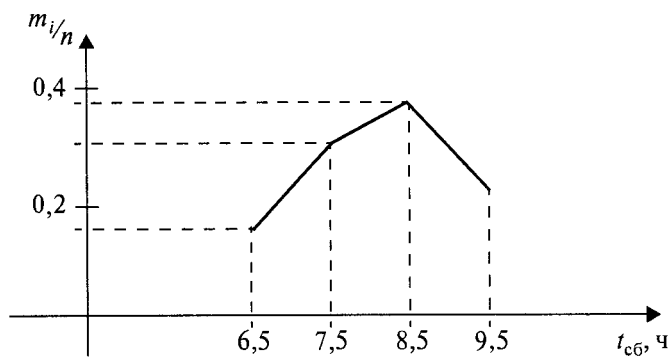


Рис. 6.3.10. Гистограмма данных

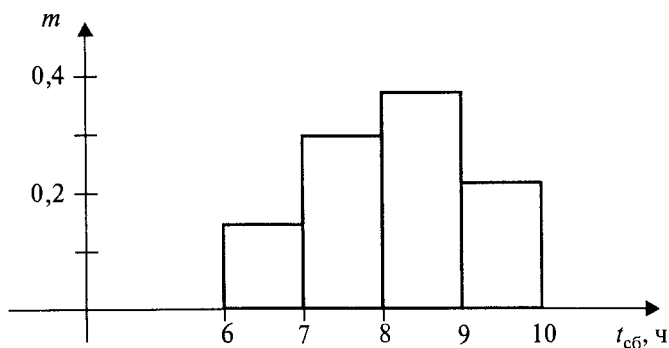


Рис. 6.3.11. Полигон относительных частот

Таблица 6.3.2

Описание входов, выходов и состояний имитационной модели

№ п/п	Входная клемма		Компонент входного сигнала	Состояние и его компоненты	Выход- ная клемма	Компонент выходного сигнала	Направление следования выходного сигнала	Наимено- вание и номер блока
	какая	откуда						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	x_{11}	y_{61}	$(1, 11, \pi_{11}=\varepsilon_{61}=1, t_1)$, где t_1 — время начала сборки	$(1, t, t_1+\Delta t, t_{c6})$, если $t_1+\Delta t < t_{c6}$	y_{11}	$(1, 11, \varepsilon_{11}=0, t=t_1+\Delta t)$	$\left. \begin{matrix} x_{51}, x_{41}, \\ x_{31}, x_{21} \end{matrix} \right\}$	1, инте- гратор
2	x_{12}	y_{31}	$(1, 12, \pi_2=\varepsilon_{31}=t_{c6}, t_1)$	если $t_1+\Delta t=t_{c6}$	y_{11}	$(1, 11, \varepsilon_{11}=1, t=t_{c6})$		
3	x_{51}	y_{11}	$(5, 51, \pi_{51}=\varepsilon_{11}=1, t=t_1)$	$(5, V, V^+, K^+, t=t_1)$, $V-V^+>0$, $V-V^+=0$, V^+ — план по сборке, V^+ — выполнено сборок, если $K^+<10$, то следует отказ от поставки,	y_{51} y_{51}	$(5, 51, \varepsilon_{51}=1, t_1)$ $(5, 51, \varepsilon_{51}=0, t_1)$	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} x_{61}$	
4	x_{52}	y_{43}	$(5, 52, \pi_{52}=1, t)$	$(5, V, V^+, t=t_1)$ — исход- ное состояние, $(5, V, V+1, t=t_1)$ — со- стояние после прихода входного сигнала	y_{52} y_{53}	$(5, 52, \varepsilon_{52}=1, t)$ $(5, 53, \varepsilon_{52}=1, t)$	x_{42} x_0	5, менед- жер
5	x_{54}	y_{51}	$(5, 54, \pi_{54}=\varepsilon_{51}=1, t_1)$		—	—	—	
6	x_{41}	y_{11}	$(4, 41, \pi_{41}=\varepsilon_{11}=1, t=t_1)$	$(4, K, K^+, K, t)$, $K^+ \geq 1$, $K^+=0$	y_{41} y_{41}	$(4, 41, \varepsilon_{41}=1, t=t_1)$ $(4, 41, \varepsilon_{41}=0, t=t_1)$	$\left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} x_{62}$	4, склад ком- плек- тующих
7	x_{42}	y_{52}	$(4, 42, \pi_{42}=\varepsilon_{51}=1, \pi_{43}=\Delta K, t)$	$(4, K, K^+, K^-, t)$, если $K^++\Delta K \leq K$, если $K^++\Delta K > K$	y_{42} y_{43}	$(4, 42, \varepsilon_{42}=K^++\Delta K, t)$ $(4, 43, \varepsilon_{43}=K^+, t)$	x_{43} x_{52}	

Окончание табл. 6.3.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	x_{43}	y_{42}	$(4, 43, \pi_{43} = \varepsilon_{42} = K^+ + \Delta K, t)$	$(4, K, K^+ = K^+ + \Delta K, K^-, t)$, где K^- — емкость склада комплекующих; K^+ — количество комплекующих на складе; K^- — использовано комплектов	—	—	—	4, склад комплектующих
9	x_{44}	y_{41}	$(4, 44, \pi_{44} = \varepsilon_{41} = 1, t_1)$	$(4, K, K^+ - 1, K^- + 1, t_1)$	—	—	—	—
10	x_{61}	y_{51}	$(6, 61, \pi_{61} = \varepsilon_{51} = 1, t_1)$ $(6, 61, \pi_{61} = \varepsilon_{51} = 0, t_1)$	$(4, \varepsilon_{52}, \varepsilon_{42}, t_1)$, если: $\varepsilon_{51} = 1, \varepsilon_{42} = 1$	y_{61}	$(6, 61, \varepsilon_{61} = 1, t_1)$	x_{11}	6, логический
11	x_{62}	y_{41}	$(6, 62, \pi_{62} = \varepsilon_{41} = 1, t_1)$ $(6, 62, \pi_{62} = \varepsilon_{41} = 0, t_1)$	$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{51} &= 1, \varepsilon_{42} = 0 \\ \varepsilon_{51} &= 0, \varepsilon_{42} = 1 \\ \varepsilon_{51} &= 0, \varepsilon_{42} = 0 \end{aligned} \right\}$	—	—	—	—
12	x_{21}	y_{11}	$(2, 21, \pi_{21} = 1, t_1)$	$(2, Z, t_1)$ — исходное состояние; $(2, Z+1, t_1)$ — состояние после прихода сигнала x_{21} , Z — объем изделий на складе	y_{21}	$(2, 21, \varepsilon_{21} = Z+1, t_1)$	x_0	2, склад готовой продукции
13	x_{31}	y_{11}	$(3, 31, \pi_{31} = \varepsilon_{11} = 1, t_1)$	$(3, t_{c6} = 0, t_1)$ — исходное состояние; $(3, t_{c6} = f(t), t_1)$ — состояние после прихода входного сигнала	y_{31}	$(3, 31, \varepsilon_{31} = f(t), t_1)$	x_{12}	3, блок розыгрыша t_{c6}

Таблица 6.3.3

Матрица сопряжений модели

$\begin{matrix} x \\ \backslash \\ y \end{matrix}$	y_{11}	y_{21}	y_{31}	y_{41}	y_{42}	y_{43}	y_{51}	y_{52}	y_{53}	y_{61}
x_{11}										1
x_{12}			1							
x_{21}	1									
x_{31}	1									
x_{41}	1									
x_{42}								1		
x_{43}					1					
x_{44}				1						
x_{51}	1									
x_{52}						1				
x_{54}							1			
x_{61}							1			
x_{62}				1						

Исходные данные, сведенные в табл. 6.3.1, получены статистическими измерениями времени, идущими на сборку изделия. Время сборки $t_{сб}$ колеблется от 6 до 10 ч в зависимости от конкретных условий сборки. Были учтены данные по сборке 97 изделий, $n = 97$. Частота попадания в границы интервалов показывает, что ее максимальное значение соответствует интервалу 8–9 ч.

Для удобства реализации эмпирической функции распределения в блоке 3 ее можно преобразовать следующим образом.

Эмпирическая функция распределения (рис. 6.3.9) имеет ступенчатую форму и может быть сглажена непрерывной функцией для удобства моделирования. Для аппроксимации могут быть применены полиномиальная, экспоненциальная или S -образные функции, а также их вариации в кусочной форме. В некоторых случаях для аппроксимации применяют сплайн-функции порядка k , например, кубический сплайн ($k = 3$).

Итак, в блоке 3 разыгрывается $t_{сб} = f(t)$ в соответствии с заданным законом распределения, состояние этого блока ($3, t_{сб} = 0, t_1$) переводится в новое ($3, t_{сб} = f(t), t_1$). Выходной сигнал из этого блока вида ($3, 31, \epsilon_{31} = f(t), t_1$) поступает на вход x_{12} блока 1 и запускает интегратор на получение времени сборки $t_{сб} = \epsilon_{31} = f(t)$.

Одновременно сигнал y_{11} поступает на склад комплектующих по входу $x_{41} = (4, 41, \pi_{41} = \epsilon_{11} = 1, t_1)$ для проверки наличия комплектую-

щих на складе. Проверяется условие $K^+ \geq 1$, где K^+ — количество комплектующих на складе. Если это условие выполняется, формируется выходной сигнал $y_{41} = (4, 41, \varepsilon_{41} = 1, t_1)$ в логический блок (вход x_{62}), выполняющий первое условие начала работы блока 1 по входу x_{11} . Кроме того, y_{41} как обратная связь идет на вход x_{44} , который при наличии сигнала вида $(4, 41, \pi_{11} = \pi_{41} = 1, t_1)$ изменяет состояние этого блока, уменьшая значение K^+ на единицу, т.е. $(4, K, K^+ - 1, K^- + 1, t)$, так как израсходован один набор комплектующих.

Сигнал y_{11} поступает также в блок 5 с условным названием «управляющий предприятием (менеджер)» для выяснения, запланирована ли следующая сборка. Сигнал поступает на вход x_{51} . Когда значение сигнала принимает вид $(5, 51, \pi_{51} = \varepsilon_{11} = 1, t_1)$, то осуществляется логическая операция проверки, т.е. выполняется ли условие $V - V^+ > 0$, где V — установленный план по сборке, V^+ — фактическое число выпущенных изделий (сборок). Если это условие выполняется, то выдается выходной сигнал $y_{51} = (5, 51, \varepsilon_{51} = 1, t_1)$, разрешающий следующую сборку. Этот сигнал поступает на вход логического блока 4 с индексом x_{41} . Если имеет место сигнал x_{61} , то выполняется второе условие начала работы блока 1 по входу x_{11} . Одновременно сигнал y_{51} через обратную связь поступает на вход x_{54} для увеличения значения V^+ на 1, т.е. изменяется состояние с $(5, V, V^+, t = t_1)$ на $(5, V, V^+ + 1, t = t_1)$, так как выполнена еще одна сборка.

Таким образом, блок 1 запускается при наличии сигнала y_{61} , появляющегося тогда, когда логический блок 6 получает одновременно по двум входам сигналы вида $(6, 61, \pi_{61} = \varepsilon_{51} = 1, t_1)$ и $(6, 62, \pi_{62} = \varepsilon_{41} = 1, t_1)$.

После запуска блока 1 одновременно сигнал y_{11} поступает на склад 2 готовой продукции по входу x_{21} для увеличения объема выпущенных изделий на 1, т.е. исходное состояние блока $(2, Z, t_1)$ изменяется на $(2, Z + 1, t_1)$.

Выше рассмотрена одна имитационная реализация для $t = t_1$. Кроме того, склад (блок 4) должен пополняться комплектующими, поэтому менеджер (блок 5) при наличии состояния $K^+ < 10$ выдает сигнал y_{52} на вход x_{42} о приходе новой поставки комплектующих в виде сигнала $x_{42} = (4, 42, \varepsilon_{51} = 1, \pi_{43} = \Delta K, t)$. Этот сигнал формирует выходной сигнал y_{42} вида $(4, 42, \varepsilon_{42} = K^+ + \Delta K, t)$, который является сигналом обратной связи. Он поступает на вход x_{43} , формирующий новое состояние блока 4 вида $(4, K, K^+ = K^+ + \Delta K, K^-, t)$.

Таким образом, мы описали типовую имитационную реализацию для $t = t_1$, а также изменения, происходящие в модели в случае прихода новых поставок комплектующих изделий. Как отмечалось выше, рассмотренная модель является скелетной, т.е. она описывает только процессы функционирования предприятия без вычисле-

ния показателей, оценивающих его работу. Какие расчетные показатели можно получить в результате работы скелетной модели?! Вопрос заключается в том, какие показатели кого интересуют. Для экономистов целесообразно рассчитать объем реализации продукции (в руб.), прибыль, себестоимость и т.п.; для производителей — время производственного цикла, производительность труда; для снабженцев — величины запасов на складах, складские издержки, периодичность поставок и наконец для владельца предприятия (менеджера) целесообразно получить информацию о спросе на изделия, величине чистой прибыли, выгодных поставщиках комплектующих и т.п.

Для получения ответов на эти и другие вопросы к скелетной модели пристыковываются различные обслуживающие блоки. Например, объем реализации можно рассчитать, если от выхода y_{21} взять информацию о числе реализованных изделий на складе готовой продукции. Зная цену изделий, можно найти искомый объем реализации и не реализованные остатки. В развитие этой модели можно легко пристыковать к блоку 2 блок рынок, который будет задавать по какому-либо закону распределения покупку изделий. Далее от этого блока можно было бы подать сигнал в блок менеджер (5) о величине спроса и фиксировать величину планового задания V не умозрительно, а как величину спроса на рынке в данный момент. Так можно было бы повысить эффективность работы предприятия.

Кроме того, данная скелетная модель позволяет вести различные исследования, например, изменения производительности труда, меняя распределение $f(t)$ времени сборки изделий $t_{сб}$. Фактически можно оценивать расширение или сокращение производственного процесса. Можно также менять параметры склада комплектующих K , ΔK и т.п.

Приведенная модель — всего лишь иллюстрация применения типовых элементарных блоков при имитационном моделировании, однако этот пример позволяет оценить простоту построения модели, ее достаточную наглядность, возможность проводить различные эксперименты с моделью и получать различные производные показатели. Кроме того, даже такой элементарный пример позволяет сказать, что аналогичные модели можно построить не для одного, а для нескольких типов производственных процессов. Правила и условия работы таких моделей легко модифицировать в направлении, нужном для исследователя и соответствующем типу предприятия.

Далее напрашивается вывод, что из типовых блоков, вероятно, можно сделать типовые модели складов, производственных участков, цехов, диспетчеров, менеджеров и тому подобное, чтобы не тратить си-

лы и время на разработку каждого блока модели, а осуществить только настройку типовой модели на необходимый вариант моделируемого объекта.

В данной модели были использованы различные типовые блоки: сумматор, интегратор, пороговый элемент, генератор случайных функций и логический блок. Как видно, их применение не вызывает серьезных теоретических и практических сложностей, а требует знания процедур работы и управления объектом, а также аккуратности при их формализации.

Особо следует сказать только об учете приоритетности работы блоков. С одной стороны, приоритетность задается матрицей сопряжения данных блоков, а с другой — выполнением всех действий к определенному моменту времени, например ко времени t_1 . Вместе с тем не исключены ситуации, в которых необходимо определять первоочередность тех или иных сигналов. В этом случае каждому сигналу можно приписать соответствующий приоритет или использовать блок приоритета.

6.4. Основы программирования элементарных типовых блоков имитационной модели и их сопряжение в единую модель

Программирование элементарных блоков для имитационной модели не попадает ни в одну из схем типовых языков программирования или типовых пакетов прикладных программ. Поэтому, пока не будет создан язык «имитация», реализующий предлагаемую схему имитационного моделирования сложных систем, необходимо самостоятельно программировать элементарные блоки и схемы их взаимодействия в модели. Вместе с тем идеи создания типового пакета языка «имитация» целесообразно использовать в каждом удобном случае.

6.4.1. Основные идеи создания языка «имитация»

Идея 1. Каждый элементарный блок представляет универсальную подпрограмму, описывающую его поведение, которая может быть настроена на различные варианты выполнения данной функции. Настройка данного блока на соответствующий вариант функционирования должна задаваться не программно, а в виде определенной настроечной информации, вводимой обычным оператором (не программистом) в компьютер.

Идея 2. Взаимосвязи элементарных блоков между собой в соответствии с блок-схемой модели следует реализовывать как последовательный или параллельный запуск взаимосвязанных элементарных блоков, т.е. соответствующих им подпрограмм, если есть связь между выходами и входами этих элементарных блоков.

Обозначим через $\{y_j^k\}$ и $\{x_i^{k+l}\}$ соответственно множество выходных и входных сигналов элементарных блоков с индексами k и $k+l$. Имеется также матрица сопряжения элементарных блоков M , в которой заданы взаимосвязи между соответствующими выходами и входами всех элементарных блоков. Например, зададим матрицу M в следующем виде (табл. 6.4.1).

Таблица 6.4.1

Матрица M сопряжения элементарных блоков

	x_1^1	x_2^1	...	x_1^k	x_2^k	...	x_1^{k+1}	x_2^{k+1}	...
y_1^1	0	0		0	0		0	0	
y_2^1	0	0		0	1		1	1	
...	0	0		0	0		0	0	
y_1^k	0	0		0	0		0	0	
y_2^k	1	1		0	0		0	0	
...	0	0		0	0		0	0	
y_1^{k+1}	0	0		0	0		0	0	
y_2^{k+1}	0	0		0	0		0	0	
...	0	0		0	0		0	0	
y_1^0	0	0		0	0		0	0	
y_2^0	0	0		1	0		0	0	
...									

Заданной матрице M соответствует блок-схема связи элементарных блоков с индексами $1, \dots, k, k+l$, приведенная на рис. 6.4.1. Значение 1 элемент матрицы принимает, если есть связь между соответствующими входом и выходом. Значение 0 говорит об отсутствии таковой.

На матрицу M накладываются следующие ограничения. В каждом столбце значение 1 принимает только один элемент. Это означает, что на один вход может прийти только один выходной сигнал. В каждой строке число единиц не ограничивается, т.е. с каждого выхода сигнал может поступить на любое число входов. Выход с индексом y^0 — сигнал из внешней среды.

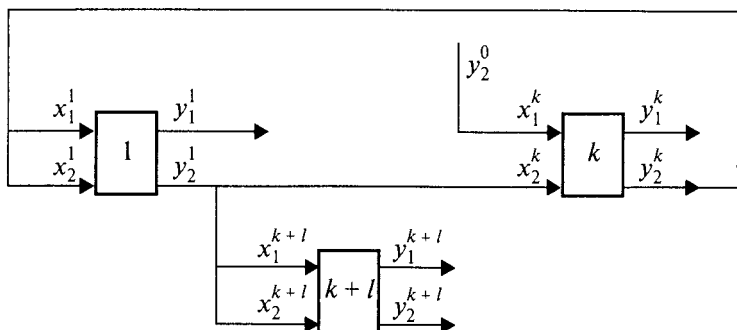


Рис. 6.4.1. Блок-схема связи элементарных блоков

Пара чисел $y_j^k x_i^{k+l}$ представляет собой своеобразный шифр запускаемого блока с индексом $k+l$ по входу x_i^{k+l} от блока с индексом k по выходу y_j^k , если в матрице сопряжения на пересечении строки y_j^k и столбца x_i^{k+l} стоит 1. Конкретное значение y_j^k , выступающее для блока $k+l$ в виде входного сигнала x_i^{k+l} , по величине служит исходной информацией или начальными условиями, задающими исходные характеристики функционирования блока $k+l$.

Идея 3. В модели должен работать генератор единого времени (ГЕВ) для всех элементарных блоков. Единое время позволяет координировать запуски элементарных блоков. Масштаб времени должен соответствовать реальным процессам, происходящим в объекте моделирования, и изменяться путем задания его величины в виде исходных данных.

Идея 4. Координацию работы всех элементарных блоков должна осуществлять управляющая программа Д (диспетчер). Функции этой программы заключаются в управлении процессом имитации, т.е. в запуске имитационной процедуры при приходе входного сигнала, в том числе из внешней среды, или от изменения внутреннего состояния элементарных блоков и появления выходных сигналов от этих блоков.

Идея 5. Все элементарные, типовые блоки должны иметь единую схему управления, т.е. подпрограмма, реализующая каждый конкретный блок, включается в действие и функционирует по одному и тому же правилу. Запускать подпрограмму блока может только управляющая программа Д. Вид и интенсивность сигнала от диспетчера обеспечивают функционирование подпрограммы блока в нужном режиме.

6.4.2. Функционирование языка «имитация»

На рис. 6.4.2 представлена общая блок-схема функционирования языка «имитация». Работа модели, описанной на языке «имитация», начинается с команды блоку «диспетчер» на запуск модели, выдаваемой оператором. Диспетчер включается в работу и ожидает прихода сигналов либо из внешней среды y^0 , либо управляющих сигналов, формируемых оператором, либо выходных сигналов типа y_j^k , появляющихся от элементарных блоков вследствие изменения их внутреннего состояния. Допустим, появился какой-то выходной сигнал от блока k вида y_j^k . Этот сигнал поступает в матрицу сопряжения, отыскивает там по своей строке 1, если она есть, т.е. находит шифр или координату следования данного сигнала $y_j^k x_i^{k+l}$ и возвращается в блок «диспетчер» с выбранным шифром. Диспетчер далее направляет сигнал с шифром x_i^{k+l} в блок $k+l$ в форме определенного числа, отражающего его вид и значение входного сигнала x_i^{k+l} .

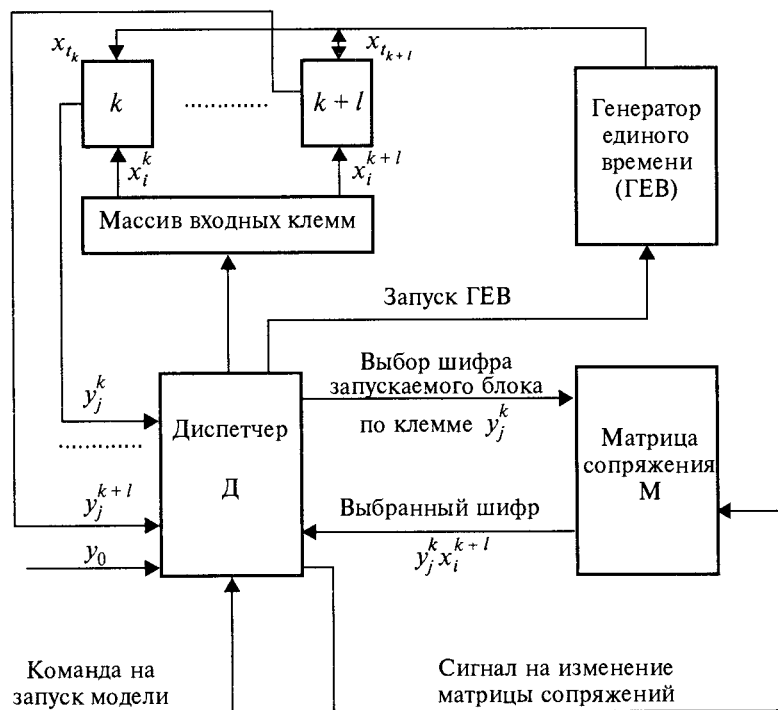


Рис. 6.4.2. Общая блок-схема функционирования языка имитационного моделирования «имитация»

Блок $k+l$, получив входной сигнал x_i^{k+l} , начинает функционировать в заданном входным сигналом и алгоритмом своей работы режиме.

Когда на блок Д приходит следующий сигнал, то процедура взаимодействия блока Д с матрицей повторяется. Сигналы, поступающие на блок Д, не имеют приоритетов и включаются в работу исключительно по мере их появления. Какой сигнал пришел раньше, такой и обрабатывается в первую очередь. Все элементарные блоки работают по единому времени, задаваемому генератором ГЕВ.

Особо следует оговорить сигналы, следующие из блока Д на корректировку матрицы сопряжений. Эти сигналы могут появиться, если в модель введен блок переключения связей ПС.

Если в модели есть блок определения приоритетности (БОП), то блок Д присваивает сигналам x_i^{k+l} соответствующий приоритет корректировкой значения x_i^{k+l} либо отправляет сигнал в блок $k+l$, приписав значение приоритета этому сигналу.

Процедура функционирования модели завершается в случае прихода последнего сигнала.

6.4.3. Примерная модель типового элементарного блока

Подпрограмма, реализующая типовой элементарный блок, независимо от выполнения конкретных функций, должна иметь единую схему взаимодействия с блоком Д и с себе подобными типовыми блоками. Каждый типовой элементарный блок должен иметь **входные и выходные клеммы**, через которые в него поступают входные сигналы x_i^{k+l} и выходные сигналы y_j^{k+l} . Индексы клемм соответствуют индексам входных и выходных сигналов. Входные сигналы данного вида могут поступить в блок только от блока Д, выходные сигналы поступают только в блок Д. Кроме этого, на вход x_{t_k} каждого элементарного блока поступает сигнал от генератора единого времени (ГЕВ).

При поступлении из блока Д сигнала вида x_i^k он сравнивается с индексами входных клемм, находящихся в массиве входных клемм вида

$$x_1^1, x_2^1, \dots, x_{n_1}^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_{n_2}^2, \dots, x_1^k, x_2^k, \dots, x_{n_k}^k, \dots, x_1^{k+l}, x_2^{k+l}, \dots, x_{n_{k+l}}^{k+l}, x_1^7, x_2^7, \dots, x_{n_z}^z.$$

Если входной сигнал x_i^k совпадает с индексом соответствующей клеммы, то далее запускается вход x_i^k . Каждый входной сигнал вида x_i^k состоит из набора характеристик $x_i^k \rightarrow (k, i, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k, t)$, где k — номер подпрограммы типового блока; i — номер входа, $i = 1, n_k$; $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k, t$ — параметры входного сигнала, которые задаются исходя из особенностей каждого типового блока и типизации не подвергаются.

Подпрограмма, реализующая элементарный блок, имеет также выходные клеммы, аналогичные по описанию входным, а именно $\{y_j^k\}$. Они используются для выдачи сигналов из элементарного блока, когда ему предписано.

На рис. 6.4.3 приведена блок-схема подпрограммы типовой части элементарного блока, т.е. части, одинаковой для подпрограмм всех

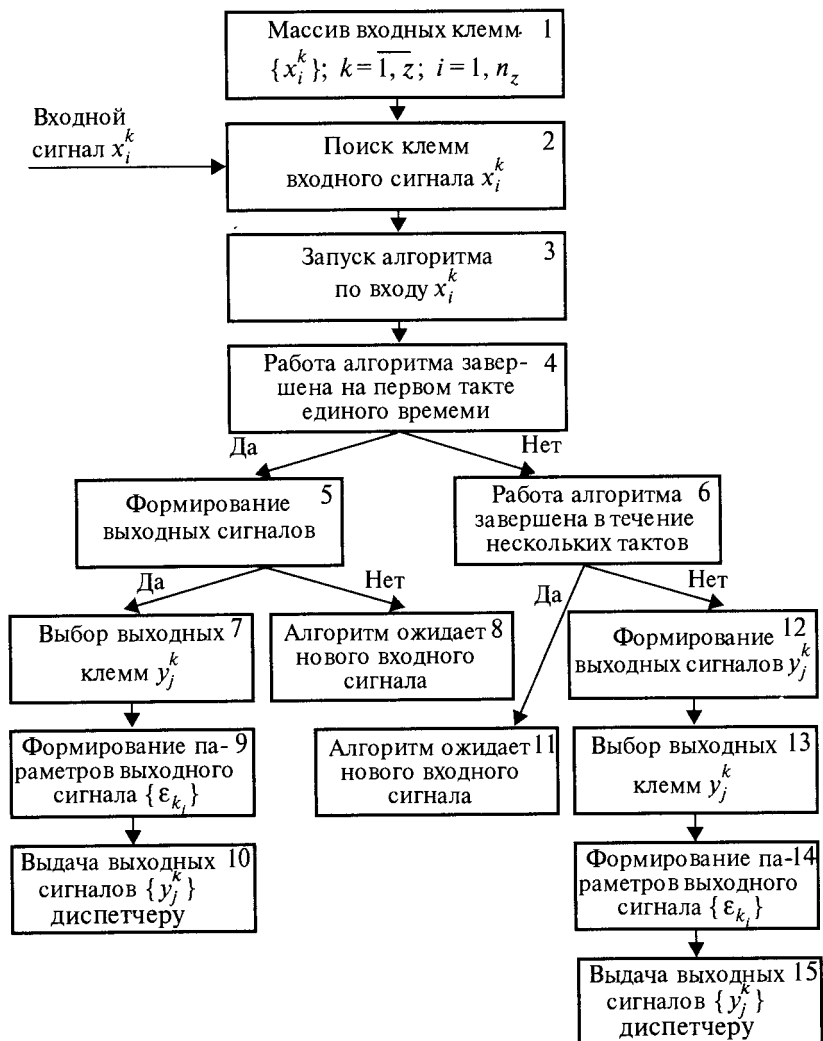


Рис. 6.4.3. Блок-схема подпрограммы типовой части элементарного блока

типов элементарных блоков. Эта типовая часть работает следующим образом. Входной сигнал от блока Д вида x_i^k поступает в блок 2, в котором осуществляется поиск входной клеммы x_i^k . При нахождении этой клеммы запускается алгоритм работы блока по входу x_i^k . Каждый отдельный вход блока имеет собственный алгоритм работы, что, однако, не запрещает алгоритму того или иного входа взаимодействовать с алгоритмами, работающими для других входов. Если работа алгоритма по входу x_i^k завершена на первом же такте работы модели (например, если сигналы суммируются), то возникают две ситуации. В первой формируются выходные сигналы из блока 4, во второй выходные сигналы не формируются и работа алгоритма не может завершиться после первого такта. Это означает, что алгоритм по данному входу выполняет какие-то действия, т.е. изменяется состояние данного блока (например, интегрируется входной сигнал, реализуется работа СМО и т.п.).

В случае формирования выходных сигналов блоком 5 также имеются две альтернативы: 1) сигналы выдаются, 2) сигналы не выдаются до прихода следующего входного сигнала.

В первом случае в блоке 7 выбираются выходные клеммы $\{y_j^k\}$, по которым будет выдан выходной сигнал. Далее в блоке 9 формируются параметры выходных сигналов $\{\epsilon_{k_i}\}$. Параметры выходных сигналов по описанию не отличаются от параметров входных сигналов. Наконец, блок 10 выдает блоку Д выходные сигналы $\{y_j^k\}$.

Если работа алгоритма идет по линии блока 6, т.е. ожидается завершение работы алгоритма определенное или неопределенное число тактов времени, то после завершения работы имеют место два исхода. По первому исходу алгоритм, завершив свою работу, ожидает появления нового входного сигнала. По второму исходу формируются необходимые выходные сигналы $\{y_j^k\}$ и далее по аналогии работы с блоками 7, 9, 10 выбираются необходимые выходные клеммы, формируются параметры выходного сигнала и выдаются блоку Д.

Уточним теперь временные рамки функционирования типовых блоков. Входной сигнал x_i^k может появиться только тогда, когда имеет место какой-то выходной сигнал, например y_j^{k+l} , либо произошло событие, связанное с изменением состояния типового блока, вызвавшего появление соответствующего выходного сигнала. Назовем это состояние состоянием особого значения.

Предположим, что имеется ось моментов времени (рис. 6.4.4), где t_0 — исходный момент запуска имитационной модели;

T — период времени работы имитационной модели;

Δt — единица времени, принятая для данной имитационной модели;

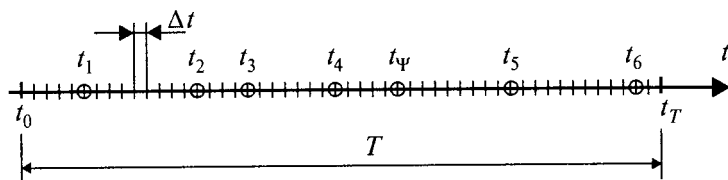


Рис. 6.4.4. Иллюстрация функционирования модели во времени

v — число единиц времени в периоде T ;

$t_1, t_2, t_3, t_4, t_\psi, t_5, t_6$ — моменты времени, связанные с приходом входных сигналов или появлением состояния особого значения в каком-то типовом блоке из-за выдачи соответствующего выходного сигнала, — так называемые моменты времени особого значения;

v' — число единиц времени до появления момента времени особого значения, причем $\Delta t = \frac{T}{v}$, $T = [t_0, t_T]$.

Генератор ГЕВ задает масштаб времени, т.е. Δt , и через каждую единицу времени проверяются условия, а именно

$$t_\psi = t_0 + v' \Delta t, \quad (6.4.1)$$

$$t_\psi < t_0 + v' \Delta t, \quad (6.4.2)$$

$$v' \leq v.$$

Если выполняются равенство (6.4.1), то данный момент времени t_ψ является особым, т.е. в этот момент приходит входной сигнал или в каком-то блоке достигается состояние особого значения. В этот момент и появляются входные или выходные сигналы. Если налицо условие (6.4.2), т.е. момент времени t_ψ не является особым, то в модели не появляются ни входные, ни выходные сигналы.

Для того чтобы идентифицировать тот или иной сигнал по моменту его появления, каждому из них приписывается момент времени t_λ , который для нашего примера (см. рис. 6.4.4) может принимать значения t_1 – t_6 . Появление в типовом блоке входного сигнала x_i^k в результате наличия выходного сигнала y_j^{k+l} в связанном с блоком k блоке $k+l$ при блоках мгновенного действия понятно. Сложнее представить момент появления выходного сигнала y_j^k , если блок k не является блоком мгновенного действия. Предположим, что имеется блок k типа интегратора. Состояние данного блока описывается (k, S_1, α_1, t) , причем

$$S_1 = \alpha_1 \int_{t_\lambda}^{t_2} S(t) dt.$$

При достижении момента времени t_λ данный блок k выдает выходной сигнал вида $(k, 1, \varepsilon_2, t_1)$, где

$$\varepsilon_2 = S_1(t_\lambda) = \alpha_1 \int_{t_{\lambda-c}}^{t_\lambda} S(t) dt,$$

где $t_{\lambda-c}$ — момент запуска интегратора входным сигналом;

t_λ — момент завершения работы интегратора ε и выдачи выходного сигнала.

Если момент запуска интегратора определяется входным сигналом в этот блок, то момент завершения t_λ либо совпадает с приходом этого входного сигнала, если он заранее определен, либо разыгрывается в соответствии с заданным законом распределения. Способ разыгрывания несущественен — оно может происходить как в этом же блоке k , так и в другом специализированном блоке.

Существуют различия между понятиями «входная или выходная клемма» и «входной или выходной сигнал». Клемма — это место, откуда исходит или куда приходит сигнал. Сигнал, пришедший на клемму, и сама клемма обозначаются одинаково, однако понятие «клемма» от времени не зависит (если не учитывать блока переключателя связей), а сигнал всегда зависит от времени. Поэтому будем различать массивы входных и выходных клемм и массивы входных и выходных сигналов. Массивы клемм используются при составлении матрицы сопряжения модели, и из них составляются коды следования входных и выходных сигналов. Каждой входной и каждой выходной клемме вида x_i^k и y_j^{k+l} следует поставить в соответствие массивы входных и выходных сигналов вида

$$\begin{aligned} x_i^k &\rightarrow [x_i^k(t_1), x_i^k(t_2), \dots, x_i^k(t_\lambda)], \\ y_j^{k+l} &\rightarrow [y_j^{k+l}(t_1), y_j^{k+l}(t_2), \dots, y_j^{k+l}(t_\lambda)]. \end{aligned}$$

Аналогично можно описать и состояния. Состояние вида

$$(k, S_1, S_2, \dots, S_{p_k}; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_k}, t)$$

задает общую форму его отображения, поэтому в данном случае по аналогии с клеммами можно сказать, что для типовых блоков модели имеет место массив состояний. Каждому состоянию из массива состояний можно поставить в соответствие массив значений этого состояния во времени, а именно

$$S_d^k \rightarrow [S_d^k(t_1), S_d^k(t_2), \dots, S_d^k(t_\lambda)], \quad d = \overline{1, p_k},$$

где S_d — совокупность характеристик состояния блока k в различные моменты времени.

Таким образом, каждой входной или выходной клемме и каждому состоянию из массивов клемм и состояний ставятся в соответствие массивы сигналов и состояний в функции времени. Поэтому при приходе входного или исходе выходного сигналов блок Д сначала выбирает по матрице сопряжений шифр пришедшего сигнала для определения направления следования сигнала, а затем при нахождении необходимой клеммы выбирает из массива входных или выходных сигналов сигналы, соответствующие текущему моменту времени и данной клемме.

Учитывая сказанное выше, опишем **общий алгоритм функционирования** предлагаемого языка имитационного моделирования «имитация» во времени на примере взаимодействия двух типовых блоков k и $k+l$.

Общий алгоритм функционирования предполагает следующую последовательность действий:

1. Оператор через блок Д запускает генератор единого времени (ГЕВ), выбрав предварительно масштаб времени Δt , а также период работы имитационной модели Т.

2. Блок Д последовательно, через каждый момент Δt опрашивает массивы выходных сигналов y_j^k и y_j^{k+l} , т.е.

$$\begin{aligned} y_j^k &\rightarrow [y_j^k(t_1), y_j^k(t_2), \dots, y_j^k(t_\lambda)] \text{ и} \\ y_j^{k+l} &\rightarrow [y_j^{k+l}(t_1), y_j^{k+l}(t_2), \dots, y_j^{k+l}(t_\lambda)]. \end{aligned}$$

Если в каком-либо из этих массивов находится выходной сигнал $y_j^k(t_\psi)$ или $y_j^{k+l}(t_\psi)$, т.е. сигнал, совпадающий по времени особого значения t_ψ , например это сигнал $y_j^k(t_\psi)$, то блок Д обращается к массиву выходных клемм, выбирает оттуда шифр клемм y_j^k и отправляет его в матрицу сопряжений М, где отыскиваются значения входных клемм, на которые должен поступить сигнал $y_j^k(t_\psi)$.

При нахождении шифров дальнейшего следования данного выходного сигнала, допустим, это будут шифры $y_j^k x_{i_1}^{k+l}$ и $y_j^k x_{i_2}^{k+l}$, матрица сопряжений М отправляет эти шифры опять в блок Д.

3. Блок Д, получив данные шифры, обращается к массивам входных клемм и выбирает две клеммы $x_{i_1}^{k+l}$ и $x_{i_2}^{k+l}$. Каждой из этих клемм соответствует массив входных сигналов, а именно

$$\begin{aligned} x_{i_1}^{k+l} &\rightarrow [x_{i_1}^{k+l}(t_1), x_{i_1}^{k+l}(t_2), \dots, x_{i_1}^{k+l}(t_\lambda)], \\ x_{i_2}^{k+l} &\rightarrow [x_{i_2}^{k+l}(t_1), x_{i_2}^{k+l}(t_2), \dots, x_{i_2}^{k+l}(t_\lambda)]. \end{aligned}$$

Далее выбираются сначала клемма i_1 , а затем i_2 . Выбрав клемму i_1 , блок Д присваивает значению входного сигнала $x_{i_1}^{k+l}(t_1)$ значение момента времени t_ψ , т.е. $x_{i_1}^{k+l}(t_\psi)$. Аналогично получается входной сигнал $x_{i_2}^{k+l}(t_\psi)$.

4. На следующем шаге блок Д отыскивает в массиве состояний значение состояния блока $k+l$. Допустим, это значение таково: $(k+l, S_1, S_2, \dots, S_{p_{k+l}}; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_{k+l}}, t)$. В зависимости от значения характеристики входного сигнала вида $x_{i_1}^{k+l}(t_\Psi) \rightarrow (k+l, i_1, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i_1, (k+l)}, t_\Psi)$ эти характеристики взаимодействуют с характеристиками состояния, и состояние блока $k+l$ принимает новое значение $(k+l, S_1^i(t_\Psi), S_2^i(t_\Psi), \dots, S_{p_{k+l}}^i(t_\Psi); \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_{k+l}}, t)$.

По аналогии происходит изменение по входу $x_{i_2}^{k+l}$. При этом состояние блока $k+l$ также меняется и становится равным $(k+l, S_1^{i_2}(t_\Psi), S_2^{i_2}(t_\Psi), \dots, S_{p_{k+l}}^{i_2}(t_\Psi); \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p_{k+l}}, t)$. Состояния от входа i_1 и от входа i_2 в данном случае изменяются в связи с наличием выходного сигнала от блока k . Естественно, что в один и тот же момент времени t_Ψ состояние блока $k+l$ может изменяться и от прихода другого входного сигнала, связанного с другим типовым блоком, например от выходного сигнала от блока с индексом $k+l+1$, и т.д. и т.п.

Для удобства и однозначности преобразования состояний типовых блоков от прихода входных сигналов примем правило приоритетности преобразований состояния, по которому первым осуществляется преобразование от входа с меньшим номером. Выходной сигнал с блока, имеющего несколько входов, на которые сигналы могут прийти одновременно в момент t_Ψ , формируется только тогда, когда завершены преобразования состояния данного типового блока от всех входных сигналов, поступивших в момент времени t_Ψ .

После завершения преобразования состояния типового блока от всех входных сигналов, пришедших в момент времени t_Ψ , формируются выходные сигналы типа $y_j^{k+l}(t_\Psi + \Delta t)$. Если блок $k+l$ является блоком мгновенного действия, то данные выходные сигналы начинают действовать на следующем шаге, т.е. когда наступит момент $t_\Psi + \Delta t$. Если блок $k+l$ не является блоком мгновенного действия, выходной сигнал или сигналы исходят из данного типового блока в момент времени t_λ . При этом момент прихода входного сигнала t_Ψ является моментом запуска изменения состояния блока, т.е. $t_\Psi = t_{\lambda - c}$.

5. При появлении выходных сигналов типа $y_j^{k+l}(t_\Psi + \Delta t)$ на следующем шаге процедура функционирования языка «имитация» повторяется до тех пор, пока не выполнится условие $v' = v$, т.е. не будет исчерпан период работы имитационной модели с шагом Δt .

Таким образом, в данном параграфе описаны практически все основные процедуры функционирования как типового блока, так и в целом языка «имитация». Естественно предположить, что изложение идеи можно воплощать при реализации частных имитационных моделей, не дожидаясь завершения создания языка «имитация».

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое универсальная имитационная модель?
2. В чем сходство и различие имитационных подходов?
3. Что такое теоретическая кибернетика?
4. Определите понятия «разнообразие», «необходимое разнообразие», «черный ящик».
5. В чем суть нового имитационного подхода?
6. Какие основные типы элементарных блоков используются в новом имитационном подходе?
7. Опишите следующие элементарные блоки: сумматор; интегратор; пороговый элемент; логический блок; функциональный блок; преобразователь случайных функций; генератор случайных функций; переключатель связей; система массового обслуживания; блок с обратной связью; блок определения приоритетности; генератор единого времени.
8. Какова организация «отношений порядка» в новой универсальной имитационной модели?
9. В чем заключается формализация типового элементарного блока (ТЭБ)?
10. Перечислите входные сигналы и клеммы ТЭБ.
11. Перечислите выходные сигналы и клеммы ТЭБ.
12. Какие состояния и параметры ТЭБ вы знаете?
13. Назовите элементарные блоки и их описания в рамках имитационной модели.
14. Опишите типовые звенья системы с обратной связью: усилительное звено; дифференцирующее звено; интегрирующее звено; апериодическое звено; колебательное звено.
15. Как строятся структурные схемы систем с обратной связью по дифференциальным уравнениям?
16. Напишите дифференциальное уравнение системы с обратной связью по их структурным звеньям.
17. Что такое принцип суперпозиции?
18. Что такое комбинированные элементарные блоки?
19. Какова методика построения имитационных моделей из элементарных блоков?
20. Перечислите способы описания входов, выходов и состояний имитационной модели во времени.
21. Какова концепция создания языка универсальной имитационной модели «имитация»?
22. Дайте схему функционирования языка «имитация».
23. Приведите примерную модель типового элементарного блока.
24. Что такое особый момент времени?

1. Айзерман М.А. Теория автоматического регулирования. М.: Наука, 1966.
2. Бусленко Н.П. Математическое моделирование производственных процессов. М.: Наука, 1964.
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1969.
4. Бусленко Н.П. Метод статистического моделирования. М.: Статистика, 1970.
5. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978.
6. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. М.: Советское радио, 1973.
7. Бусленко Н.П., Шрейдер Ю.А. Метод статистических испытаний. М.: Физматиздат, 1961.
8. Вагнер Г. Основы исследования операций. В 3-х т. Т. 1 — 1972; Т. 2 и 3 — 1973. М.: Мир.
9. Ведута Н.И. Экономическая кибернетика. Минск, Наука и техника, 1971.
10. Венцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972.
11. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в живом и машине. М.: Советское радио, 1968.
12. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. СПб.: Лань, 2000.
13. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. М.: Физматгиз, 1962.
14. Гнеденко Б.О., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1966.
15. Голенко Д.И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М.: Наука, 1965.
16. Голенко Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления. М.: Наука, 1968.
17. Горчаков А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические модели. ЮНИТИ, 1995.
18. Динер И.Я. Исследование операций. М.: Наука, 1969.
19. Доугерти К. Введение в эконометрику. М.: Инфра-М, 1997.
20. Дунаевский С.Я., Крылов О.А., Мазия Л.В. Моделирование элементов электромеханических систем. М.: Энергия, 1966.
21. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. М.: Наука, 1970.

22. *Замков О.О., Толстомятенко А.В., Черенных Ю.Н.* Математические методы в экономике. М.: ДИС, 1997.
23. *Ивашковский С.Н.* Микроэкономика. М.: Дело, 1998.
24. *Кааман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971.
25. *Казаков В.А.* Вычислительные устройства машин непрерывного действия. М.: Машиностроение, 1965.
26. *Калашников В.В.* Анализ процессов функционирования сложных систем с помощью качественных методов. В сб. «Вопросы конкретных системных исследований». М.: МДНТП, 1970.
27. *Кобелев Н.Б.* К задаче оптимального размещения и выбора мощностей бытового обслуживания. В сб. «Математические модели технико-экономических процессов. Труды Московского экономико-математического института». М., 1975.
28. *Кобелев Н.Б.* Методы оптимального управления отраслью обслуживания населения. М.: Изд-во легкой и пищевой промышленности, 1981.
29. *Кобелев Н.Б.* Экономико-математические методы и модели в управлении: Методические указания и темы контрольных работ. Методическое пособие. М.: ВЗФЭИ, 1996.
30. *Кобелев Н.Б.* Практика применения экономико-математических моделей. М.: Финстатинформ, 2000.
31. *Кобелев Н.Б., Гармаш А.Н.* Управление научно-техническим прогрессом в отрасли бытового обслуживания. М.: Легпромбытиздат, 1989.
32. *Кобелев Н.Б., Шатаев И.М.* Системное решение проблем управления в сфере обслуживания населения. М.: Легкая индустрия, 1979.
33. *Кобринский Н.Е., Майминас Е.З., Смирнов А.Д.* Введение в экономическую кибернетику. М.: Экономика, 1975.
34. *Кокс Д.Р., Смит У.Л.* Теория очередей. М.: Мир, 1966.
35. *Краус М.С., Чупрынов Б.П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М.: Дело, 2000.
36. *Кузьмин Ф.И.* Задачи и методы оптимизации показателей надежности. М.: Советское радио, 1972.
37. *Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О.* Теория массового обслуживания в экономической сфере. М.: ЮНИТИ, 1998.
38. *Месарович М., Мако Д., Токохара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.
39. Метод статистических испытаний. М.: Физматгиз, 1962.
40. *Мокус И.Б.* Многоэкстремальные задачи в проектировании. М.: Наука, 1967.
41. *Нейлор Т.* Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М.: Мир, 1975.
42. Основы исследования операций в военной технике. М.: Советское радио, 1965.
43. *Петрович М.Л., Давидович М.И.* Статистическое оценивание и проверка на ЭВМ. М.: Финансы и статистика, 1989.

44. *Половников В.А.* Анализ и прогнозирование транспортной работы морского флота. М.: Транспорт, 1983.
45. *Разевич В.Д.* Система схемотехнического моделирования. М.: Горячая линия — Телеком, 2001.
46. *Розанов Г.В.* Статистическое моделирование развития отрасли. М.: Статистика, 1976.
47. *Ростригин Л.А.* Статистические методы поиска. М.: Наука, 1968.
48. *Семенов В.В., Пантелеев А.В., Бортановский А.С.* Математическая теория управления в примерах и задачах. М.: Изд-во МАИ, 1997.
49. *Слейгл Дж.* Искусственный интеллект. М.: Мир, 1973.
50. *Снапелев Ю.М., Старосельский В.А.* Моделирование и управление в сложных системах. М.: Советское радио, 1974.
51. Статистика. Курс лекций. Новосибирск. М.: Инфра-М, 1998.
52. Теория поиска в военном деле. М.: Воениздат, 1964.
53. *Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.* Статистический анализ данных на компьютере. М.: Инфра-М, 1998.
54. *Уайлд Д.Дж.* Методы поиска экстремума. М.: Наука, 1967.
55. *Фанни Д.* Введение в теорию планирования эксперимента. М.: Наука, 1970.
56. *Цыпкин Я.З.* Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968.
57. *Чернов В.П., Ивановский В.Б.* Теория массового обслуживания. М.: Инфра-М, 2000.
58. *Чуев Ю.В.* Исследование операций в военном деле. М.: Воениздат, 1970.
59. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. М.: Иностранная литература, 1963.
60. *Экономико-математические методы и прикладные модели.* Учебно-методическое пособие. М.: Финстатинформ, 1997.
61. *Экономико-математические методы и прикладные модели/Под ред. В.В. Федосеева.* М.: ЮНИТИ, 1999.
62. *Яковлев Е.И.* Машинная имитация. М.: Наука, 1975.
63. *Ясин Е.Г.* Теория информации и экономические исследования. М.: Статистика, 1970.

Учебное пособие

Николай Борисович КОБЕЛЕВ

ОСНОВЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Главный редактор *Ю.В. Луизо*

Зав. редакцией *Г.Г. Кобякова*

Редактор *Ю.А. Зарянкин*

Художник *Н.В. Пьяных*

Компьютерная подготовка

оригинал-макета *Д.С. Теляковский*

Технический редактор *Л.А. Зотова*

Корректоры *Н.В. Андрианова, Г.В. Ляшенко*

Подписано в печать 20.06.2003. Формат 60 × 90 ¹/₁₆. Бумага офсетная.

Гарнитура Ньютон. Печать офсетная. Усл. печ. л. 21,0.

Тираж 3000 экз. Заказ № 7201. Изд. № 346.

Издательство «Дело»

119571, Москва, пр-т Вернадского, 82

Коммерческий отдел — тел. 433-2510, 433-2502

E-mail: delo@ane.ru

Internet: <http://www.delo.ane.ru>

ФГУИПП «Янтарный сказ»

236000, Калининград, ул. К. Маркса, 18

ISBN 5-7749-0309-5



9 785774 903092 >